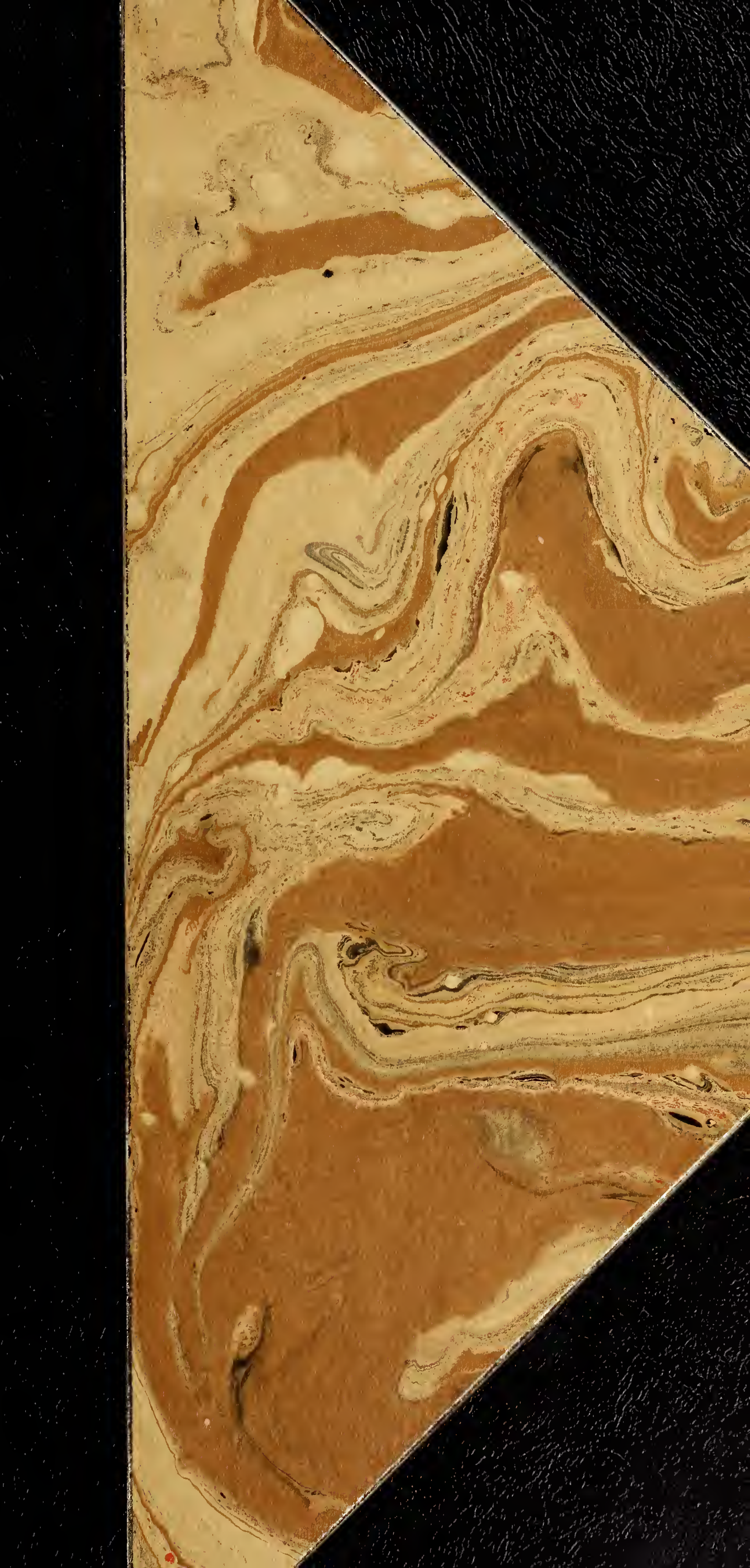


ВВЕДЕНІЕ

ВЪ АКУСТИКУ И ОПТИКУ.

А. Г. Столѣтова,

профессора Московскаго Университета.

Съ 285 чертежами въ текстѣ.





МОСКВА.

Типо-лит. Т-ва **И. Н. Кушнеревъ и К°**, Пименовская ул., соб. д.

1900.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

Предлагаемая книга передаетъ, въ сжатой и элементарной формѣ и въ объемѣ соотвѣтствующемъ университетскому курсу общей физики, основы ученія о колебаніяхъ и волнахъ, съ приложеніемъ къ Акустикѣ и Оптикѣ.

Сочиненіе дѣлится на двѣ неравныя части. Въ первой излагаются наиболѣе простыя и общія соображенія, для которыхъ Акустика является естественной и ближайшей иллюстраціей. Во второй части разсматриваются специальнѣе явленія свѣта и тѣ пункты теоріи, которые имѣютъ наибольшій интересъ по отношенію къ Оптикѣ. Это вторая часть названа «Физической Оптикой», такъ какъ въ общемъ изложеніе примыкаетъ къ путеводной нити физической теоріи: такъ-называемая «геометрическая оптика» представлена въ самомъ краткомъ видѣ и притомъ въ связи съ ученіемъ о волнахъ (извѣстно, что, теряя эту связь, геометрическая оптика рискуетъ прійти къ выводамъ, несогласнымъ съ дѣйствительностью); изъ физіологической оптики приведено только необходимѣйшее. Теорія оптическихъ инструментовъ, въ связи съ условіями зрѣнія, представлена въ предположеніи безконечно-тонкихъ стеколъ: на первыхъ порахъ естественнѣе ограничиться этой упрощенной теоріей, но послѣдовательно и строго провести ее черезъ все ученіе о простомъ и вооруженномъ зрѣніи (авторъ старался достигнуть этого въ большей мѣрѣ, чѣмъ то дѣлается обыкновенно въ небольшихъ учебникахъ), — нежели посвящать много мѣста общимъ теоремамъ Гауссовой теоріи, а потомъ не пользоваться ею для приложеній (какъ нерѣдко бываетъ). Болѣе общая теорія центрированной діоптрической системы (для центральныхъ лучей) дана въ концѣ книги, такъ какъ иначе слишкомъ нарушала бы систему изложенія; статья объ астигматическихъ пучкахъ и каустическихъ поверхностяхъ отсутствуетъ вовсе.

Въ своемъ трудѣ авторъ имѣлъ въ виду возможно просто и возможно точно передать главные результаты опыта и теоріи. Опущены, съ одной стороны, подробности объ отдѣльныхъ опытахъ и снарядахъ: такія описанія мѣшали бы ходу изложенія, не замѣняя ни зрѣлища самого опыта, ни — тѣмъ болѣе — личной работы надъ его приготовленіемъ. Мы думаемъ, что между первоначальнымъ ознакомленіемъ съ физикой, непосредственно опирающимся на простые и хорошо подобранные опыты, и болѣе спеціальнымъ изученіемъ теорій параллельно съ личными экспериментальными занятіями, должна быть промежуточная стадія, гдѣ интересъ устремленъ на научную связь фактовъ, на систему, гдѣ опытъ является уже не источникомъ изложеній, а иллюстраціей, и гдѣ однакожъ математика не преобладаетъ надъ физикой; эта-то цѣль имѣлась въ виду при составленіи нашей книги. — Съ другой стороны, опущены нерѣдко промежуточныя разсужденія, ведущія отъ одного положенія къ другому: неизбѣжно приходится такъ дѣлать въ тѣхъ случаяхъ, гдѣ полная передача хода мысли (въ особенности—съ помощью только элементарной математики) слишкомъ усложнила бы дѣло и затруднила первоначальную оріентировку.

Руководящая роль теоріи поставлена на первый планъ. Но съ нѣкоторой полнотой и строгостью могла быть передана элементарнымъ (по возможности геометрическимъ) путемъ только кинематическая сторона теоріи. Динамическая же сторона съ трудомъ поддается такому изложенію; здѣсь приходилось болѣе описывать, чѣмъ выводить, — приходилось сообщать готовый результатъ—только съ намеками на возможность доказательства, или просто «на вѣру». Считалось за лучшее не доказывать вовсе, чѣмъ предлагать доказательства поверхностныя, или же настолько сложныя и искусственныя, что они слишкомъ отвлекали бы вниманіе изучающаго отъ усвоенія основныхъ положеній и фактовъ въ сторону формально-логическихъ интересовъ.

Такъ, наприм., въ оптикѣ кристалловъ принято за исходную точку положеніе объ эллипсоидѣ Френеля. Допустивъ это положеніе, легко вывести (или указать, какъ можно вывести) цѣлый рядъ простыхъ и важныхъ слѣдствій, которыя составляютъ содержаніе этого отдѣла Оптики. Они позволяютъ разобраться въ массѣ разнообразныхъ фактовъ, они были провѣрены прямыми и косвенными опытами: бла-

годаря этому, вся эта статья резюмируется такъ сказать въ одномъ геометрическомъ построеніи, съ которымъ можно и должно ознакомиться на первыхъ же порахъ. Но выводъ самаго построенія изъ тѣхъ или другихъ началъ—опущенъ, какъ принадлежащій собственно-теоретической физикѣ.

Въ области Оптики такое изложеніе оправдывается не одними педагогическими условіями. Здѣсь кинематика явленій, выработанная по образцу теоріи упругости, остается незыблемою и въ новой «электромагнитной теоріи свѣта», — хотя и получаетъ иное (и покамѣстъ—символическое) значеніе. Такой по существу кинематическій характеръ имѣютъ наши наиболѣе установившіяся свѣдѣнія о свѣтовыхъ лучахъ и волнахъ, объ ихъ переходѣ изъ одной среды въ другую, объ интерференціи, диффракціи и проч. — Въ динамикѣ же свѣтовыхъ явленій издавна были пункты невыясненные и спорные; существовала не одна динамическая теорія, а нѣсколько теорій. Изъ нихъ наиболѣе обѣщающая (и единственная достаточно широкая, чтобы обнять и факты «электрооптики»)—электромагнитная теорія—лежитъ, такъ-сказать, внѣ предѣловъ обыкновенной или явной динамики.

Съ развитіемъ этой электромагнитной теоріи, Оптика становится частью ученія объ электричествѣ; въ нашемъ изложеніи она примыкаетъ къ механикѣ обыкновенныхъ колебаній, и только немногіе намеки на электромагнитную теорію встрѣчаются кое-гдѣ на страницахъ книги. Мы думаемъ, что изъ педагогическихъ соображеній Оптику и теперь естественнѣе излагать вслѣдъ за Акустикой, какъ новое и болѣе обширное приложеніе теоріи обыкновенныхъ волнъ. Изучающій долженъ прежде всего овладѣть принципами этой послѣдней, и въ это время не цѣлесообразно смущать его оговорками, что рѣчь идетъ о какихъ-то «электромагнитныхъ» волнахъ, истинная механическая картина которыхъ намъ и до сихъ поръ неизвѣстна. Ученіе объ электричествѣ и безъ того требуетъ отъ изучающаго не мало умственной работы, и желательно, чтобы, подходя къ отдѣлу о волнообразныхъ электрическихъ процессахъ, онъ уже обладалъ подробными свѣдѣніями о волнахъ, пріобрѣтенными на болѣе простомъ и наглядномъ матеріалѣ. Одна Акустика не можетъ достаточно подготовить къ изученію «Гертцовыхъ волнъ», такъ какъ слишкомъ мало знакомитъ съ поперечными волнами; въ Оптикѣ

же мы легко демонстрируемъ не только все то, что недавно научились воспроизводить въ электрическихъ волнахъ значительной длины, но и такія явленія, которымъ еще не умѣетъ подражать съ помощью этихъ послѣднихъ. Такимъ образомъ представляется пока болѣе естественнымъ, чтобы Оптика предшествовала изученію электромагнитныхъ волнъ; а когда дошла очередь до нихъ, тогда можно возвратиться къ пересмотру и обоснованію самой Оптики съ точки зрѣнія электрическихъ началъ. При этомъ пересмотрѣ придется не переучиваться, а только доучиваться, если въ предварительномъ изложеніи Оптики преобладала описательная или кинематическая сторона.

Книга представляетъ существенную переработку конспекта, изданнаго два года тому назадъ моими слушателями и разошедшагося между ними по подпискѣ. (Большинство чертежей, 166 изъ 285, воспроизведены по прежнимъ клише, предоставленнымъ въ мое распоряженіе студентами-издателями.) Нѣкоторая неравномѣрность изложенія,—замѣтная и автору при окончаніи труда,—отчасти объясняется этимъ обстоятельствомъ: статьи, перешедшія съ небольшими измѣненіями изъ перваго изданія, болѣе подходятъ къ типу конспекта; статьи вновь написанныя — къ типу учебника. Вообще же нѣкоторая сжатость изложенія — умышленная: казалось полезнымъ, съ одной стороны, по возможности рельефно и безъ многословія намѣчать главную сущность разсужденія или факта; съ другой стороны, предполагать въ изучающемъ извѣстную степень вниманія и самодѣятельности, при наличности которыхъ онъ успѣшнѣе овладѣетъ предметомъ по сжатому указанію, чѣмъ по тексту, допускающему болѣе легкое, но и болѣе пассивное чтеніе.

Историческихъ указаній въ текстѣ очень мало, ссылокъ на литературу вовсе нѣтъ; но въ концѣ книги приложены хронологическій обзоръ и списокъ лучшихъ современныхъ руководствъ.

А. Столѣтовъ.

Мартъ 1895 г.

ОГЛАВЛЕНІЕ.

Часть I. Общія свѣдѣнія о колебаніяхъ и волнахъ, съ примѣненіемъ къ Акустикѣ.

В. Отраженіе и преломленіе волнъ.

С. Поглощеніе волнъ.

III. ЗВУЧАЩІЯ ТѢЛА.

А. Собственные тоны тѣлъ.

В. Сложные звуки.

С. Опредѣленіе числа колебаній.

IV. СЛУХЪ И МУЗЫКА.

Стран.

Часть II. Физическая Оптика.

I. ОБЩІЙ ОТДѢЛЪ. ИЗОТРОПНЫЯ ТѢЛА.

А. Распространеніе свѣта въ одной средѣ.

В. Отраженіе свѣта.

С. Преломленіе свѣта.

Стран.

D. Дисперсія свѣта.

E. Зрѣніе и оптическіе инструменты.

F. Испусканіе и поглощеніе лучей. Анализъ излученій.

Стран.

G. Интерференція свѣта.

H. Диффракція свѣта.

II. ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВѢТЪ. КРИСТАЛЛЫ.

A. Общія свѣдѣнія о поляризаціи свѣта.

B. Распространеніе свѣта въ кристаллахъ.

C. Цвѣта кристаллическихъ пластинокъ (цвѣтная поляризація).

Стран.

D. Вращательная поляризація.

E. Отраженіе и преломленіе поляризованнаго свѣта.

ДОПОЛНЕНІЯ.

Свойства центрированной діоптрической системы.

Хронологическій указатель.

Пособія.

ЧАСТЬ I.

ОБЩІЯ СВѢДѢНІЯ О КОЛЕБАНІЯХЪ И ВОЛНАХЪ,

СЪ ПРИМѢНЕНІЕМЪ КЪ АКУСТИКѢ.

ПРОГРАММА по ФИЗИКѢ (II часть)

Акустика и оптика.

1. Колебательное движенiе отдѣльной точки. Элонгацiя, скорость и ускоренiе (формулы). Амплитуда, перiодъ, фаза, разница фазъ. Графическое представленiе колебательнаго движенiя; методы Лиссажу и Лебедева.

2. Сложенiе колебательныхъ движенiй, направленныхъ параллельно другъ другу. Случаи одинаковаго и почти одинаковаго перiода (бiенiя). Обертоны; понятiе о теоремѣ Фурье. Сложенiе взаимно-перпендикулярныхъ колебательныхъ движенiй; различные случаи, встрѣчающiеся при равенствѣ перiодовъ.

3. Распространенiе колебанiй волнами. Волны продольныя и поперечныя. Уравненiе волнообразнаго движенiя. Скорость распространенiя. Формула Ньютона и поправка Лапласа. Способы опредѣленiя скорости звука въ воздухѣ. Сгущенiя и разрѣженiя въ продольной волнѣ. Чувствительное пламя.

4. Отраженiе волнъ съ потерей и безъ потери полуволны. Интерференцiя волнъ. Методъ Квинке. Стоячiя волны. Методъ Кундта.

5. Резонансъ. Разложенiе звуковъ на элементы. Составъ гласныхъ звуковъ. Газовая гармоника.

6. Колебанiе струнъ, органныхъ трубъ открытыхъ, закрытыхъ и язычковыхъ, стержней. Фонографъ.

7. Ухо, слухъ, гортань, голосъ. Музыкальная гамма.

8. Прямолинейное распространенiе свѣта. Тѣнь и полутѣнь. Изображенiя при малыхъ отверстiяхъ. Фотометрiя и простѣйшiе фотометры.

9. Отраженiе свѣта. Плоское зеркало. Сферическiя зеркала (выводъ формулы, ея изслѣдованiе и построенiе изображенiй).

10. Преломленiе свѣта. Полное внутреннее отраженiе. Плоскопараллельная пластинка. Призма. Наименьшее отклоненiе ею лучей. Разложенiе бѣлаго свѣта.

11. Сферическiя стекла (выводъ и изслѣдованiе формулы, построенiе изображенiй). Недостатки линзъ: сферическая и хроматическая аберрацiи. Ахроматизмъ. Апланатизмъ. Астигматизмъ, дисторсiя, искривленiе плоскости изображенiя.

12. Оптическіе инструменты: лупа, микроскопъ, астрономическая и земная трубы, Галилеева труба, фотографическая камера, проекціонный фонарь, спектрометръ и спектроскопъ.

13. Скорость распространенія свѣта; способы Ремера, Брадлея, Физо и Фуко.

14. Прямолинейное распространеніе, отраженіе и преломленіе съ точки зрѣнія волновой теоріи.

15. Распространеніе свѣта въ одноосныхъ кристаллахъ. Построеніе Гейгенса. Различные частные случаи.

16. Интерференція свѣта. Бипризма и зеркала Френеля. Почему не интерферируютъ лучи свѣта отъ разныхъ источниковъ? Тонкія пластинки. Ньютоновы кольца. Интерферометры Жамена и Майкельсона. Стоячія свѣтовыя волны по Винеру. Цвѣтная фотографія по Липпману.

17. Диффракція свѣта. Принципъ Гейгенса; зоны Гейгенса. Узкая щель и диффракціонная рѣшетка (въ параллельномъ пучкѣ лучей). Опредѣленіе длинъ волнъ рѣшеткой.

18. Поляризація свѣта при отраженіи. Законы Френеля, уголъ Брюстера. Поляризація преломленіемъ. Стопа пластинокъ. Турмалинъ. Поляризація двупреломленныхъ лучей; круговая и эллиптическая поляризація. Призма Николя; пластинка въ четверть волны.

19. Хроматическая поляризація въ параллельныхъ и сходящихся лучахъ (случай одноосныхъ кристалловъ). Вращеніе плоскости поляризаціи естественное и магнитное. Сахариметры.

20. Спектры испусканія твердыхъ, жидкихъ и газообразныхъ тѣлъ. Способы ихъ полученія и наблюденія. Закономѣрности въ спектрахъ. Спектры поглощенія, ихъ соотношеніе съ спектрами испусканія. Дисперсія нормальная и аномальная.—Отражательная способность и цвѣтъ.

21. Механическое дѣйствіе лучей (свѣтовое давленіе). Тепловое дѣйствіе. Инфракрасные лучи. Понятіе объ абсолютно черномъ тѣлѣ. Законы Стефана и Вина.

22. Фотохимія. Ультрафіолетовые лучи. Фотографія. Различные виды луминисценціи.

23. Устройство глаза. Недостатки зрѣнія и ихъ исправленіе. Аккомодація. Цвѣтное зрѣніе. Зрѣніе двумя глазами. Стереоскопъ.

Рекомендуемыя пособія: **О. Хвольсонъ**. Курсъ физики Т. II. 1907—1912.

А. Столѣтовъ. Введеніе въ акустику и оптику.

Т. Кравецъ.

§ **1**. Простыя наблюденія убѣждаютъ насъ, что части звучащаго тѣла находятся въ *колебательномъ* движеніи. Иногда эти колебанія непосредственно замѣтны для глаза или на ощупь, въ другихъ случаяхъ могутъ быть обнаружены искусственными пріемами, съ которыми вскорѣ познакомимся. Звучать могутъ всякаго рода тѣла— упруго-твердыя (струна, камертонъ и пр.), жидкія (водяная сирена) и газообразныя (воздухъ въ духовыхъ инструментахъ).

Въ отвлеченіи можно представить себѣ одную колеблющуюся матеріальную точку (звучащая точка). Дѣйствительное звучащее тѣло есть совокупность такихъ точекъ; колебанія ихъ находятся во взаимной связи,—представляютъ *волну* колебаній, или систему волнъ.

§ **2**. Колебанія звучащаго тѣла передаются окружающей средѣ (обыкновенно воздуху), которая также приходитъ въ состояніе волнъ, и чрезъ посредство ея доходятъ до нашего уха. Помѣстивъ звучащее тѣло подъ колоколъ воздушнаго насоса и выкачавъ воздухъ, услышимъ звукъ весьма ослабленный. Звукъ можно слышать черезъ воду. Звукъ струны, камертона и пр. передается намъ главнымъ образомъ не прямо черезъ воздухъ, а чрезъ посредство твердыхъ тѣлъ (подставокъ, резонансныхъ досокъ), которыя уже передаютъ его воздуху. Вообще къ передачѣ звука, какъ и къ звучанію, способны болѣе или менѣе всѣ тѣла.

Между состояніемъ звучащаго тѣла и тѣла передающаго звукъ нѣтъ существеннаго различія: тамъ и здѣсь отдѣльныя части колеблются, цѣлое находится въ состояніи волнъ. Разница здѣсь только въ размѣрахъ тѣла и размѣрахъ колебаній.

§ **3**. Многочисленныя аналогіи между явленіями звука и свѣта издавна навели на мысль, что испусканіе и распространеніе свѣта (или, общѣе говоря, всякаго рода лучей) также обусловливается коле-

баніями частицъ. Но на этотъ разъ колебанія совершаются несравненно болѣе мелкими частицами излучающаго тѣла, имѣютъ несравненно бóльшую быстроту и передаются въ видѣ волнъ не воздухомъ и другими намъ знакомыми тѣлами, а особою всепроникающею средою—эѳиромъ.

Механическая теорія явленій гораздо менѣе разработана въ Оптикѣ, чѣмъ въ Акустикѣ; но она и здѣсь даетъ несомнѣнно вѣрную путеводную нить, безъ которой трудно и разобраться въ обширномъ опытномъ матеріалѣ.

§ 4. Такимъ образомъ *объективная* сторона Акустики и Оптики приводится къ *механикѣ колебательныхъ движеній*. Этою механикой мы и займемся: сперва разсмотримъ случаи, болѣе доступные непосредственному изученію (медленныя колебанія большихъ массъ и колебанія звуковыя), а потомъ перейдемъ къ колебаніямъ свѣтовымъ.

Эта механика имѣетъ часть кинематическую (классификація колебаній и волнъ, ихъ сложеніе и разложеніе и пр.) и часть динамическую (изслѣдованіе связи между движеніемъ и силами). Первая болѣе доступна элементарному теоретическому изложенію; во второй же намъ придется часто передавать готовые результаты теоріи, опуская доказательства, или ссылаясь прямо на опытъ. Въ кинематикѣ отдѣльной частицы (матеріальной точки) эту частицу можно разсматривать какъ геометрическую точку (безъ массы); тѣло конечныхъ размѣровъ можно также разсматривать какъ точку, если говоримъ о поступательномъ движеніи тѣла какъ цѣлаго, отвлекаясь отъ вращеній.

Субъективная сторона Акустики и Оптики (теорія слуха и зрѣнія) относится болѣе къ физіологіи, чѣмъ къ физикѣ, и будетъ затронута лишь мимоходомъ.

I.

КОЛЕБАНІЯ.

А. Кинематика колебаній.

Простое колебаніе.

§ 5. **Опредѣленіе.** — Въ числѣ разнообразныхъ типовъ колебательнаго движенія точки есть одинъ, къ которому приводятся всѣ остальные: это — *простое колебаніе* (или *простое гармоническое движеніе*).

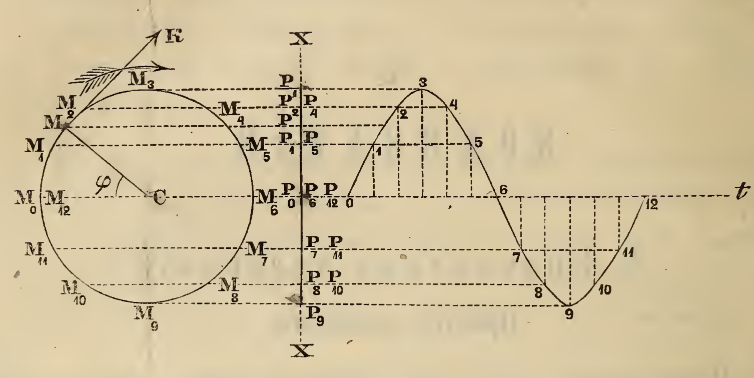
Если точка M (черт. 1) движется равномѣрно по окружности, то проложеніе P этой точки на какую-нибудь прямую XX совершаетъ движеніе періодическое, прямолинейное, неравномѣрное (и не равноускоренное), называемое *простымъ колебаніемъ*.

Наибольшее отклоненіе точки P отъ средняго ея положенія P_0 (равное радіусу A круга, описываемаго вспомогательною точкою M) называется *амплитудою* простого колебанія. Время T, по истеченіи котораго точка опять *такъ же* (т.-е. въ ту же сторону) проходитъ черезъ *ту же* точку (время полнаго оборота точки M), называется *періодомъ* колебанія. Обратная величина $N = 1/T$ есть *число колебаній* въ единицу времени.

§ 6. **Значеніе въ Акустикѣ и Оптикѣ.**—Мелкія и достаточно (но не слишкомъ) быстрыя простыя колебанія тѣлъ вызываютъ ощущеніе *простого тона*; нужно чтобы число колебаній N было не меньше (примѣрно) 30 въ 1 секунду и не больше 40.000 въ 1 сек., иначе колебанія не слышны. Подобныя же, но гораздо болѣе быстрыя (отъ $N = 400 \,.\, 10^{12}$ до $N = 800 \,.\, 10^{12}$ въ 1 сек.) колебанія въ части-

цахъ тѣлъ и въ эѳирѣ даютъ намъ ощущеніе *однороднаго* (монохроматическаго) *свѣта* [1]).

Числомъ колебаній опредѣляется *высота тона* (чѣмъ больше N, тѣмъ тонъ выше) и *цвѣтность свѣта*. Отъ амплитуды колебаній зависитъ, *ceteris paribus*, *сила* (громкость, яркость) звука и свѣта (§§ 35, 44).



Черт. 1.

§ 7. **Уравненія простого колебанія.**—Назовемъ для M (вспомогательной точки): s_M — отклоненіе (отъ центра C орбиты или *траекторіи*), v_M — скорость, a_M — ускореніе. Тогда

$s_M = A$; $v_M = \frac{2\pi A}{T}$ (направлена по касательной MK); $a_M = \frac{v^2}{A} = \frac{4\pi^2 A}{T^2}$ (направлено по радіусу MC внутрь).

Соотвѣтственныя величины s, v, a для колеблющейся точки P получимъ, пролагая s_M, v_M, a_M на прямую XX. Слѣдовательно

$$\left.\begin{aligned} s &= s_M \cos(CM,\ XX) = A \sin\varphi \\ v &= v_M \cos(MK,\ XX) = \frac{2\pi A}{T}\cos\varphi = \frac{2\pi A}{T}\sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right) \\ a &= a_M \cos(MC,\ XX) = -\frac{4\pi^2 A}{T^2}\sin\varphi = \frac{4\pi^2 A}{T^2}\sin(\varphi + \pi). \end{aligned}\right\} \quad (1)$$

---

[1]) Не всегда можно сказать наоборотъ, что простому тону или однородному свѣту соотвѣтствуетъ одно простое колебаніе: можетъ быть любое число совмѣстно существующихъ простыхъ колебаній, различно направленныхъ, но имѣющихъ *одинаковый періодъ*,—что̀, какъ увидимъ, приводится въ общемъ случаѣ къ эллиптическому колебанію (§ 22).

Уголъ φ будемъ считать отъ 0 до 2π. Очевидно $\varphi : 2\pi = t : T$, гдѣ t—время (считаемое такъ, что $t = 0$ при $\varphi = 0$).

Уголъ $\varphi = 2\pi t/T$ называется *фазой* колебанія. Фаза опредѣляетъ мѣсто точки на траекторіи (а также величины v и a) въ данный моментъ [1]):

$$s = A \sin \frac{2\pi t}{T}; \; v = \frac{2\pi A}{T} \cos \frac{2\pi t}{T}; \; a = -\frac{4\pi^2 A}{T^2} \sin \frac{2\pi t}{T}. \qquad (1').$$

§ **8.** Пусть другая точка (P') совершаетъ колебаніе такой же амплитуды и того же періода, но проходитъ чрезъ соотвѣтственныя фазы на промежутокъ времени τ раньше чѣмъ P. Тогда для P'

$$s' = A \sin \frac{2\pi (t + \tau)}{T}, \text{ и т. д.}$$

или

$$s' = A \sin \left(\frac{2\pi t}{T} + \delta \right), \text{ и т. д., гдѣ } \delta = \frac{2\pi\tau}{T}.$$

Уголъ δ есть *разность фазъ* точекъ P и P'; время τ есть *упрежденіе* точки P' (если $\tau < 0$, то запаздываніе). Тѣ же термины прилагаются къ двумъ колебаніямъ *одной и той же* точки (§ 11). Постоянную δ, для краткости, называютъ и просто *фазой* (это — фаза при $t = 0$).

$\tau/T = \delta/2\pi$, т.-е. упрежденіе въ доляхъ періода = разности фазъ въ доляхъ окружности.

§ **9. Графическое изображеніе.**—Выражая s графически (время t—абсцисса, s—ордината), получимъ (какъ показано на чертежѣ 1) волнистую линію; она называется *синусоидою*.

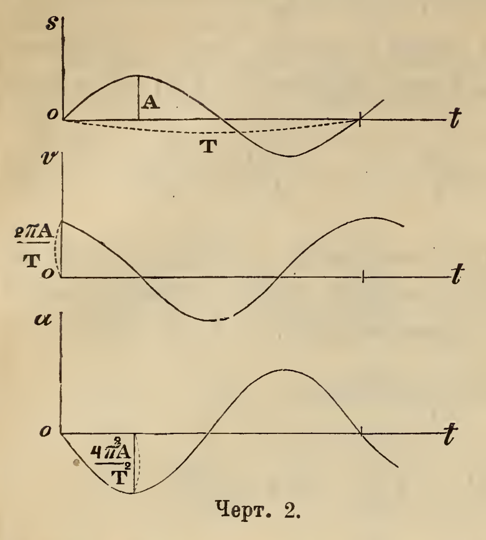
По истеченіи времени T, чертежъ повторяется. Часть кривой, лежащая на протяженіи одного T, составляетъ *одну волну* ея.

Изъ (1) и (1') видно, что v и a изобразятся кривыми того же самаго типа (синусоидами); но для v синусоида будетъ имѣть амплитуду $2\pi A/T$ и, сравнительно съ кривою s, какъ бы подвинута влѣво на четверть волны; для a амплитуда опять измѣнена въ такомъ же отношеніи ($2\pi / T$), и кривая еще подвинута влѣво на $^1/_4$ волны (черт. 2).

---

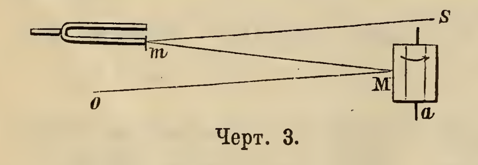
[1]) Если $\varphi > 2\pi$, то изъ φ вычитаютъ ближайшее цѣлое число окружностей и *остатокъ* называютъ фазой.

Если тѣло, совершая простое колебаніе, чертитъ слѣдъ на плоскости, которая равномѣрно движется перпендикулярно къ направленію колебанія, — то начертится такая синусоида. Если плоскость имѣла скорость S, то на протяженіи S уляжется N волнъ синусоиды, при чемъ $N=1/T$ есть число колебаній въ единицу времени. Такая синусоида начертится, если приведемъ въ звучаніе *«пишущій камертонъ»* (т.-е. камертонъ, на зубцѣ котораго насажено легкое остріе) и проведемъ по концу острія закопченную стеклянную пластинку; откуда заключаемъ, что точки камертона совершаютъ простыя колебанія.

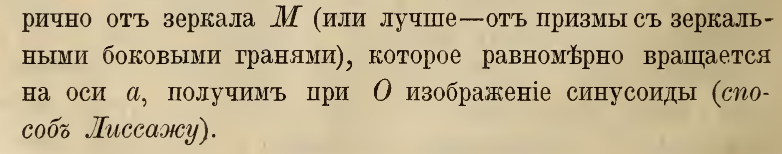


Черт. 2.

Пусть на концѣ камертона имѣется зеркальце m (черт. 3), на которое пущенъ тонкій пучокъ лучей Sm; при колебаніи оно не остается себѣ параллельнымъ, но поворачивается въ предѣлахъ малаго угла; отраженный пучокъ измѣняетъ направленіе и даетъ въ глазу или на экранѣ (вслѣдствіе продолжительности зрительныхъ впечатлѣній) изображеніе прямой линіи. Отражая этотъ пучокъ mM вторично отъ зеркала M (или лучше—отъ призмы съ зеркальными боковыми гранями), которое равномѣрно вращается на оси a, получимъ при O изображеніе синусоиды (*способъ Лиссажу*).



Черт. 3.



Черт. 4.

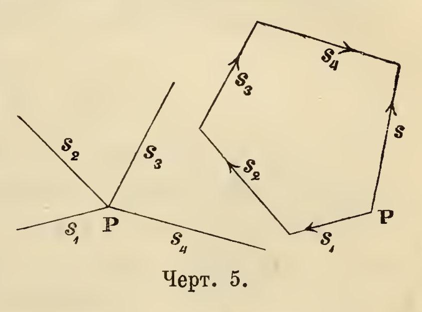
§ **10. Маятникъ.**—Изъ уравненій (1) видно, что отношеніе a/s ($=-4\pi^2/T^2$) есть постоянная, не зависящая отъ A. Всякій разъ, когда выполняется это условіе, движеніе есть простое колебаніе.

Малыя изохронныя колебанія маятника (длина его пусть $=l$)

можно считать прямолинейными. Такъ какъ, кромѣ того, при углѣ отклоненія α имѣемъ $a = \pm g \cdot \alpha$ (точнѣе $a = g \sin\alpha$) и $s = l \cdot \alpha$, слѣдовательно $a/s = g/l$, то это—простыя колебанія. Потому простое колебаніе называютъ иногда *маятничнымъ* (pendelartig, pendulaire). Заставля маятникъ записывать слѣдъ своего движенія (какъ въ § 9), получимъ синусоиду.

Сложеніе и разложеніе колебаній. Сложныя колебанія.

§ **11. Общее правило.**—Точка можетъ совершать одновременно нѣсколько простыхъ колебаній, которыя слагаются въ одно движеніе—по закону параллелограмма (или геометрическаго сложенія) движеній. Если s_1, s_2, s_3 . . . (черт. 5) изображаютъ величину и направленіе отдѣльныхъ *отклоненій*, то s будетъ составное отклоненіе. Такъ же слагаются *скорости* (v) и *ускоренія* (a). (Если многоугольникъ замкнется самъ собою, то составная величина $= 0$.)



Черт. 5.

Если періоды двухъ колебаній соизмѣримы, такъ что $n_1 T_1 = n_2 T_2$ (n_1 и n_2 цѣлыя числа), то составное движеніе будетъ періодическое, съ періодомъ $= n_1 T_1 = n_2 T_2$ [1]). Иначе получится непеstart періодическое движеніе.

Обратно, данное колебаніе можно разложить на два или болѣе слагаемыхъ, подъ условіемъ, чтобъ удовлетворялось правило сложенія.

I. Колебанія направлены по одной прямой.

§ **12. Наложеніе.**—Здѣсь *геометрическое* сложеніе обращается въ *алгебраическое*. Графически вопросъ рѣшается черезъ *наложеніе* (суперпозицію) синусоидъ: синусоида 2-го колебанія *накладывается* на синусоиду 1-го (или обратно), т.-е. строится кривая, коей ордината равна алгебраической суммѣ соотвѣтственныхъ ординатъ.

Отъ однихъ и тѣхъ же синусоидъ получится различный результатъ, смотря по разности фазъ.

---

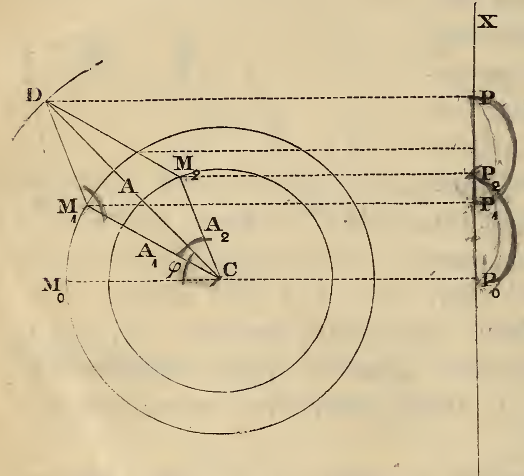
[1]) Подъ n_1, n_2 разумѣемъ *наименьшія* цѣлыя числа, дающія $n_1 T_1 = n_2 T_2$.

§ 13. 1) **Періоды T равны.**—Этотъ случай называется *интерференціей* колебаній (§ 36).—Изъ двухъ простыхъ колебаній здѣсь получится одно *простое же*, съ тѣмъ же періодомъ. Докажемъ это геометрически.

Пусть въ одномъ колебаніи отклоненіе есть P_0P_1; въ другомъ P_0P_2 (черт. 6). При соотвѣтственныхъ круговыхъ движеніяхъ вспомогательныя точки находятся въ M_1 и M_2. Построимъ параллелограммъ на M_1C и M_2C. Діагональ его CD дастъ проложеніе

$$P_0P = P_0P_1 + P_1P = P_0P_1 + P_0P_2,$$

т.-е. P_0P будетъ величина составного отклоненія.

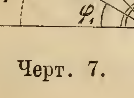


Черт. 6.

M_1 и M_2 движутся по своимъ кругамъ съ одинаковой угловой скоростью, слѣдовательно $\angle M_1CM_2$ не измѣняется. Длины сторонъ параллелограмма тоже неизмѣнны. Слѣд. и длина діагонали неизмѣнна. Т.-е. точка D описываетъ окружность, и притомъ равномѣрно, съ періодомъ T. Слѣд. искомое составное движеніе есть проложеніе равномѣрнаго кругового, т.-е. простое колебаніе того же періода T.

Амплитуда составного колебанія есть DC, фаза $= \angle DCM_0$. Итакъ, правило сложенія такое: подъ углами φ_1 и φ_2 (равными фазамъ слагающихъ) къ нѣкоторой прямой (черт. 7) проводимъ прямыя, по длинѣ равныя амплитудамъ A_1 и A_2; на нихъ строимъ параллелограммъ; длина и направленіе діагонали его дадутъ амплитуду A и фазу φ составного колебанія.

$$A^2 = A^2_1 + A^2_2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1).$$



Черт. 7.

Обратно, всякое простое колебаніе съ фазой δ можно разложить на два простыя, того же направленія и того же періода, подъ условіемъ, чтобъ

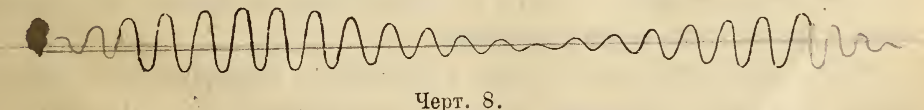
они удовлетворяли требованіямъ, показаннымъ на чертежѣ. — Если желаемъ, чтобъ у слагающихъ были постоянныя фазъ 0 и $\frac{1}{2}\pi$, то амплитуды будутъ $A\cos\delta$ и $A\sin\delta$.

§ **14.** *Частные случаи.*—*a*) Если при равенствѣ періодовъ и фазы *одинаковы*, получается колебаніе съ амплитудой $(A_1 + A_2)$; въ частномъ случаѣ, когда $A_1 = A_2$, получается $A = 2A_1$.—*b*) Если фазы *противоположны* (разнятся на π), составная амплитуда $= \pm(A_1 - A_2)$; въ частномъ случаѣ, когда $A_1 = A_2$, она обращается въ нуль, т.-е. колебанія взаимно уничтожаются.

§ 15. 2) **Періоды приблизительно, но не въ точности равны.**— Пусть числа колебаній въ единицу времени разнятся на малое число ν:

$$N_2 = N_1 + \nu, \text{ или } \frac{1}{T_2} = \frac{1}{T_1} + \nu.$$

На протяженіи немногихъ колебаній будетъ почти то же, что при строго-равныхъ періодахъ; но въ длинномъ рядѣ колебаній замѣтно чередованіе случая (*a*) одинаковыхъ фазъ и случая (*b*) фазъ противоположныхъ. Получится какъ бы рядъ простыхъ колебаній, періода T_1 или T_2, съ амплитудами, измѣняющимися отъ $(A_1 + A_2)$ до $(A_1 - A_2)$. Если A_1 и A_2 равны, то составная амплитуда имѣетъ предѣлами $2A_1$ и нуль [1]). Эти усиленія и угасанія колебаній («*біенія*») происходятъ по ν разъ въ единицу времени $(\nu = N_2 - N_1)$; соотвѣтственно имъ, звукъ то усиливается, то слабѣетъ. Графически движеніе изображается чертежомъ 8.



Черт. 8.

§ 16. 3) **Періоды T_1 и T_2 не равны, но соизмѣримы.**—Мы уже знаемъ, что получится періодическое движеніе, и его періодъ равенъ наименьшему кратному отъ T_1 и T_2. Результатъ легко строить графически, чрезъ наложеніе синусоидъ.

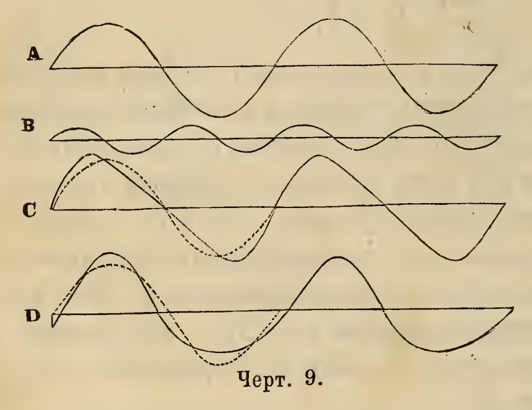
Черт. 9 показываетъ сложеніе двухъ колебаній (A, B), коихъ

[1]) Два колебанія представятся такъ: $s_1 = A_1 \sin(2\pi t / T_1)$ и $s_2 = A_2 \sin(2\pi t / T_1 + 2\pi\nu t)$, т.-е. какъ имѣющія одинаковый періодъ, но измѣнчивую разность фазъ, которая періодически проходитъ (ν разъ въ единицу времени) черезъ нуль и черезъ π.

періоды относятся какъ 2 : 1. Результатъ сложенія (C, D) различенъ, смотря по разности фазъ.

§ 17. 4) **Приближенные случаи.**—Если періоды двухъ колебаній *приблизительно* относятся какъ 1 : 2, 2 : 3, 1 : 3 и т. под., то получается почти такой же результатъ, какъ и при *точномъ* отношеніи; но кривая не сохраняетъ одну и ту же форму, а послѣдовательно принимаетъ разныя формы, соотвѣтствующія различнымъ величинамъ разности фазъ, напр. изъ вида C постепенно переходитъ въ форму D (черт. 9).

§ 18. **Гармоническія колебанія.** — **Теорема Фурье.** — Простыя колебанія, коихъ періоды относятся какъ $1 : {}^1/_2 : {}^1/_3 : {}^1/_4 : \ldots$ (или числа колебаній—какъ 1 : 2 : 3 : 4:...), называются *гармоническими*; изъ нихъ первое (съ наименьшимъ числомъ колебаній) называется *основнымъ*, прочія *верхними*.



Черт. 9.

Изъ предыдущаго видно, что такія колебанія, сколько бы ихъ ни было и каковы бы ни были амплитуды и фазы, въ результатѣ сложенія дадутъ всегда періодическое движеніе съ періодомъ основного. Смотря по амплитудамъ и фазамъ, это движеніе можетъ быть весьма различно.

Фурье доказалъ, что *большаго ранообразія* періодическихъ движеній съ даннымъ періодомъ *нельзя и представить себѣ*. По «*теоремѣ Фурье*», *всякое* періодическое движеніе съ періодомъ T можно составить чрезъ сложеніе простыхъ, съ періодами T, ${}^1/_2 T$, ${}^1/_3 T$, ${}^1/_4 T$ и т. д.,—и притомъ составить *однимъ только способомъ* (т.-е. амплитуды и фазы всѣхъ слагающихъ — вполнѣ опредѣленныя). Иначе говоря, всякое періодическое движеніе съ періодомъ T *разлагается* на простыя гармоническія, при чемъ періодъ основного есть T.— Число этихъ слагающихъ можетъ быть конечное или безконечное; нѣкоторыя гармоническія колебанія могутъ отсутствовать (имѣть амплитуду $= 0$).

Этимъ самымъ отчасти оправдывается названіе *простого* колебанія. Изъ колебаній *иного* типа нельзя, *говоря вообще,* сложить *любое* періодическое движеніе (хотя есть такіе типы, которые могутъ служить для этой цѣли).

II. Колебанія направлены взаимно-перпендикулярно.

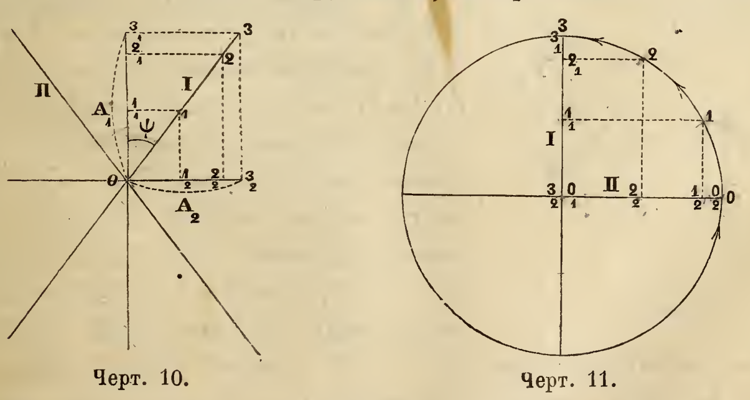
§ **19.** 1) **Періоды одинаковы.** — Въ общемъ случаѣ получается колебаніе по *эллипсу* (эллиптическое), который въ частныхъ случаяхъ (a, b) обращается въ прямую линію или въ окружность.

a) *Разность фазъ* = 0. Въ этомъ случаѣ отклоненія s_1 и s_2 остаются пропорціональными между собой и при сложеніи дадутъ точки *прямой* линіи (I) черт. 10. (Получается простое колебаніе съ амплитудой $A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2}$, подъ такимъ угломъ, что $\tan\psi = A_2/A_1$, и съ той же фазой, какая у слагающихъ.

Обратно: простое колебаніе съ амплитудой A по линіи I можно разложить на два взаимно-перпендикулярныя простыя, съ амплитудами $A_1 = A\cos\psi$, $A_2 = A\sin\psi$, безъ разности фазъ (ψ — уголъ 1-го слагающаго колебанія съ линіей I).)

Разность фазъ = π. — Здѣсь опять получится прямолинейное простое колебаніе, по линіи (II), симметричной съ прежнею ($\tan\psi = -A_2 / A_1$) съ той же фазой, какъ у 1-го слагающаго.

§ **20.** — *b*) *Разность фазъ* = $\pi/2$, *амплитуды A равныя.* — Оба колебанія суть проложенія круговыхъ, совершаемыхъ по одному и



Черт. 10. Черт. 11.

тому же кругу; но въ тотъ моментъ, когда вдоль I точка проходитъ чрезъ 0_1 вверхъ (черт. 11), вдоль II она уже совершила первую четверть колебанія (отъ центра до 0_2). Слагая отклоненія ($0_1 1_1$ съ $0_1 1_2$,

$0_1 2_1$ съ $0_1 2_2 \ldots$), видимъ, что концами діагоналей будутъ точки вспомогательной окружности (1, 2,...), которая и будетъ траекторіей составного колебанія.

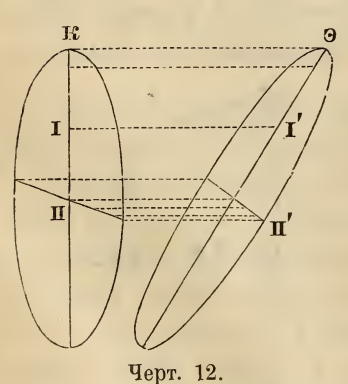
Итакъ, составное движеніе будетъ *равномѣрное, круговое, противъ стрѣлки часовъ* («*налѣво*»); радіусъ круга $= A$. (Прохожденія чрезъ концы діаметровъ I и II совершаются одновременно съ прохожденіями черезъ тѣ же точки при отдѣльныхъ слагающихъ колебаніяхъ.)

Разность фазъ $= 3\pi/2$ (или, что все равно, $= -\,{}^1/_2\pi$), *амплитуды равныя.* — Получится круговое равномѣрное движеніе *по стрѣлкѣ часовъ* («*направо*»).

(Въ 1-мъ случаѣ колебаніе по II *упреждало* на ${}^1/_4\,T$, теперь *опаздываетъ* на ${}^1/_4\,T$. Круговое движеніе направлено всегда *отъ положительнаго конца упреждающаго колебанія къ положительному концу опаздывающаго.*—У насъ за положительный конецъ для вертикальной линіи I былъ принятъ верхній, а для горизонтальной линіи II—правый конецъ.)

21. *Лемма.*—Два простыя колебанія равнаго періода, направленныя подъ какимъ-либо угломъ одно къ другому и имѣющія какія угодно амплитуды, слагаются вообще въ *эллиптическое* колебаніе, если разность фазъ $= \pi/2$ (или $3\pi/2$).

Проложимъ черт. 11 на какую-либо плоскость (черт. 12). Проложеніемъ круга *K* будетъ *эллипсъ Э* (косое сѣченіе прямого круглаго цилиндра). Проложенія простыхъ колебаній по I и II будутъ, очевидно, *также простыя колебанія* по I′ и II′, вообще говоря—неравной амплитуды и не перпендикулярныя между собой [1]). Точки эллипса (проложенія точекъ окружности) будутъ концами діагоналей, построенныхъ на соотвѣтственныхъ отклоненіяхъ по I′ и II″. Измѣняя положеніе новой плоскости, можно получить какое угодно отношеніе амплитудъ колебаній I′ и II′ и какой угодно наклонъ ихъ другъ къ другу. Фазы же колебаній I′ и II′ будутъ такія же, какъ у I и II.—Слѣдовательно, теорема доказана.



Черт. 12.

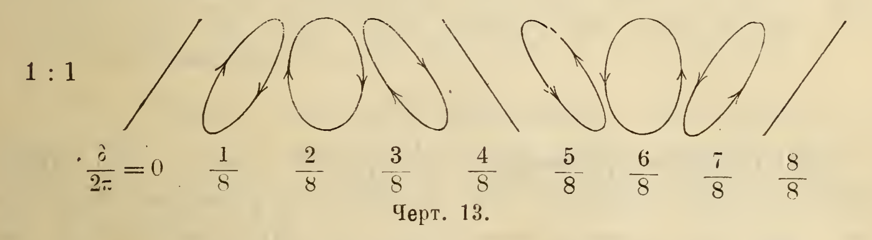
---

[1]) Прямыя I′ и II″ будутъ такъ-называемые *сопряженные діаметры* эллипса; если онѣ взаимно-перпендикулярны, то служатъ *главными осями* эллипса.

§ 22. *Общій случай.*—Теперь ясно, что въ самомъ общемъ случаѣ двухъ перпендикулярныхъ [1]) колебаній равнаго періода (съ какими угодно амплитудами и фазами) получится колебаніе эллиптическое.

Пусть колебанія направлены по линіямъ I и II. По § 13 каждое изъ нихъ можно разложить на два, направленныя по той же прямой и имѣющія разность фазъ $=\pi/2$. Такимъ образомъ получимъ 4 колебанія: (I, 0); (I, $^1/_2\pi$); (II, 0); (II, $^1/_2\pi$). Изъ нихъ (I, 0) и (II, 0), по § 19, сложатся въ одно прямолинейное (простое) съ фазой 0; (I, $^1/_2\pi$) и (II, $^1/_2\pi$) дадутъ также прямолинейное, съ фазой $\pi/2$. Въ концѣ получаемъ два, различно направленныхъ, простыхъ колебанія съ фазами 0 и $\pi/2$; изъ сложенія ихъ, по § 21, выйдетъ эллиптическое колебаніе [2]).

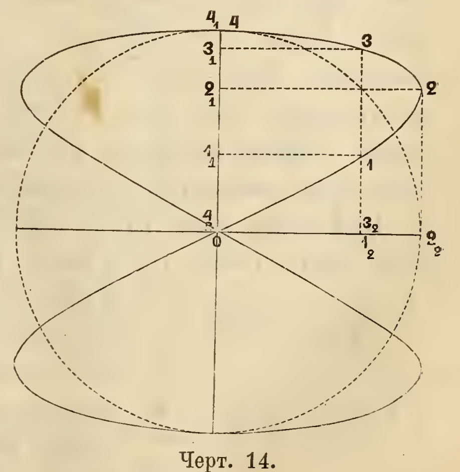
Такимъ образомъ при сложеніи двухъ перпендикулярныхъ колебаній равнаго періода, смотря по разности фазъ, получаются траекторіи, изображенныя на черт. 13.



Черт. 13.

Если періоды не въ точности равны, то форма траекторіи постепенно переходитъ чрезъ всѣ эти виды.

§ 23. 2) **Періоды относятся какъ 1:2, 1:3, 2:3 и т. д.**—Построеніе траекторій легко дѣлать графически, по точкамъ. Черт. 14 показываетъ сложеніе для случая, когда періоды относятся какъ 2 : 1 (по вертикальному направленію періодъ вдвое больше) и фазы одинаковы. Въ тѣ моменты, когда при



Черт. 14.

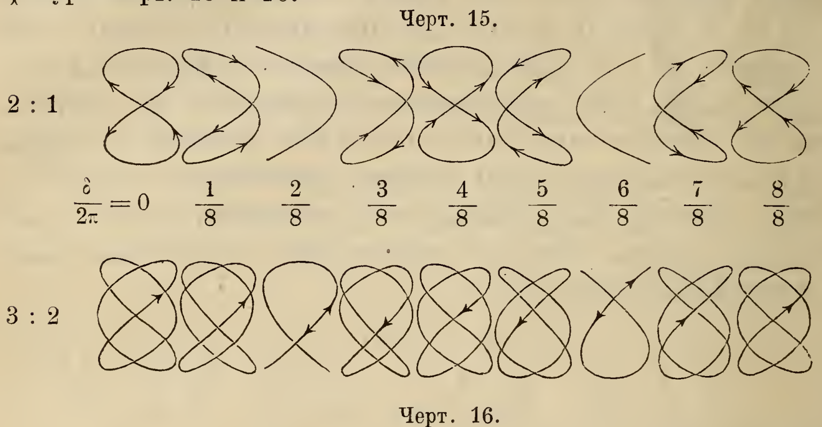
[1]) Или даже и не перпендикулярныхъ, а наклонныхъ.

[2]) Эту теорему легко обобщить на любое число простыхъ колебаній равнаго періода, какъ угодно направленныхъ и имѣющихъ произвольныя амплитуды и фазы: въ результатѣ сложенія получается вообще эллиптическое колебаніе (въ частныхъ случаяхъ—круговое или прямолинейное).

вертикальномъ колебаніи точка была бы въ 1_1, 2_1, 3_1..., по горизонтальному колебанію она должна быть въ 1_2, 2_2, 3_2...; складывая геометрически соотвѣтственныя отклоненія, получимъ точки 1, 2, 3... траекторіи.

При періодахъ 2 : 1 и 3 : 2, смотря по разности фазъ, получаются фигуры черт. 15 и 16.

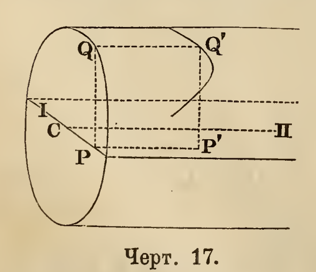
Черт. 15.



Черт. 16.

§ 24. **Свойство траекторій.**—Всѣ фигуры каждаго изъ такихъ рядовъ («фигуры Лиссажу») суть проложенія на различныя плоскости отъ нѣкоторой пространственной (не плоской) криволинейной фигуры, именно—отъ нѣкоторой синусоиды, навернутой на круглый цилиндръ. При этомъ отношеніе длины окружности цилиндра къ длинѣ волны синусоиды соотвѣтствуетъ отношенію періодовъ, а отношеніе радіуса цилиндра къ амплитудѣ синусоиды соотвѣтствуетъ отношенію амплитудъ слагаемыхъ колебаній.

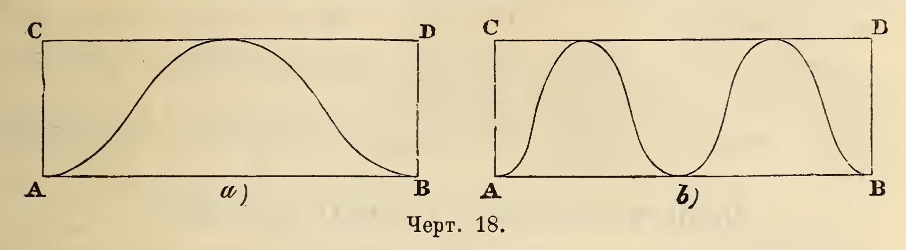
Въ самомъ дѣлѣ, пусть точка движется равномѣрно по вертикальному кругу (черт. 17) и въ то же время совершаетъ колебаніе по перпедикулярной къ нему горизонтальной линіи, такъ что въ данный моментъ отклонена отъ плоскости круга на разстояніе QQ' и находится въ Q'. Точка Q' опишетъ на цилиндрѣ, имѣющемъ кругъ своимъ основаніемъ, кривую, которая, если развернуть цилидрическую поверхность въ плоскость, окажется синусоидой. Проложеніе же точки Q' на какую-нибудь плоскость, проходящую черезъ ось цилиндра (наприм., на



Черт. 17.

плоскость I, II), будетъ совершать два простыхъ колебанія вдоль I и вдоль II.

Такимъ образомъ, свернувъ чертежъ 18, a въ цилиндрическую



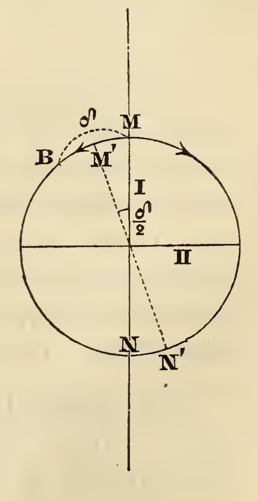
Черт. 18.

трубку (такъ, чтобы AC и BD совпали) и разматривая его проложеніе на плоскость параллельную оси цилиндра [1]), получимъ одну изъ фигуръ чертежа 13. Чертежъ 18, b дастъ фигуры черт. 14 и 15.

Когда отношеніе періодовъ не вполнѣ точно 1 : 1 или 1 : 2, цилиндръ какъ бы вращается въ ритмъ біеній, и всѣ фигуры смѣняются послѣдовательно.

§ 25. **Теорема о круговыхъ колебаніяхъ.**—*Два круговыя колебанія, правое (I) и лѣвое (II), равнаго періода и равнаго радіуса A, слагаются въ прямолинейное, по линіи встрѣчи двухъ обращеній, съ амплитудой* $=2A$.

Пусть будутъ M и N (черт. 19) тѣ точки, которыя проходятся одновременно при правомъ и лѣвомъ круговращеніи (точки встрѣчи). По § 20, *лѣвое* вращеніе можно разложить на два прямолинейныхъ простыхъ: одно по I, съ фазой $\pi/2$, другое по II съ фазой π. *Правое* вращеніе разложится на два: по I съ фазой $\pi/2$, и по II съ фазой 0. Изъ 4-хъ прямыхъ колебаній два, направленныя по II—взаимно уничтожаются, а два направленныя по I—даютъ одно простое же двойной амплитуды.



Черт. 19.

Если *правое* вращеніе было задержано и стало опаздывать на уголъ δ, такъ что когда при лѣвомъ вращеніи точка уже въ M, при правомъ

[1]) Для этого, навернувъ чертежъ на стеклянную цилиндрическую трубку (окружности $= AB$), намѣчаютъ на ней кривую непрозрачной краской и разсматриваютъ тѣнь кривой, брошенную параллельными лучами на экранъ.

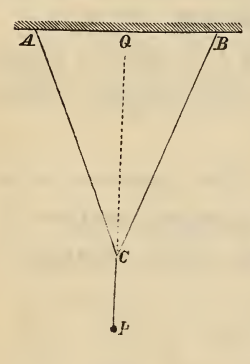
она еще въ B,—то линія встрѣчи поворотится на уголъ $\delta/2$ *влѣво* (въ $M'N'$) и совокупность двухъ вращеній дастъ колебаніе по $M'N'$. Если опоздаетъ *лѣвое* вращеніе, направленіе составного колебанія поворотится *вправо* [1]).

Обратно, всякое простое колебаніе можно разложить на два круговыя, правое и лѣвое, того же поріода.

Эти замѣчанія важны для Оптики (вращательная поляризація свѣта).

Опытная иллюстрація сложныхъ колебаній.

§ 26. **Двойной маятникъ**.—Сложеніе медленныхъ колебаній можно обнаружить особаго рода маятникомъ (черт. 20): тяжелое тѣло P виситъ на нити PC, укрѣпленной при C въ точкѣ встрѣчи двухъ нитей CA и CB.—P можетъ колебаться въ любой плоскости, какъ маятникъ длины CP; въ плоскости перпендикулярной къ чертежу можетъ, кромѣ того, колебаться какъ маятникъ длины QP. Давая отношенію $PQ : PC$ различныя величины, можемъ получать случаи §§ 16 и 23. (На черт. 20 это отношеніе $= 4$, что дастъ намъ случаи черт. 9 и черт. 15.)



Черт. 20.

§ 27. **Калейдофонъ**. — Упругій стержень, укрѣпленный на одномъ концѣ, слегка отгибаютъ за другой конецъ. Стержень приходитъ въ колебанія; если они достаточно быстры, траекторія, описываемая свободнымъ концомъ, видна вся сразу. Колебанія можно вызвать одновременно по двумъ поперечнымъ направленіямъ, что́ даетъ либо (для стержня съ круглымъ или квадратнымъ сѣченіемъ) фигуры черт. 13, либо (при другихъ формахъ сѣченія) фигуры черт. 15, 16 и т. д.

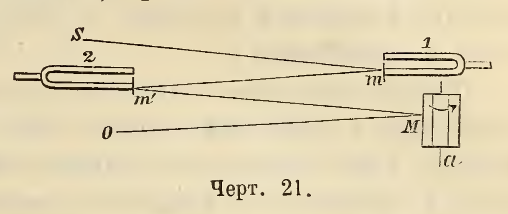
§ 28. **Пишущіе камертоны**. — Камертонъ, подобный описанному въ § 9, пишетъ слѣдъ своего колебанія на закопченномъ стеклышкѣ, придѣланномъ къ другому звучащему камертону. Если оба камертона

---

1) Если правое и лѣвое вращеніе имѣютъ *приблизительно* равные періоды, то результатъ будетъ таковъ, какъ еслибы періоды были точно равны, но разница фазъ постепенно измѣнялась (§ 15, примѣч.). Легко видѣть, что точка будетъ описывать звѣздообразную фигуру.

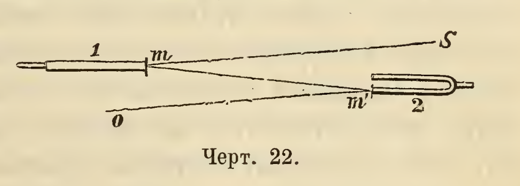
колеблются параллельно, получается прямая линія; но равномѣрно двигая одинъ изъ камертоновъ, получимъ кривыя § 12. Если колебанія взаимно перпендикулярны, получатся фигуры Лиссажу (§§ 22, 23); при этомъ двигать камертонъ не нужно.

§ 29. **Оптическая метода Лиссажу.**—Тонкій пучокъ лучей Sm (какъ въ § 9), отразившись отъ зеркальца m камертона 1, идетъ на зеркальце m' другого камертона 2, отражается отъ m' и затѣмъ— отъ зеркальной призмы M, вращаемой около оси a (черт. 21). Окончательно отраженный лучъ MO дастъ при O изображеніе одной изъ кривыхъ § 12.



Черт. 21.

Если колебанія взаимно-перпендикулярны (черт. 22, гдѣ 1 колеблется перпендикулярно къ чертежу, а 2—въ плоскости чертежа), то получимъ при O фигуры Лиссажу. (Зеркальной призмы здѣсь не нужно.)



Черт. 22.

Для этихъ опытовъ (§§ 28, 29) удобны электромагнитные камертоны (§ 32).

B. Динамическія замѣчанія о колебаніяхъ.

§ 30. **Происхожденіе и передача колебаній.**—Во всякомъ тѣлѣ, (упруго-твердомъ, капельно-жидкомъ, газообразномъ) взаимная связь частей ведетъ къ тому, что:

1) Перемѣщеніе какой-нибудь частицы вызываетъ *силу упругости*, которая стремится возвратить частицу въ прежнее положеніе, и этимъ самымъ *поддерживаетъ* ея движеніе (какъ тяжесть поддерживаетъ качанія маятника). Если эта сила во всякій моментъ направлена противоположно отклоненію частицы и пропорціональна величинѣ этого отклоненія (и если при томъ другихъ, внѣшнихъ силъ—нѣтъ), то условіе § 10 будетъ выполнено и частица будетъ совершать *простое колебаніе.*

2) Перемѣщеніе одной частицы нарушаетъ равновѣсіе остальныхъ, и движеніе *передается* смежнымъ частицамъ и т. д. по всему

тѣлу, и далѣе—на другія тѣла. Какъ происходитъ эта передача, увидимъ послѣ. Теперь скажемъ только, что колебаніе передается *съ тѣмъ же періодомъ:* всѣ частицы тѣла приходятъ въъ колебанія одинаковаго періода.

§ 31. **Колебанія свободныя и принужденныя**.—Такія колебанія, которыя поддерживаются *только* внутренними силами (силами упругости), называются *свободными*. (Внѣшняя сила, послужившая первоначальной причиной колебаній, подѣйствовала какъ стимулъ и затѣмъ не дѣйствуетъ.)

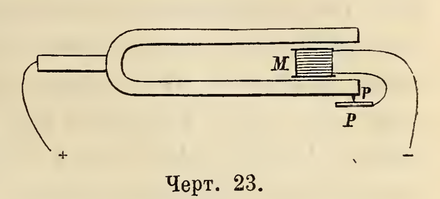
Періодъ свободныхъ колебаній опредѣляется не этимъ внѣшнимъ стимуломъ, а свойствами самого тѣла (формой, размѣрами, веществомъ). Какъ увидимъ, для даннаго тѣла возможны *не всякія* свободныя колебанія, а только—съ *опредѣленными* періодами: тѣло имѣетъ *собственные періоды* (собственные тоны). Есть тѣла, имѣющія, можно сказать, только *одинъ* періодъ и способныя только къ простымъ колебаніямъ съ этимъ періодомъ (камертонъ). Другія тѣла имѣютъ *нѣсколько гармоническихъ періодовъ* (§ 18) и могутъ совершать либо соотвѣтственныя простыя колебанія, либо составленныя изъ этихъ послѣднихъ (струна, органная труба). Наконецъ есть тѣла съ *негармоническими періодами,* могущія совершать либо простое колебаніе, либо сложное (уже не строго-періодическое) движеніе негармоническаго состава (пластинка, колоколъ).

Кромѣ свободныхъ, могутъ быть *принужденныя* колебанія, когда на тѣло дѣйствуетъ періодически внѣшняя сила. Если она значительна, то даетъ частицамъ тѣла колебаніе того періода, который сама она имѣетъ и который можетъ не совпадать съ собственными періодами тѣла. Но съ прекращеніемъ силы—прекращается принужденное колебаніе.

§ 32. **Угасаніе и поддержка колебаній**.—Безъ поддержки извнѣ, свободныя колебанія мало-помалу *угасаютъ* (т.-е. уменьшаютъ *амплитуду*), вслѣдствіе внѣшняго и внутренняго тренія, оставаясь при этомъ все время *изохронными* (на *періодъ* эти сопротивленія не вліяютъ).

Если внѣшняя сила имѣетъ періодъ, соотвѣтствующій собственному періоду тѣла, то она *поддерживаетъ* дольше и безъ ослабленія свободныя колебанія его.

Такая поддержка колебаній ритмическою внѣшнею силой производится, напримѣръ, въ *электромагнитномъ камертонѣ* (черт. 23): каждый взмахъ зубцовъ наружу сопровождается замыканіемъ, на моментъ, электрическаго тока въ обмоткѣ электромагнита *M* (ибо остріе *p* прикасается къ пластинкѣ *P*), и электромагнитъ своимъ намагнитившимся желѣзомъ даетъ какъ бы обратный толчокъ стальнымъ зубцамъ (какъ въ маятникѣ со спускомъ).



Черт. 23.

§ **33. Резонансъ**.—Даже слабая сила, если она ритмически дѣйствуетъ въ періодъ собственныхъ колебаній тѣла,—вызываетъ и поддерживаетъ эти колебанія. Такъ воздушныя колебанія, идущія отъ звучащаго камертона къ другому *унисонному*, приводятъ его въ колебаніе,—производятъ *отзвукъ* или *откликъ (резонансъ)*. Онъ прекращается, если *разстроимъ* камертопы (наприм. наклеивъ на зубецъ одного изъ нихъ кусочекъ воска), такъ что они будутъ не вполнѣ унисонны и дадутъ біенія (§ 15). Воздухъ, содержащійся въ открытомъ сосудѣ, резонируетъ на тотъ или другой камертонъ, смотря по формѣ и размѣрамъ сосуда.

Если внѣшнее движеніе имѣетъ сложный характеръ, но, будучи разложено по теоремѣ Фурье (§ 18), имѣетъ въ числѣ слагающихъ такое простое колебаніе, которое соотвѣтствуетъ періоду тѣла,—то послѣднее откликнется. Въ этомъ случаѣ тѣло, можемъ сказать, *разложитъ* доходящее до него движеніе на простыя колебанія, и изъ нихъ усвоитъ себѣ (поглотитъ) тѣ, которыя соотвѣтствуютъ его собственнымъ періодамъ. (Аналогія съ избирательнымъ поглощеніемъ свѣта).

Такое разложеніе происходитъ всякій разъ, когда мы приводимъ тѣло въ звучаніе. Трогая струну пальцемъ или смычкомъ, мы даемъ ей сложное движеніе; но усвоится и останется изъ него лишь то, что подходитъ къ свойствамъ струны. Вдувая воздухъ въ органную трубу, мы также производимъ сложное движеніе, но результатомъ будетъ лишь собственный тонъ (или тоны) данной трубы (§ 31).

§ **34. Сложеніе малыхъ дѣйствій**.—Тѣло, въ которомъ *малыя* колебанія имѣютъ характеръ *простыхъ* колебаній, уклоняется отъ

этого типа, когда выведено изъ равновѣсія *значительною* силой: при этомъ сила упругости (§ 30) уже *не* пропорціональна отклоненію. (Такъ камертонъ при большихъ размахахъ даетъ и гармоническіе тоны).

Въ такихъ случаяхъ простое сложеніе дѣйствій двухъ внѣшнихъ силъ уже оказывается недостаточнымъ. Подъ дѣйствіемъ двухъ періодическихъ силъ (съ періодами $T_1 = 1/N_1$ и $T_2 = 1/N_2$) являются не только колебанія съ періодами T_1, T_2, но еще другія, коихъ періоды суть $1/2\,T_1$; $1/2\,T_2$; $T_1T_2/(T_1 - T_2)$; $T_1T_2/(T_1 + T_2)$, а числа колебаній равны $2N_1$; $2N_2$; $N_2 - N_1$; $N_2 + N_1$. Два послѣдніе типа даютъ *комбинаціонные тоны* (разностные и суммовые).

Дѣйствія же *малыхъ силъ просто складываются:* т.-е., зная движенія, вызываемыя тою и другою силою порознь и сложивъ эти движенія по правилу § 11, получимъ то движеніе, которое произойдетъ при совмѣстномъ дѣйствіи двухъ силъ.

§ 35. **Энергія колебаній.**—Кинетическая энергія $1/2\,mv^2$ (живая сила) простого колебанія періодически измѣняется между нулемъ и нѣкоторымъ *maximum*. Средняя величина ея, по вычисленіи, оказывается равною $K = \pi^2 mA^2/T^2$, т.-е. равна $1/2$ максимальной; она, *ceteris paribus*, пропорціональна *квадрату амплитуды* колебанія. Этою величиной опредѣляется механическая *напряженность* (сила) колебанія; ей соотвѣтствуетъ *сила ощущенія*, вызываемаго простымъ тономъ данной высоты, свѣтомъ даннаго цвѣта (§ 44).

Ближайшею причиной ощущенія служатъ не колебанія въ звучащемъ или свѣтящемъ тѣлѣ, а колебанія, возбужденныя этимъ источникомъ въ смежности уха или глаза и въ самомъ органѣ. Амплитуда этихъ послѣднихъ колебаній, при томъ же состояніи источника, тѣмъ слабѣе, чѣмъ онъ дальше (§ 44).

Полная энергія массы, совершающей простое колебаніе, остается постоянною; потенціальная энергія имѣетъ *maximum*, когда кинетическая обращается въ нуль, и обратно.

§ 36. **Интерференція колебаній.**—Когда происходятъ два простыя колебанія равнаго періода и по *одной* линіи, то амплитуда A составного колебанія (также простого, § 13) зависитъ, между прочимъ, отъ разности фазъ, а именно $A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)$. Кинетическая энергія составного колебанія и его напряженность опредѣляются этой величиной A^2, которая, какъ видимъ, не просто равна

суммѣ величинъ, соотвѣтствующихъ отдѣльнымъ колебаніямъ (A_1^2, A_2^2), а, смотря по фазамъ, можетъ измѣняться отъ $(A_1 - A_2)^2$ до $(A_1 + A_2)^2$. Въ этомъ случаѣ говорятъ, что колебанія *интерферируютъ*.

Но если два простыя колебанія равнаго періода *перпендикулярны взаимно,* то въ каждый моментъ скорость составного колебанія $v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$, слѣд. кинетическая энергія ($\frac{1}{2}mv^2$) есть сумма двухъ отдѣльныхъ кинетическихъ энергій ($\frac{1}{2}mv_1^2$ и $\frac{1}{2}mv_2^2$). Средняя величина этой энергіи также всегда есть просто сумма среднихъ энергій того и другого колебанія, а слѣд. напряженности *просто суммируются;* ни въ какомъ случаѣ результатомъ двухъ такихъ колебаній не можетъ получиться отсутствіе движенія, и два ощущенія не могутъ уничтожиться взаимно. О такихъ взаимно-перпендикулярныхъ колебаніяхъ говорятъ, что они *не способны интерферировать* [1]).

II.

ВОЛНЫ.

A. Распространеніе волнъ въ одной средѣ.

Поперечныя и продольныя волны.

§ 37. **Волны на линейномъ тѣлѣ.**—Опытъ и теорія упругости показываютъ, что колебаніе какой-либо точки (частицы) тѣла влечетъ за собою подобныя же колебанія другихъ точекъ,—распространяется по тѣлу. Достигнувъ предѣловъ тѣла, передача движенія идетъ и далѣе въ другія тѣла, и т. д.

Разсмотримъ сперва *матеріальную прямую линію;* на практикѣ ей приблизительно соотвѣтствуютъ: натянутая струна, тонкій прямой стержень, тонкій каналъ съ жидкостью или газомъ.

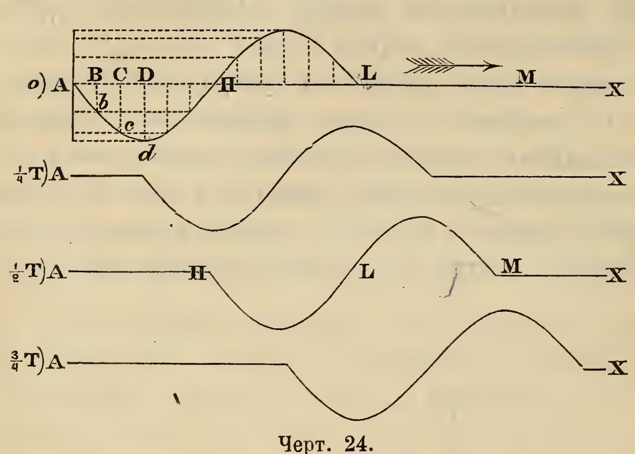
Волна здѣсь можетъ быть двоякаго рода: *поперечная* (колебанія вездѣ перпендикулярны къ линіи) или *продольная* (колебанія направлены вдоль самой линіи).

---

[1]) Когда колебанія I и II наклонны одно къ другому, то, разложивъ II на два слагающія, одно по линіи I, другое перпендикулярное къ I, получимъ интерференцію между первымъ слагающимъ и колебаніемъ I.

Такъ какъ поперечная и продольная волна распространяются съ *различными* скоростями (§ 49), то *косвенное* колебаніе не *распространяется безъ разложенія*: оно идетъ двумя отдѣльными волнами (поперечное проложеніе колебанія даетъ одну волну, продольное—другую).

§ **38. а) Поперечныя**. Пусть конецъ A (черт. 24) совершилъ одно простое колебаніе *поперекъ* линіи AX. Движеніе распространяется такимъ образомъ, что равно отстоящія точки B, C, D... поочередно совершаютъ *такое же* колебаніе (по тому же направленію, съ тѣмъ же періодомъ и тою же амплитудой), но съ постепеннымъ равномѣрнымъ *запаздываніемъ* или *уменьшеніемъ фазы*. Это мы и обозначаемъ, говоря, что по линіи, отъ A къ X, *идетъ поперечная волна*, съ опредѣленною постоянною *скоростью волны*.



Черт. 24.

Въ то время, когда A, пройдя чрезъ всѣ фазы колебанія, возвратилась въ A,—точка B (взятая на такомъ разстояніи AB, что опаздываетъ на $^1/_{12}T$) находится въ b, C въ c и т. д. На протяженіи AL всѣ точки захвачены движеніемъ и образуютъ, вмѣсто прямой, кривую (очевидно *синусоиду*); далѣе L волна еще не дошла. Пространство, пройденное волною въ теченіе періода T, есть слѣд. $AL = \lambda$; оно называется *длиною волны*. *Скорость волны* будетъ $V = \lambda / T$; такъ что $\lambda = VT$.

По мѣрѣ того какъ B, C.... будутъ доканчивать свое колебаніе, волна будетъ подвигаться къ X. Чрезъ $^1/_2T$ всѣ точки AH успокоятся, точки HL будутъ въ фазахъ противоположныхъ первоначальнымъ, а точки LM будутъ захвачены движеніемъ и образуютъ новую полуволну. Еще черезъ $^1/_2T$ волна перемѣстится еще на $^1/_2\lambda$ далѣе, и т. д.

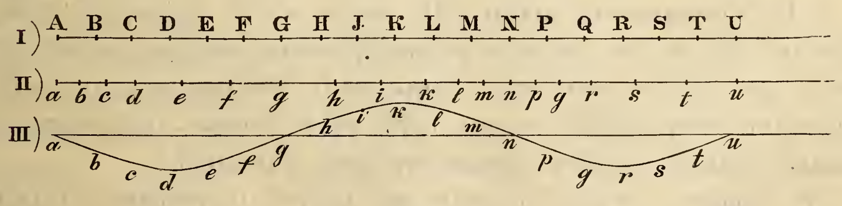
Такія поперечныя волны легко вызывать на длинной веревкѣ, одинъ конецъ которой укрѣпленъ, а другому сообщается рукою небольшое отклоненіе.

§ **39**. Мы разсмотрѣли «одинокую волну». Если A не ограничилась *однимъ* колебаніемъ, а повторяетъ его, то по AX пойдетъ непрерывный *рядъ волнъ;* число ихъ въ 1-цу времени равно числу колебаній ($N = 1/T$). При этомъ каждая точка линіи, лежащая на разстояніи x отъ начальной A, опаздываетъ сравнительно съ A на время τ, пропорціональное x, другими словами—имѣетъ уменьшеніе фазы пропорціональное x; а для $x = \lambda$, $\tau = T$, или $\delta = 2\pi$. Такимъ образомъ $\tau : T = \delta : 2\pi = x : \lambda$. Если въ A отклоненіе слѣдуетъ закону $s = A \sin(2\pi t/T)$, то въ точкѣ на разстояніи x оно будетъ

$$s' = A \sin 2\pi \left(\frac{t-\tau}{T}\right) = A \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right).$$

§ **40. b) Продольныя.**—Колебаніе въ A можетъ совершаться *продольно,* т.-е. вдоль линіи AX. Происходитъ *продольная волна,* при которой форма линіи не измѣняется, а только измѣняются разстоянія между частицами линіи. Такую волну можно изображать *условно* прежнимъ чертежомъ; но теперь ординаты, проведенныя *вверхъ и внизъ,* изображаютъ соотвѣтственной величины отклоненія *направо и налѣво.* Все предыдущее распространяется и на этотъ случай.

На черт. 25 изображенъ рядъ продольныхъ волнъ (II) по линіи



Черт. 25.

(I) и условное изображеніе (III) этихъ волнъ. На протяженіи одной волны, отъ d до r, находимъ полуволну разрѣженную (отъ d до k) и полуволну сгущенную (отъ k до r). Не трудно доказать, что и *степень сгущенія* графически изображается также синусоидой (фаза которой на $^1/_2\pi$ больше, чѣмъ у кривой *отклоненій*).

Такая продольная волна идетъ по каучуковому снурку, натянутому грузомъ, всякій разъ когда увеличиваемъ или уменьшаемъ натяженіе,—или по проволочной винтообразной спирали, когда даемъ ей продольный ударъ.

§ 41. **Волны на плоскости.**—Въ случаѣ *матеріальной плоскости* (пластинка, перепонка) волна изъ точки первоначальнаго сотрясенія идетъ по всѣмъ направленіямъ. Если вещество *изотропно* (т. е. всѣ направленія въ немъ физически-безразличны), скорость волны по всѣмъ направленівмъ одинакова. Такимъ образомъ волна идетъ по *кругамъ*, и если въ точкѣ сотрясенія отклоненіе есть $s = A \sin (2\pi t/T)$, то на разстояніи r всѣ частицы совершаютъ отклоненіе

$$A' \sin 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda}\right).$$

Но чѣмъ дальше идетъ волна, тѣмъ большее число частицъ охватывается движеніемъ, и амплитуда A' колебанія постепенно уменьшается съ возрастаніемъ r.

Если колебаніе въ A *поперечно относительно пластинки* (перпендикулярно къ ней),—колебанія всѣхъ прочихъ точекъ также поперечны, и амплитуда, по симметріи, зависитъ *только* отъ величины r и не зависитъ отъ направленія. Колебаніе *въ плоскости* пластинки, вообще говоря, даетъ двѣ различныя волны, какъ и въ слѣдующемъ, болѣе общемъ, случаѣ тѣла 3-хъ измѣреній (волну поперечную и волну продольную).

§ 42. **Сферическія волны.**—Въ *тѣлѣ трехъ измѣреній* всякое колебаніе какой-либо частицы распространяется волнами во всѣ стороны,—по *сферамъ*, если тѣло изотропно [1]). Каждая изъ этихъ сферическихъ *поверхностей волны* есть мѣсто точекъ, имѣющихъ въ каждый данный моментъ одинаковую фазу колебаній.

Въ общемъ случаѣ колебаніе въ центрѣ (источникѣ) O даетъ начало *двумъ* сферическимъ волнамъ, идущимъ каждая со своей особой скоростью. Одна волна (быстрѣе идущая)—*продольная:* всякая частица колеблется перпендикулярно къ сферической поверхности, т.-е. вдоль радіуса сферы; другая волна—*поперечная:* частица колеб-

---

1) Распространеніе волнъ въ кристаллическихъ средахъ будетъ разсмотрѣно въ „Оптикѣ“.

лется перпендикулярно къ радіусу, оставаясь все время на касательной плоскости (или на сферѣ). Въ той и другой волнѣ амплитуда колебаній убываетъ съ разстояніемъ отъ O, и по данному направленію она обратно пропорціональна r; но, кромѣ того, амплитуда зависитъ отъ направленія радіуса. Такъ что если амплитуду въ центрѣ O сферы назовемъ A, то въ какой-нибудь точкѣ она $= kA/r$, гдѣ k зависитъ отъ угла линій r и A.

Такимъ образомъ, полагая, что въ центрѣ O колебаніе совершается по закону $s = A \sin(2\pi t/T)$, находимъ, что въ другой точкѣ въ моментъ t будутъ два отклоненія: 1) по радіусу:

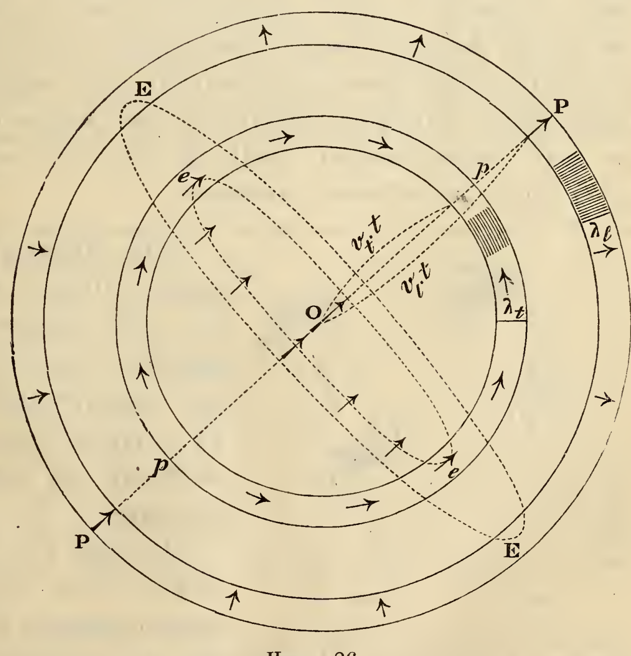
$$s_l = \frac{kA}{r} \sin\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda_l}\right),$$

и 2) по касательной:

$$s_t = \frac{k'A}{r} \sin\ 2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{r}{\lambda_t}\right),$$

причемъ $\lambda_l = V_l T$ и $\lambda_t = V_t . T$ различны (такъ какъ скорость продольной волны V_l и скорость поперечной V_t различны).

Черт. 26 представляетъ схематическое распредѣленіе движенія въ моментъ t, предполагая, что въ моментъ $t = 0$ въ центрѣ O началось простое колебаніе періода T, и что, совершивъ одно полное колебаніе, точка O успокоилась (одинокія волны).



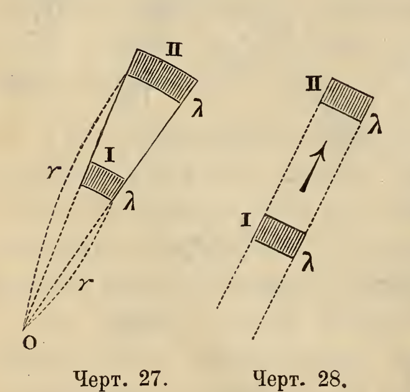
Черт. 26.

Въ моментъ t въ движеніи участвуютъ два сферическихъ слоя. Во *внутреннемъ* слоѣ (отъ $r = V_t . t$ до $r = V_t . t + \lambda_t$) всѣ частицы

отклонены вдоль касательныхъ, при чемъ амплитуды = 0 въ точкахъ *pp* (полюсахъ) и имѣютъ *maximum* въ точкахъ плоскости *ee* (экватора). Во *внѣшнемъ* слоѣ (отъ $r = V_l . t$ до $r = V_l . t + \lambda_l$) всѣ частицы отклонены по радіусамъ, при чемъ амплитуды—наибольшія въ *PP*, и равны нулю—въ точкахъ экватора *EE*. (Въ каждомъ изъ двухъ слоевъ внутренняя граница соотвѣтствуетъ точкамъ, *оканчивающимъ* движеніе, внѣшняя — точкамъ *начинающимъ*, и извнутри наружу фаза колебанія уменьшается.) Направленіе колебаній и величина амплитудъ указаны стрѣлками.

Если колебаніе въ *O* повторяется, то изъ *O* выходитъ непрерывный рядъ волнъ, и всѣ точки тѣла современемъ будутъ участвовать въ движеніи; каждая точка мѣняетъ фазу, но не мѣняетъ амплитуды движенія.

§ **43. Плоскія волны**.—Вдали отъ центра *O* волны́ и на небольшомъ протяженіи волны́ поверхность сферы можно разсматривать какъ плоскость, и волну сферическую—какъ *волну плоскую* Въ ней амплитуды вездѣ одинаковы; направленіе колебаній либо лежитъ въ плоскости волны (волна поперечная), либо перпендикулярно къ ней (продольная). Такой характеръ плоской волны будетъ имѣть волна на рядѣ параллельныхъ линій (§§ 38, 40), соотвѣтственныя точки которыхъ колеблются одинаково.



Черт. 27. Черт. 28.

§ **44. Энергія волны, напряженность**.—Полная энергія цѣлой волны (въ слоѣ толщины = λ) въ каждый моментъ слагается изъ двухъ частей--кинетической и потенціальной. Та и другая переносятся въ процессѣ волны на новыя и новыя части вещества.

По мѣрѣ того, какъ волна сферическая идетъ дальше, кинетическая энергія, бывшая въ массѣ I (черт. 27), передается на массу II, большую въ отношеніи $r'^2 : r^2$; при этомъ скорости частицъ, а слѣд. и амплитуды, коимъ эти скорости пропорціональны, должны уменьшаться въ отношеніи $r : r'$, какъ и было выше сказано. Такой убыли нѣтъ въ плоской волнѣ (черт. 28).

Въ случаѣ плоской волны простыхъ колебаній, на единицу поверхности слоя (толщины λ) приходится количество энергіи $E_1 = 2\pi^2 DA^2\lambda/T^2$ (D—плотность среды)[1]; половина этой энергіи—кинетическая, другая половина—потенціальная. Тотъ же разсчетъ годится и для небольшой части поверхности сферической волны.

Количество энергіи, переносимое рядомъ волнъ чрезъ единицу поверхности въ единицу времени, будетъ NE_1 ($= 2\pi^2 DA^2 V/T^2$). Оно служитъ мѣрою *механической напряженности* волнъ (объективною мѣрой силы звука, свѣта).

Изъ сказаннаго понятно, что сила звука или свѣта должна уменьшаться въ отношеніи квадратовъ разстояніи отъ источника; если же послѣдній весьма отдаленъ, то она не измѣняется замѣтнымъ образомъ съ дальнѣйшимъ увеличеніемъ разстоянія.

Заставляя часть звуковой волны итти внутри цилиндрическаго или конически-сходящагося твердаго канала, мы затруднимъ ея распространеніе въ бока, и напряженность не будетъ уменьшаться (или даже будетъ возрастать) по мѣрѣ поступанія волнъ. (Примѣръ встрѣтимъ въ § 54.) На этомъ основаны *говорныя* и *слуховыя трубы*. Въ оптикѣ соотвѣтственнаго эффекта достигаютъ, обращая сферическую волну въ плоскую посредствомъ вогнутыхъ зеркалъ или выпуклыхъ стеколъ.

§ 45. Отсутствіе поперечныхъ волнъ въ жидкостяхъ и газахъ.—Небольшую часть (I или II черт. 27) среды, пробѣгаемой рядомъ сферическихъ волнъ (или еще лучше—плоскихъ, черт. 28) можно уподобить соотвѣтственному пучку матеріальныхъ линій, разсмотрѣнныхъ выше. Изъ § 38 понятно, что въ случаѣ *поперечной* волны эта часть подвергается измѣненіямъ *формы;* но объемъ, а слѣд. и плотность вещества, въ ней не измѣняются замѣтно (если отклоненія малы сравнительно съ λ, что̀ и будемъ предполагать). Напротивъ, въ случаѣ *продольной* волны (§ 40) пучокъ не измѣняетъ формы, но подвергается сжатіямъ и расширеніямъ вещества—измѣненіямъ *плотности.*

Для того, чтобы поперечная волна могла распространяться, нужно, чтобы въ тѣлѣ, при измѣненіи формы частей его, развивались силы,

[1]) Т. е. столько же, какъ еслибы вся энергія была кинетическая и вся масса $D\lambda$) имѣла максимальную скорость колебанія ($2\pi A/T$).

стремящіяся возстановить форму. Въ тѣлахъ *жидкихъ и газообразныхъ,* не оказывающихъ сопротивленія измѣненію формы, такихъ силъ не возникаетъ, и потому въ нихъ *поперечныя волны не могутъ распространяться.* Напротивъ измѣненію плотности эти тѣла сопротивляются, а потому способны къ волнамъ продольнымъ. Въ тѣлахъ твердыхъ есть оба рода упругости и возможны оба рода волнъ.

Скорость волнъ (скорость звука).

§ **46. Формула Ньютона.**—Опытъ и теорія показываютъ, что, за исключеніемъ нѣкоторыхъ особыхъ случаевъ, скорость волны даннаго типа (продольной, поперечной) въ данномъ однородномъ тѣлѣ не зависитъ ни отъ періода колебаній, ни отъ амплитуды ихъ, если только амплитуда мала сравнительно съ длиною волны [1]). (Иначе музыка искажалась бы, смотря по тому, съ какого разстоянія и чрезъ какую среду мы ее слышимъ.) Исключая случай кристаллическихъ неизотропныхъ твердыхъ тѣлъ [2]), скорость волны не зависитъ также и отъ того, по какому направленію идетъ волна. Для поперечныхъ волнъ въ изотропномъ твердомъ тѣлѣ скорость волны не зависитъ отъ направленія колебанія въ плоскости волны.

Благодаря этому, *сложныя* колебанія продольныя и сложныя колебанія поперечныя распространяются съ сохраненіемъ формы движенія, т.-е. такъ, что относительныя величины амплитудъ отдѣльныхъ простыхъ колебаній и ихъ разности фазъ передаются безъ измѣненій. (Въ силу этого, *тембръ* звуковъ (§ 89) сохраняется при передачѣ).

Для скорости волнъ въ изотропной безграничной средѣ Ньютонъ вывелъ формулу:

$$V=\sqrt{\frac{E}{D}}.$$

Здѣсь D есть плотность среды, а E—коэффиціентъ, зависящій отъ ея упругости. Смотря по тому, какая среда и какого рода волна, E имѣетъ различныя значенія.

---

[1]) Въ свѣтовыхъ волнахъ замѣчается нѣкоторая зависимость скорости волны отъ періода колебаній (на этомъ основана дисперсія свѣта), что объясняютъ неоднородностью среды (вліяніемъ вѣсомыхъ частицъ на колеблющійся эѳиръ).

[2]) Такія тѣла будемъ разсматривать въ оптикѣ, гдѣ зависимость скорости волны отъ направленія даетъ начало двойному преломленію свѣта.

§ 47. Газы.—Формула Лапласа.—Для воздуха и другихъ *газовъ* (гдѣ возможны только продольныя волны) объемная упругость, или сопротивленіе сжатію, выражается давленіемъ p газа, *если температура* газа *не измѣняется* [1]). Поэтому можно бы думать, что скорость всякаго рода волнъ въ газѣ будетъ $V=\sqrt{p/D}=\sqrt{p\,.\,v}$ (гдѣ v удѣльный объемъ газа). Между тѣмъ скорость звучныхъ волнъ значительно больше, чѣмъ вычисленная по этой формулѣ.

Это несогласіе Лапласъ объяснилъ тѣмъ, что при волнахъ съ *быстрыми* колебаніями нельзя температуру газа считать вездѣ одинаковой и постоянной: происходящія въ волнѣ сжатія и расширенія газа сопровождаются мѣстными повышеніями и пониженіями температуры, которыя не успѣваютъ сообщиться окружающимъ частямъ среды. Для такого случая вмѣсто p (*изотермической* упругости газа) слѣдуетъ поставить *адіабатную* упругость, которая оказывается равною $\varkappa p$ ($\varkappa$—отношеніе удѣльной теплоты при постоянномъ давленіи къ удѣльной теплотѣ при постоянномъ объемѣ):

$$V=\sqrt{\varkappa pv}=\sqrt{\varkappa RT},$$

гдѣ T—средняя абсолютная температура газа $(pv=RT)$.

Для сухого и безвѣтреннаго воздуха при 0^0 ($T=273^0$) и при $p=1^{atm} (=76\times 13{,}6\times 981=1{,}0136\,.\,10^6)$, имѣемъ $v=1^{ccm}/0{,}0012932$; а $\varkappa=1{,}41$. Слѣд.

$$V=\sqrt{1{,}41.\frac{1{,}0136\,.\,10^6}{0{,}0012932}}=33250\frac{\text{cm}}{\text{sec}}=332{,}5\frac{\text{m}}{\text{sec}}.$$

V зависитъ отъ температуры, но при данной T не зависитъ отъ плотности воздуха. Для другого газа V будетъ больше или меньше въ отношеніи $1:\sqrt{D'}$, гдѣ D'—плотность газа относительно воздуха.

Влажность воздуха увеличиваетъ V. Попутный волнѣ вѣтеръ соотвѣтственно увеличиваетъ V, встрѣчный вѣтеръ—уменьшаетъ.

Эти результаты относятся къ распространенію волнъ во всѣ стороны (въ открытомъ пространствѣ). Для *трубъ* съ воздухомъ скорость волнъ нѣсколько уменьшается треніемъ и притомъ—въ зависимости отъ періода колебаній.

---

[1]) Мѣрой этого сопротивленія служитъ отношеніе между *приращеніемъ давленія* и соотвѣтственнымъ *уменьшеніемъ единицы объема*, т.-е. $dp:(-dv/v)$, что по закону Бойля ($pv=$const.) даетъ p.

§ **48. Жидкости.**—Для *жидкостей,* подъ E формулы Ньютона надо разумѣть сопротивленіе сжатію (объемную упругость). Если отъ давленія p единица объема сокращается на μ, то объемная упругость $= p/\mu$. Для воды $\mu = 0{,}000049$ при $p = 1^{\mathrm{atm}} = 1{,}0136 \,.\, 10^6$, а $D = 1$. Отсюда $V_l = 1438$ m/sec. Поперечныхъ волнъ и здѣсь не производятъ упругія силы (§ 45). (Волны у поверхности жидкости поддерживаются *тяжестью.*)

§ **49. Твердыя тѣла.**—Въ изотропной *твердой* средѣ величины E для волнъ продольныхъ и поперечныхъ зависятъ отъ двухъ постоянныхъ (M и μ, или k и n), которыя характеризуютъ упругость тѣла [1]). Теорія упругости даетъ для тѣла трехъ измѣреній такіе результаты:

$$V_l = \sqrt{\frac{k + \frac{4}{3}n}{D}} = \sqrt{\frac{M}{D}\frac{1-\mu}{(1+\mu)(1-2\mu)}}.$$

$$V_t = \sqrt{\frac{n}{D}} = \sqrt{\frac{M}{D} \cdot \frac{1}{2(1+\mu)}}.$$

Такимъ образомъ всегда $V_l > V_t$. Число μ заключается между предѣлами 0 и $^1/_2$ (оно близко къ 0 для пробки, близко къ $^1/_2$ для резины), слѣд. отношеніе V_l/V_t—между предѣлами $\sqrt{2}$ и ∞. (При $\mu = {}^1/_2$, $V_l = \infty$, т. е. продольныя сферическія волны невозможны.)

Для *продольныхъ* колебаній тонкаго *стержня* $V_l = \sqrt{M/D}$.—Для *поперечныхъ* колебаній натянутой *струны* $V_l = \sqrt{M\Delta/D}$, гдѣ Δ — удлинненіе единицы длины вслѣдствіе натяженія. Если P—масса (а Pg—вѣсъ) натягивающаго груза, ω—площадь поперечнаго сѣченія струны, то $M = Pg/\Delta\omega$, такъ что $V_l = \sqrt{Pg/D\omega}$.

Для *поперечныхъ* колебаній *стержней* и *пластинокъ* скорость волнъ *зависитъ отъ періода колебаній,* вслѣдствіе чего явленія усложняются.

§ **50. Опыты.**—Для измѣренія скорости звука въ свободной атмосферѣ, отмѣчали по хронометру промежутокъ времени между появле-

---

[1]) M=модуль Юнга, μ=отношеніе поперечнаго сжатія къ продольному удлинненію (разсчитанныхъ на единицу длины) при вытягиваніи стержня; k=объемная упругость; n=упругость формы (твердость, ригидность).

ніемъ огня и приходомъ звука при выстрѣлѣ отдаленной пушки, разстояніе которой извѣстно [1]). Опыты (парижскихъ академиковъ, голландскихъ ученыхъ и др.) дали числа близкія къ теоретическому, хотя условія опыта не вполнѣ соотвѣтствовали теоріи.—Реньйо употребилъ особый пріемъ для отмѣтокъ времени: выстрѣлъ пистолета, разрывая тонкую проволочку у дула, размыкалъ электрическій токъ; происшедшая отъ выстрѣла воздушная волна, достигая другой станціи, ударяла тамъ въ перепонку, которая при этомъ вновь замыкала цѣпь; оба момента автоматически отмѣчались на хронографѣ (§ 82).

Опыты въ водѣ (на Женевскомъ озерѣ) дѣлались съ колоколомъ, погруженнымъ въ воду: ударъ его слушали чрезъ опущенный въ воду же рупоръ; въ моментъ удара дѣлался свѣтовой сигналъ. Получено 1435 m/sec при 8^0 (§ 48).

Звукъ, произведенный на одномъ концѣ длинной чугунной трубы, слышался на другомъ концѣ вдвойнѣ (сперва доходилъ чрезъ чугунъ, потомъ черезъ воздухъ). Зная длину трубы и промежутокъ времени между двумя звуками, легко найти отношеніе скорости звука въ чугунномъ стержнѣ и воздушномъ каналѣ (Біó). Вообще говоря, скорость звука въ твердыхъ тѣлахъ оказалась гораздо болѣе, чѣмъ въ воздухѣ (для стекляннаго и стального стержня въ 15 разъ, для мѣднаго въ 12),—какъ и слѣдуетъ ожидать по формуламъ § 49.

Косвенные способы измѣренія скорости звука укажемъ послѣ (§ 75).

Интерференція волнъ. Стоячія волны.

§ 51. **Разность фазъ, упрежденіе, разность хода.**—Пусть идутъ въ средѣ двѣ *плоскія* волны по одному направленію и въ одну сторону. Назовемъ x разстояніе отъ нѣкоторой плоскости P, параллельной съ плоскостями волнъ. Отклоненія s въ обѣихъ волнахъ пусть направлены одинаково.

Отклоненіе въ 1-й волнѣ для точки x_1 и момента t_1 будетъ

$$s_1 = A_1 \sin\left\{2\pi\left(\frac{t_1}{T} - \frac{x_1}{\lambda}\right) + \delta_1\right\} = A_1 \sin\varphi_1; \qquad (1)$$

[1]) Выстрѣлъ предполагается холостой и не слишкомъ сильный, иначе явленія усложняются.

отклоненіе во 2-й волнѣ для точки x_2 и момента t_2:

$$s_2 = A_2 \sin\left\{2\pi\left(\frac{t_2}{T} - \frac{x_2}{\lambda}\right) + \delta_2\right\} = A_2 \sin\varphi_2. \qquad (2)$$

Разностью фазъ двухъ волнъ (Θ) называютъ разность фазъ колебанія (§ 8) для одной и той же точки, въ одинъ и тотъ же моментъ, въ той и другой волнѣ: $\Theta = \varphi_2 - \varphi_1$ при $x_1 = x_2$ и $t_1 = t_2$; т.-е. $\Theta = \delta_2 - \delta_1$.

Упрежденіемъ 2-й волны (или *запаздываніемъ 1-й*) называютъ то время (τ), по истеченіи котораго та же точка получаетъ ту же фазу отъ 1-й волны, какую имѣла отъ 2-й: $\tau = t_1 - t_2$ при $x_1 = x_2$ и $\varphi_1 = \varphi_2$; т.-е. $\tau = (\delta_2 - \delta_1)T/2\pi$.

Наконецъ, *разностью хода* (ξ) двухъ волнъ называютъ разстояніе двухъ точекъ, которыя въ одинъ моментъ получаютъ одинаковыя фазы—одна отъ 2-й, другая отъ 1-й волны: $\xi = x_2 - x_1$ при $t_1 = t_2$ и $\varphi_1 = \varphi_2$; т.-е. $\xi = (\delta_2 - \delta_1)\lambda/2\pi$.

Величины Θ, τ, ξ остаются постоянными для всѣхъ точекъ и всѣхъ моментовъ. Онѣ связаны соотношеніями

$$\frac{\Theta}{2\pi} = \frac{\tau}{T} = \frac{\xi}{\lambda} (= q);$$

т.-е. разность фазъ въ доляхъ окружности, упрежденіе въ доляхъ періода и разность хода въ доляхъ длины волны—выражаются однимъ и тѣмъ же числомъ [1]).

§ 52. Въ нѣкоторыхъ случаяхъ плоская волна измѣняетъ направленіе своего поступанія и идетъ по ломанному или по кривому пути (причемъ плоскость волны все время перпендикулярна къ этому пути). Пусть наши двѣ волны (1) и (2) у плоскости P (гдѣ $x = 0$) разошлись, а затѣмъ у плоскости Q снова сходятся и идутъ далѣе по одному пути; разность фазъ въ Q не останется $= \delta_2 - \delta_1$ (какъ была у P), но увеличится на $2\pi(x_1 - x_2)/\lambda$, гдѣ x_1 — длина пути, пройденнаго отъ P до Q 1-ю волной, x_2 — путь 2-й [2]). Соотвѣтствен-

---

[1]) Если абсолютная величина этого числа > 1, то можно отбросить цѣлое, оставивъ только дробь (§ 7, прим.).

[2]) Другими словами, увеличится на $2\pi\ (n_1 - n_2)$, гдѣ n_1 и n_2—числа длинъ волны, пройденныхъ 1-ю и 2-й волной отъ P до Q. Въ этомъ видѣ правило имѣ-

но этому упрежденіе увеличится на $(x_1 - x_2)T/\lambda$, а разность хода — на $(x_1 - x_2)$.

§ 53. **Интерференція волнъ.**—Когда двѣ продольныя или двѣ поперечныя волны одного періода идутъ *по одному* (или почти по одному) *направленію въ одну сторону*, то во всѣхъ точкахъ, захваченныхъ ими обѣими, происходитъ, при извѣстныхъ условіяхъ, постоянная интерференція колебаній (§ 36): полная энергія составной волны не равняется суммѣ двухъ энергій, а представляетъ постоянной величины избытокъ или недочетъ (зависящій отъ разности фазъ).

Для поперечныхъ волнъ интерференція—полная или частная—возможна лишь въ томъ случаѣ, когда два колебанія направлены по одной линіи, или, по крайней мѣрѣ, не подъ прямымъ угломъ одно къ другому (§ 36). Для продольныхъ волнъ условіе параллельности колебаній выполняется здѣсь само собою.

Въ случаѣ равныхъ амплитудъ, дѣйствія двухъ волнъ взаимно уничтожаются на всемъ ихъ пути (одна волна погашаетъ другую), если фазы волнъ противоположны (т.-е. разность фазъ $= \pm \pi$), другими словами—если упрежденіе равно нечетному числу полуперіодовъ, или разность хода равна нечетному числу полуволнъ.

Напротивъ, если фазы согласны ($\Theta = 0$, $\tau = 0$, $\xi = 0$ [1]), волны наиболѣе усиливаютъ одна другую, причемъ амплитуда удвоилась, а энергія учетверилась.

Эти выводы легко распространить на сферическія волны, идущія отъ двухъ центровъ. При этомъ окажется, что мѣстные избытки и недочеты энергіи вслѣдствіе интерференціи волнъ—взаимно уравновѣшиваются, если имѣть въ виду все пространство (какъ и слѣдовало ожидать по принципу сохраненія энергіи).

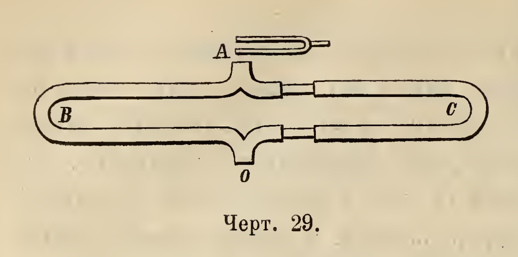
§ 54. **Опытъ.**—Волна, вышедшая отъ звучащаго тѣла, при A раздваивается и идетъ по двумъ перегнутымъ трубкамъ (съ возду-

---

етъ силу и въ томъ случаѣ, если волны шли между P и Q чрезъ *различныя среды* (причемъ T не измѣняется, а $\lambda = VT$ измѣняется смотря по скорости V).—Замѣтимъ однако, что на границѣ двухъ средъ могутъ происходить внезапныя измѣненія фазы, которыя надо принимать въ разсчетъ (примѣръ тому въ § 57).

[1]) Или, что приводится къ тому же, $\Theta = i . 2\pi$, $\tau = iT$, $\xi = i\lambda$, гдѣ i произвольное цѣлое число, положительное или отрицательное.

хомъ), которыя сходятся у O (черт. 29). Если оба пути ABO, ACO равны, двѣ волны приходятъ въ O съ согласными фазами; если колѣно ACO удлиннимъ на $^1/_2\lambda$ (или $^2/_3\lambda$ и т. д.), то въ O колебаніе погашается; оно опять возстановится при удлинненіи ACO еще на $^1/_2\lambda$, и т. д.



Черт. 29.

Заимствовать обѣ интерферирующія волны отъ *одного* источника полезно для полной ихъ тождественности [1]). Обнаруживать дѣйствіе у O удобно посредствомъ манометрической коробочки (§ 73).

§ 55. **Стоячая волна.**—Когда два ряда волнъ равнаго періода и съ одинаковымъ направленіемъ колебаній идутъ *навстрѣчу* одинъ другому (по направленіямъ, строго или приблизительно *противоположнымъ*), то сложеніе колебаній на ихъ пути даетъ начало особому явленію, называемому *стоячею волной.*

Для упрощенія разсмотримъ такія двѣ волны на матеріальной линіи (струнѣ, стержнѣ) и примемъ, что амплитуды ихъ равны. Каждую изъ волнъ будемъ изображать синусоидой (черт. 30). При встрѣчномъ движеніи волнъ расположеніе одной синусоиды относительно другой будетъ измѣняться. Въ нѣкоторый моментъ ($t=0$) онѣ покрываютъ одна другую; въ слѣдующіе моменты одна волна оказывается сдвинутою вправо, другая—настолько же влѣво.

Черт. 30.

[1]) Въ случаѣ свѣтовыхъ волнъ это, какъ увидимъ, безусловно необходимо; развѣтвленіе волны достигается тамъ отраженіями или преломленіями.

Производя сложеніе движеній (наложеніе синусоидъ), видимъ, что точки A, C, E, G все время остаются въ покоѣ, точки же B, D, F дѣлаютъ колебаніе съ удвоенной амплитудой. (Результаты сложенія представлены толстою чертой.)

Неподвижныя точки называются *узлами*. Каждый отрѣзокъ между двумя узлами представляетъ *стоячую полуволну;* длина его $= {}^1/_2\lambda$ (половинѣ длины волнъ). Всѣ точки стоячей полуволны во всякій данный моментъ имѣютъ *одинаковую фазу колебанія,* но различныя амплитуды. Амплитуда имѣетъ *maximum* въ срединѣ полуволны (въ такъ-называемой *пучности* или *желудкѣ*). Двѣ смежныя стоячія полуволны (наприм. AC и CE) находятся въ каждый моментъ въ противоположныхъ фазахъ [1]).

Такія стоячія волны могутъ быть поперечныя или продольныя. Въ продольныхъ узлы суть именно тѣ точки, гдѣ происходятъ наибольшія сгущенія и разрѣженія вещества, тогда какъ въ пучностяхъ измѣненія плотности равны нулю.

Прежде разсмотрѣнныя волны, въ противоположность стоячимъ, называются *поступательными.*

B. Отраженіе и преломленіе волнъ.

Отраженіе на линіи.

§ 56. Встрѣчная волна,—которая, слагаясь съ первоначальною, дастъ стоячія волны,—можетъ происходить путемъ *отраженія* волны отъ границъ тѣла.

Всякая поступательная волна, достигнувъ границъ тѣла, съ од-

---

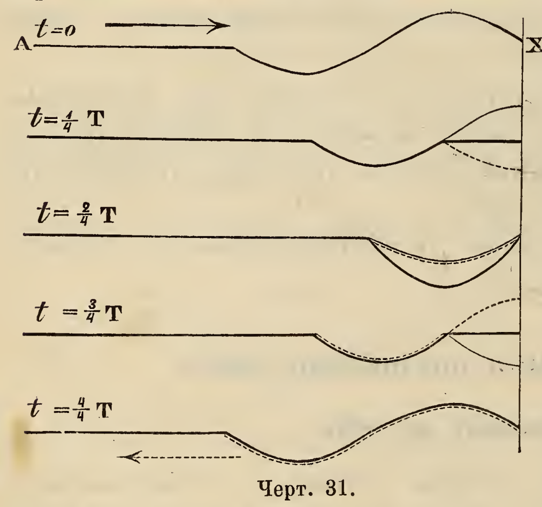
[1]) Въ моментъ $t = 0$, когда обѣ синусоиды совпадаютъ,—въ точкѣ M, отстоящей отъ узла A на x, ордината синусоидъ будетъ $= A \sin(2\pi x/\lambda)$, а въ точкахъ отстоящихъ на $(x - Vt)$ и $(x + Vt)$ — соотвѣтственно $= A \sin \{2\pi(x - Vt)/\lambda\}$ и $A \sin \{2\pi(x + Vt)/\lambda\}$. Двѣ послѣднія величины суть тѣ отклоненія, которыя будутъ принесены двумя волнами въ точку M въ моментъ t. Слѣдовательно отклоненіе M въ этотъ моментъ t будетъ

$$s = A \sin \frac{2\pi(x - Vt)}{\lambda} + A \sin \frac{2\pi(x + Vt)}{\lambda} = 2A \sin \frac{2\pi x}{\lambda} \cdot \sin\left(\frac{2\pi t}{T} + \frac{\pi}{2}\right).$$

Итакъ всякая точка M совершаетъ простое колебаніе съ амплитудой $2A \sin(2\pi x/\lambda)$. Знакъ s мѣняется въ узлахъ ($x = 0$, ${}^1/_2\lambda$, ${}^2/_3\lambda$...), но фаза остается неизмѣнною отъ одного узла до слѣдующаго.

ной стороны переходитъ далѣе, въ новую среду, вообще говоря,—измѣнивъ свое направленіе,—*преломляется;* съ другой стороны, даетъ начало возвратной волнѣ, идущей отъ границы въ первую среду, тоже по иному вообще направленію,—*отражается.*

Разсмотримъ пока, какимъ образомъ волна, идущая по матеріальной линіи, отражается у концовъ этой линіи. Здѣсь отраженная волна по направленію поступанія прямо противоположна первоначальной («падающей»). Могутъ быть два противоположные типа отраженія: волна можетъ отражаться «съ перемѣной знака», или «безъ перемѣны знака».



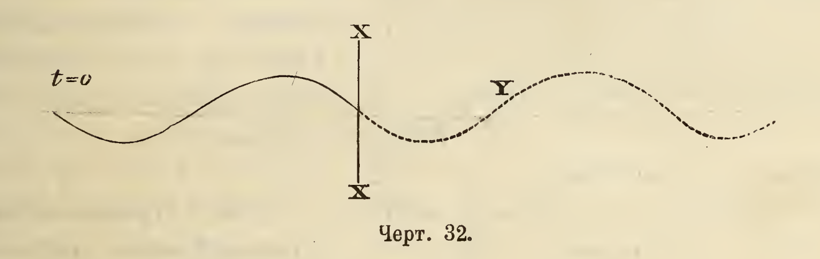
Черт. 31.

§ 57. I) Отраженіе съ перемѣной знака.—Пусть конецъ X линіи (черт. 31) *неподвиженъ,* такъ что въ этой точкѣ отклоненіе всегда $= 0$. (Приблизительно такъ бываетъ на укрѣпленномъ концѣ струны, на днѣ закрытой органной трубы.)

Пусть одинокая волна (результатъ *однократнаго* простого колебанія) переднею точкою своей подошла, въ моментъ $t = 0$, къ концу X. Съ этого момента точка X должна бы начать движеніе (вверхъ); но препятствіе въ укрѣпленномъ концѣ уничтожаетъ это движеніе. Мы можемъ сказать, что у X является сила, производящая движеніе, противоположное тому, какое приноситъ падающая волна. Это противоположное движеніе *также распространяется въ видѣ волны, идущей отъ X къ A,—отраженной.* Спустя $^1/_4 T$ отъ момента $t = 0$, образуется четверть этой отраженной волны, волна же падающая подвинется на $^1/_4\lambda$ вправо. Еще черезъ $^1/_4 T$ отраженная волна дастъ полволны, падающая подастся еще на $^1/_4\lambda$ правѣе. Такимъ образомъ происходитъ рядъ явленій, указанныхъ на черт. 31, гдѣ пунктиромъ обозначается отраженная волна, а толстою чертой—результатъ наложенія ея на падающую. Къ моменту $^4/_4 T$, т.-е. къ концу періода, получимъ на линіи полную волну

того же вида, какъ въ началѣ ($t=0$), которая и будетъ итти справа налѣво.

Относительно направленія своего поступанія, эта новая (отраженная) волна расположена иначе, чѣмъ прежняя (падающая): поднятая полуволна (гребень) лежитъ у нея не впереди, а позади. Продолжимъ мысленно первоначальный чертежъ для $t=0$ и перегнемъ его по линіи XX (черт. 32): отраженная волна не соотвѣтствуетъ такому простому обращенію чертежа; чтобы получить ее, надо изъ перегнутой части выкинуть первую половину (между XX и Y). Итакъ, волна не просто обернулась, но при этомъ *перемѣнила знакъ* (т.-е. всѣ отклоненія перемѣнили знакъ), или *потеряла полволны.*



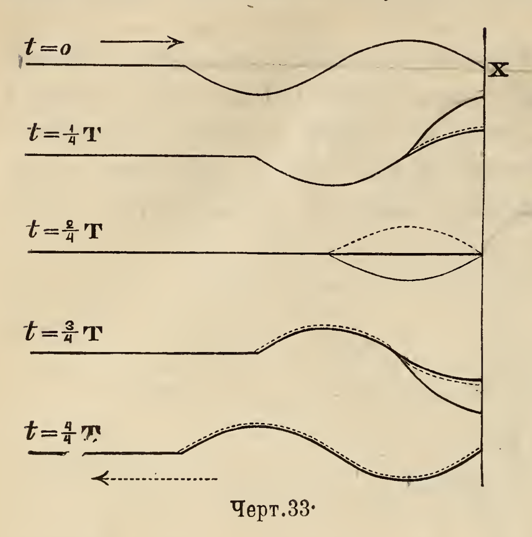
Черт. 32.

Такого рода отраженіе бываетъ и въ томъ случаѣ, если X не есть вполнѣ неподвижная точка, а можетъ колебаться, но съ уменьшенной амплитудой. Такъ будетъ, если продолженіе линіи (правѣе X) состоитъ изъ вещества большей массы (на ту же длину) или менѣе упругаго. Только здѣсь отраженная волна будетъ не такъ сильна (меньшей амплитуды), ибо энергія падающей волны дробится на двѣ части—на передачу движенія дальше и на передачу назадъ.

§ 58. **II) Отраженіе безъ перемѣны знака.**—Отраженіе волны произойдетъ иначе, если конецъ X почему-либо имѣетъ бо̀льшую *свободу* движеній и слѣд. бо̀льшую амплитуду колебаній, чѣмъ внутреннія точки линіи. Допустимъ, что въ точкѣ X (черт. 33) получается *удвоенная* амплитуда.

Съ момента $t=0$, когда волна подошла къ X, точка X начинаетъ движеніе (вверхъ) съ амплитудой двойной. Слѣд. кромѣ движенія, приносимаго падающею волной, въ X начинается *еще* такое же движеніе; оно будетъ распространяться назадъ, и ко времени $t = {}^1/_4 T$ разовьется четверть отраженной волны. Въ моментъ $t = {}^2/_4 T$

падающая и отраженная полуволна погасятъ одна другую. Ко времени $t = {}^3/_4 T$ образуется третья четверть отраженной волны. По истеченіи цѣлаго періода $(t = T)$, образуется полная отраженная волна, представляющая точный перегибъ или обращеніе первоначальной (черт. 32)—*безъ перемѣны знака* или *безъ потери полуволны.*



Черт.33·

§ 59. Происхожденіе стоячихъ волнъ чрезъ отраженіе.— Когда разсмотрѣнный нами процессъ повторяется, и слѣд. происходитъ *рядъ* падающихъ волнъ, навстрѣчу имъ пойдетъ рядъ волнъ отраженныхъ, и явятся условія образованія *стоячихъ волнъ* (§ 55). Въ случаѣ I (§ 57) точка X будетъ однимъ изъ *узловъ,* въ случаѣ II (§ 58)—одною изъ *пучностей.*

Если и со стороны A линія ограничена или *неподвижнымъ* или *свободнымъ* концомъ, то и здѣсь будетъ происходить отраженіе по типу I или по типу II.

Но въ этомъ случаѣ всѣ наличныя условія стоячихъ волнъ могутъ выполняться не для всякаго періода T (или не для всякой длины волны λ). А именно: 1) Если оба конца A, X линіи *однородны* (оба неподвижны, или оба свободны), длина волны должна быть такова, чтобы на протяженіи AX помѣстилось *цѣлое число полуволнъ* (четное число четвертей волны). 2) Если же концы *разнородны* (одинъ неподвиженъ, другой свободенъ), то на AX должно уложиться *нечетное число четвертей волны* [1]).

Когда T или λ удовлетворяютъ этимъ требованіямъ, линія AX образуетъ стоячія волны и всѣми своими точками совершаетъ сво-

[1]) Ясно, что и въ томъ и въ другомъ случаѣ волна, *дважды отразившаяся* отъ одного конца, потомъ отъ другого), одинакова по фазѣ съ *падающей,* такъ что подкрѣпляетъ или продолжаетъ ея дѣйствіе.

бодныя колебанія, которыя замираютъ лишь исподволь отъ неизбѣжныхъ сопротивленій. Если внѣшняя причина, вызвавшая падающую волну, продолжаетъ ритмитически дѣйствовать, то стоячія волны держатся безъ ослабленія.—Но когда условія *не* соблюдены, то стоячія волны не могутъ образоваться, и первоначальная волна въ самомъ началѣ погашается отраженными.

§ **60. Опыты.** — За отраженіемъ поперечныхъ волнъ съ медленными и крупными колебаніями удобно слѣдить на длинной веревкѣ или каучуковой трубкѣ, укрѣпленной на одномъ концѣ (§ 38), отъ котораго волна будетъ отражаться съ перемѣною знака. Если веревка связана съ другою, менѣе массивною или болѣе упругою, то на переходѣ изъ первой во вторую происходитъ отраженіе безъ перемѣны знака. Стоячія поперечныя волны легко вызываются на недлинной веревкѣ, если одинъ конецъ ея укрѣпленъ, а другому сообщаемъ *ритмически* (въ одинъ изъ пригодныхъ ритмовъ) небольшія отклоненія; при этомъ, если колебанія достаточно быстры, веревка одновременно видна во всѣхъ своихъ положеніяхъ и принимаетъ формы черт. 38.

Отраженіе продольныхъ волнъ можно наблюдать въ спиральной проволокѣ (§ 40). Будучи подвѣшена съ обоими концами свободными, она даетъ стоячія волны по типамъ черт. 39.

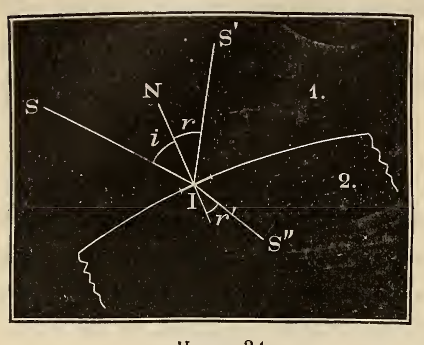
Соотвѣтственныя явленія въ звучащихъ тѣлахъ разсмотрѣны ниже (§ 67 и слѣд.).

Общій случай отраженія и преломленія.

§ **61. Законы отраженія и преломленія.**—Такимъ же образомъ (§§ 57, 58) отражается въ тѣлѣ трехъ измѣреній плоская волна, если она падаетъ на границу новой среды *нормально* (т.-е. путь волны перпендикуляренъ къ этой пограничной поверхности). Преломленная волна здѣсь идетъ по направленію падающей.

Если путь волны, падающей SI (черт. 34) не совпадаетъ съ нормалью IN пограничной поверхности, то отраженная волна пойдетъ по пути IS', преломленная по пути IS'', причемъ соблюдаются слѣдующіе законы: 1) нормали всѣхъ трехъ волнъ и нормаль IN границы лежатъ въ одной плоскости; 2) углы i, r, r' связаны соотношеніями $i = r$, $\sin i / \sin r' = V_1 / V_2$, гдѣ V_1 и V_2 — скорости волнъ

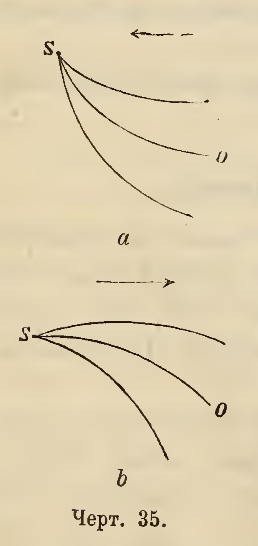
въ тѣлѣ 1 и въ тѣлѣ 2. (Если $V_2 \sin i / V_1 > 1$, то преломленной волны нѣтъ: происходитъ *только* отраженіе.)



Черт. 34.

Тѣ же законы имѣютъ силу для волнъ свѣтовыхъ, и теорію явленій удобнѣе разсмотрѣть въ Оптикѣ. Замѣтимъ только, что явленія наблюдаются отчетливо лишь при томъ условіи, чтобы размѣры отражающей или преломляющей поверхности были не слишкомъ малы сравнительно съ разстояніями ея отъ источника и пріемника волнъ и *достаточно велики сравнительно съ длиною волнъ*. Это послѣднее условіе само собою выполняется при обыкновенныхъ оптическихъ опытахъ, въ примѣненіи же къ волнамъ звука требуетъ либо большихъ снарядовъ (зеркалъ, призмъ, чечевицъ), либо мелкихъ волнъ (высокихъ звуковъ).

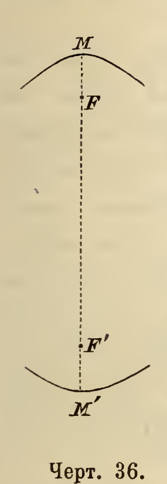
§ 62. **Примѣненія къ акустикѣ.** — Въ пустой комнатѣ всякій звукъ, вслѣдствіе отраженій, сопровождается гуломъ (ковры, мягкая мебель и пр. погашаютъ волны) (§ 64). Отраженіе отъ достаточно далекихъ стѣнъ, горъ и пр. производитъ раздѣльное повтореніе звука *(эхо)*, иногда многократное.



Черт. 35.

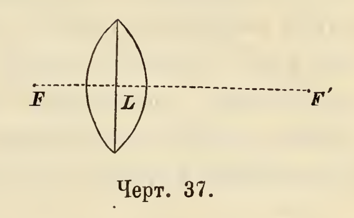
Въ воздухѣ верхніе слои обыкновенно холоднѣе, и потому имѣютъ меньшую скорость звука (§ 47). Вѣтеръ обыкновенно сильнѣе вверху, чѣмъ внизу; если онъ попутенъ звуковой волнѣ, то увеличиваетъ ея скорость, если дуетъ на встрѣчу—уменьшаетъ (§ 47). Поэтому звуковыя волны изъ тѣла S идутъ криволинейными путями: въ тихомъ воздухѣ, или на встрѣчу вѣтру,—какъ показано на черт. 35, *a*; по вѣтру — какъ на черт. 35, *b*. Въ послѣднемъ случаѣ отдаленный слушатель получаетъ волны, прошедшія верхними слоями и встрѣчавшія менѣе препятствій; поэтому звукъ слышнѣе.

§ **63. Концентрація звука.**—Отраженіемъ и преломленіемъ можно достигать *концентраціи* звука. Эллипсоидальный сводъ собираетъ въ своемъ фокусѣ звуки, вышедшіе изъ другого фокуса. Установивъ коаксіально два большія сферическія (или параболическія) зеркала M, M' (черт. 36) и помѣстивъ въ фокусѣ F одного изъ нихъ маленькій источникъ высокихъ звуковъ (наприм. карманные часы), найдемъ, что въ фокусѣ F' звукъ явственно слышенъ, несмотря на большое разстояніе.



Черт. 36.

Точно также оболочка изъ коллодія или резины въ формѣ чечевицы L (или баллона), наполненная углекислымъ газомъ (черт. 37), чрезъ преломленіе соберетъ въ точку F' звуковыя волны, идущія отъ тѣла, помѣщеннаго въ F. (Точки F и F' суть «сопряженные фокусы» этой акустической чечевицы) [1]).



Черт. 37.

C. Поглощеніе волнъ.

§ **64. Поглощеніе общее и избирательное.**—Строго говоря, во всякомъ тѣлѣ, вслѣдствіе несовершенной его упругости (вслѣдствіе вязкости, или внутренняго тренія) энергія звуковой волны нѣсколько убываетъ по мѣрѣ ея поступанія, превращаясь въ теплоту: волна *поглощается*. Стройное движеніе сравнительно крупныхъ частей постепенно превращается въ то безпорядочное движеніе мельчайшихъ частицъ, которое мы называемъ теплотою. То же происходитъ при переходѣ волны изъ одного тѣла въ другое — вслѣдствіе взаимнаго (внѣшняго) тренія двухъ тѣлъ. Этого рода потерямъ подвергаются, въ большей или меньшей мѣрѣ, всякаго рода волны. — Если такое поглощеніе волны средою сильно, среда аналогична «непрозрачному»

---

[1]) Внутри чечевицы звукъ долженъ имѣть *меньшую скорость*, чѣмъ въ воздухѣ, что и будетъ въ случаѣ газа CO_2. Наполненная водородомъ, выпуклая чечевица произвела бы не собирательное, а *разсѣевающее* дѣйствіе, для собиранія же волнъ пришлось бы употребить чечевицу *вогнутую*.

тѣлу Оптики, не пропускающему свѣта. Если при этомъ и отраженіе волнъ съ поверхности тѣла слабо, послѣднее уподобляется «черному» тѣлу.

Съ другой стороны, поглощеніе волны происходитъ, когда она встрѣчаетъ на пути тѣла, способныя колебаться въ ея ритмъ (періодъ). Энергія первоначальной волны при этомъ также изсякаетъ но насчетъ этой энергіи возбуждаются стоячія волны во встрѣчныхъ тѣлахъ, которыя, въ свою очередь, становятся источниками (испускателями) такихъ же волнъ (§ 33). Если встрѣчное тѣло имѣетъ рѣзко-выраженные собственные тоны (§ 31), оно будетъ поглощать только *избранныя* волны (соотвѣтственныхъ періодовъ): поглощеніе становится *избирательнымъ*. Если комплексъ волнъ пройдетъ черезъ пространство наполненное камертонами, онъ лишится тѣхъ волнъ которыя усвоятся послѣдними, остальныя же волны пройдутъ дальше. Аналогичный случай тоже встрѣтимъ въ Оптикѣ.

§ 65. Звуковыя тѣни.—Тѣла вообще малоупругія, или неспособныя къ продольнымъ волнамъ, какъ, наприм., резина (§ 49), или неоднородныя (пухъ, вата),—мало «прозрачны» для звуковыхъ волнъ. Окружая такими веществами ту часть 1 пространства, гдѣ находится звучащее тѣло, мы ослабимъ распространеніе звука во внѣшнемъ пространствѣ 2, которое будетъ, такъ сказать, въ «звуковой тѣни». Наоборотъ, звуки, идущіе изъ 2, не будутъ проникать въ 1.

Но если источникъ и пріемникъ звука изолированы другъ отъ друга *не вполнѣ* (не замкнутымъ экраномъ), то звукъ, передаваясь отъ частицы къ частицѣ, будетъ доходить, *хотя бы не прямыми путями, огибая препятствіе,* между тѣмъ какъ свѣтъ доходитъ только по прямымъ линіямъ (лучамъ). То, что въ Оптикѣ наблюдается въ исключительныхъ условіяхъ (диффракція лучей), въ Акустикѣ есть обыкновенный случай.

Причина этого различія будетъ выяснена въ Оптикѣ; она сводится къ тому, что *звуковыя волны суть волны значительной длины.* Чтобы получился конусъ звуковой тѣни, «экранъ» долженъ имѣть размѣры, весьма большіе сравнительно съ длинами волнъ. Такія условія рѣдко представляются на практикѣ; но нѣкоторое подобіе звуковыхъ тѣней (отъ зданій, холмовъ) случается наблюдать.

III.

ЗВУЧАЩІЯ ТѢЛА.

А. Собственные тоны тѣлъ.

Тѣла съ гармоническими тонами.

§ **66. Линейныя тѣла.**—Изъ § 59 видно, чѣмъ обусловливаются *собственные тоны* (§ 31) матеріальной линіи: это — тоны такихъ періодовъ, при которыхъ первоначально возбужденная волна поддерживается волнами, отраженными отъ концовъ линіи. Такихъ тоновъ, говоря теоретически, безконечно много. *Основнымъ тономъ* будетъ тотъ, при которомъ имѣется возможно малое число узловъ: два узла на концахъ, когда оба конца неподвижны; одинъ узелъ въ серединѣ, когда оба конца свободны; одинъ узелъ на неподвижномъ концѣ, когда другой свободенъ.

Если скорость волны не зависитъ отъ длины волны, то *остальные* тоны будутъ представлять съ основнымъ *гармоническій* рядъ: либо полный (1 : 2 : 3 : 4. . . .) — въ первомъ и во второмъ случаѣ, либо неполный (1 : 3 : 5 : 7: . . .)—въ третьемъ.

Всѣ тоны, не подходящіе къ этимъ условіямъ, не могутъ являться какъ *свободныя* колебанія и могутъ поддерживаться только ритмическою внѣшнею силой (*принужденныя* колебанія).

§ **67. Поперечные тоны струны.** — Эти результаты буквально прилагаются къ поперечнымъ колебаніямъ тонкой *струны*, укрѣпленной на концахъ: одинъ конецъ можно подпереть блокомъ и натягивать грузомъ P [1]). Если длина струны $= L$, то собственные тоны ея будутъ тѣ, для которыхъ

$$\lambda = \frac{2L}{1}, \frac{2L}{2}, \frac{2L}{3}, \ldots$$

---

[1]) Идеальная струна есть совершенно гибкая нить, получающая упругость только при натяженіи внѣшнею силой.

и слѣдовательно

$$T = \frac{2L}{V_t}, \frac{1}{2}\frac{2L}{V_t}, \frac{1}{3}\frac{2L}{V_t}, \ldots;$$

$$N = \frac{V_t}{2L}, 2\frac{V_t}{2L}, 3\frac{V_t}{2L}, \ldots .$$

Такъ какъ (§ 49)

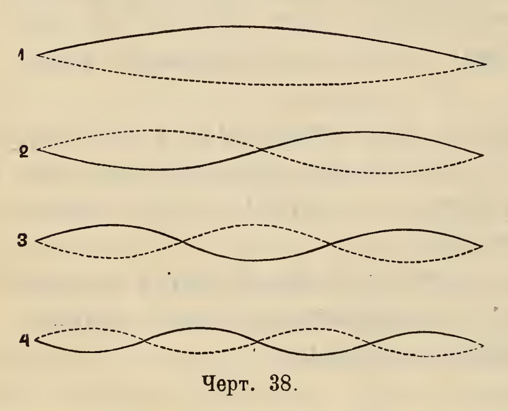
$$V_t = \sqrt{\frac{Pg}{D.\omega}},$$

то для основного тона получаемъ

$$N_1 = \frac{1}{2L} . \sqrt{\frac{Pg}{D.\omega}}. \qquad (1)$$

(D—плотность струны, ω—площадь сѣченія).

Эта формула дана Тэйлоромъ. Черт. 38 представляетъ движеніе струны при основномъ тонѣ (1) и при верхнихъ (2, 3, 4).



Черт. 38.

Поперечное колебаніе точекъ струны, издающей простой тонъ, можетъ быть не только прямолинейное, но также круговое или эллиптическое.

§ 68. **Опыты.**—Законы, заключающіеся въ формулѣ (1), экспериментально нашелъ Мерсéннъ. Зависимость N_1 отъ P и L легко повѣряется на *сонометръ* (нѣсколько струнъ, укрѣпленныхъ на резонансовой доскѣ). Настроивъ двѣ струны въ унисонъ, одну изъ нихъ оставляютъ *statu quo*, а у другой длину L убавляютъ подпоркой, натяженіе—перемѣною груза P, такъ чтобъ унисонъ возстановился.

Легче всего вызывается основной тонъ струны, но можно получать и остальные.

Несовершенная гибкость струны не позволяетъ ей подраздѣляться на слишкомъ большое число стоячихъ полуволнъ; но иногда можно

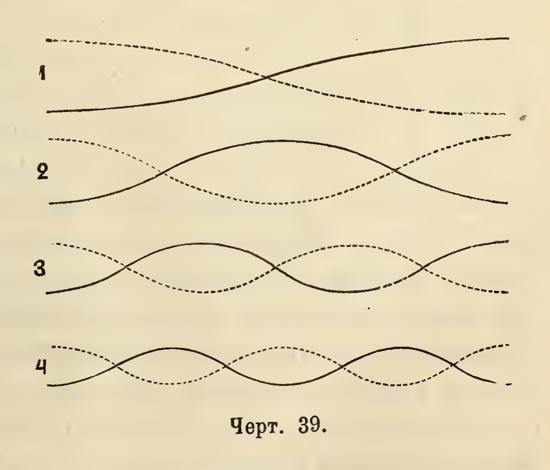
обнаружить до 15 и болѣе гармоническихъ тоновъ. Прикасаясь къ струнѣ или подпирая ее въ какой-нибудь точкѣ, мы дѣлаемъ возможными только тѣ изъ тоновъ, при которыхъ въ этой точкѣ образуется узелъ. Точка, гдѣ дѣйствуетъ внѣшняя сила (палецъ, молоточекъ, смычокъ), будетъ одною изъ пучностей.

Распредѣленіе узловъ на струнѣ можно обнаружить посредствомъ перегнутыхъ бумажекъ (скакуновъ): съ узловыхъ точекъ они не соскакиваютъ.

Долговременныя и хорошо замѣтныя стоячія волны на тонкой струнѣ можно вызвать, прикрѣпивъ одинъ конецъ ея къ зубцу колеблющагося камертона (опытъ Мѐльде), или пропуская чрезъ струну (металлическую) перемѣнный электрическій токъ, доводящій ее до накаливанія. Длину или натяженіе струны надо регулировать такъ, чтобы періодъ внѣшней силы соотвѣтствовалъ періоду струны (или былъ кратнымъ отъ послѣдняго).

Колебаніе данной (отмѣченной) точки струны удобно изслѣдовать посредствомъ лупы, укрѣпленной на зубцѣ колеблющагося камертона (*«вибраціонный микроскопъ»* Гельмгольца): если колебанія камертона совершаются перпендикулярно къ колебаніямъ струны, то наблюдатель видитъ въ микроскопѣ тѣ или другія фигуры Лиссажу (§ 24), смотря по отношенію между числами этихъ колебаній.

§ 69. Продольные тоны стержня. — а) Совершенно подобными соотношеніями опредѣляется рядъ *продольныхъ* колебаній *стержня* [1]), у котораго оба конца укрѣплены, или же оба свободны. Такіе тоны вызываются продольнымъ натираніемъ стержня. Въ первомъ случаѣ возможныя стоячія волны располагаются по чер-



Черт. 39.

---

[1]) Тонкій цилиндръ или призма изъ упруго-твердаго вещества, безъ натяженія внѣшнею силой.

тежу 38 [1]). Во второмъ случаѣ концы соотвѣтствуютъ пучностямъ, и стоячія волны располагаются, какъ показано на черт. 39; точкой закрѣпленія стержня можетъ служить любой узелъ. Для обоихъ случаевъ тоны представляютъ одинъ и тотъ же полный гармоническій рядъ съ основнюмъ тономъ $N_1 = V_l / 2L$, или, по § 49,

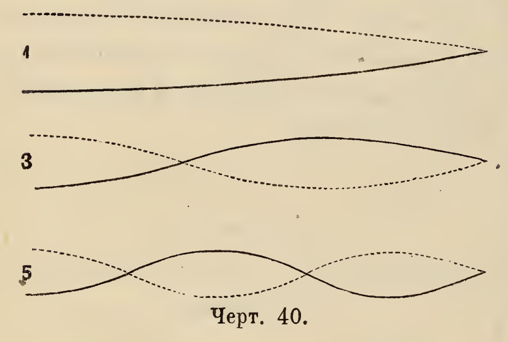
$$N_1 = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{M}{D}}.$$

(M—модуль Юнга.)

§ **70.** b) Въ случаѣ, когда одинъ конецъ свободенъ (пучность), другой укрѣпленъ (узелъ), получимъ *неполный* (безъ четныхъ членовъ) гармоническій рядъ (1 : 3 : 5 : . . .), причемъ основной тонъ имѣетъ

$$N_1 = \frac{1}{4L} \sqrt{\frac{M}{D}}$$

(какъ у стержня двойной длины со свободными концами). Расположеніе стоячихъ волнъ даетъ черт. 40.



Черт. 40.

§ **71. Тоны трубъ.** — Тѣже законы (§ 69, 70) выполняются *приблизительно* при стоячихъ волнахъ воздуха въ духовыхъ трубахъ призматической или цилиндрической формы, не слишкомъ малаго и не слишкомъ большого поперечнаго сѣченія. Каждое продольное волокно воздушной массы, мысленно выдѣленное въ такой трубѣ, совершаетъ продольныя колебанія независимо отъ прочихъ волоконъ, и уподобляется тонкому стержню. Если труба *закрыта* (съ одного конца), то закрытый конецъ есть мѣсто узла; здѣсь происходятъ наибольшія сжатія и разрѣженія воздуха (§ 55). Напротивъ, открытые концы можно считать мѣстами пучностей, такъ какъ здѣсь, вслѣдствіе сообщенія съ открытымъ воздухомъ, не можетъ происходить замѣтныхъ измѣненій давленія и плотности.

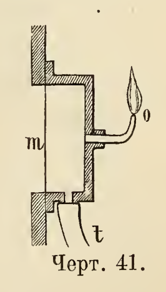
---

[1]) Теперь этотъ чертежъ имѣетъ условное (символическое) значеніе, такъ какъ рѣчь здѣсь идетъ о колебаніяхъ продольныхъ (§ 40).

Такимъ образомъ трубы, *открытыя съ обоихъ концовъ,* дадутъ полный рядъ гармоническихъ тоновъ, указанный на черт. 39, причемъ для основного тона $N_1 = V/2L$, гдѣ V скорость звука въ воздухѣ. Трубы съ одного конца *закрытыя* даютъ нечетные гармоническіе тоны, по черт. 40, причемъ $N_1 = V/4L$. Это—*законы Бернулли.*

§ 72. **Уклоненія отъ законовъ Бернулли.**—Эти простые законы выполняются только приблизительно. Труба должна быть не слишкомъ узка, иначе замѣтно вліяетъ треніе. Съ другой стороны, въ трубѣ значительной ширины нельзя считать волны плоскими, нельзя считать открытый конецъ пучностью и т. д.; законы Бернулли здѣсь замѣняются болѣе сложными (болѣе точная теорія дана Гельмгольтцомъ). Прямой опытъ показалъ, что въ широкой трубѣ основной тонъ ниже теоретическаго, въ зависимости отъ формы и размѣровъ поперечнаго сѣченія. При разсчетѣ тоновъ нужно, вмѣсто истинной длины L, поставить длину *приведенную,* которая нѣсколько болѣе истинной.

§ 73. **Демонстраціи.**—Стоячія волны воздуха въ трубахъ удобно демонстрировать посредствомъ манометрическихъ коробочекъ Кёнига (черт. 41). Коробочка, сквозь которую проходитъ изъ трубки t свѣтильный газъ, у выхода o зажигаемый, отдѣлена отъ канала трубы тонкой каучуковой перепонкой m. При звучаніи трубы перепонка колеблется въ тотъ же ритмъ и производитъ сжатія и разрѣженія свѣтильнаго газа; вслѣдствіе этого огонекъ то вытягивается, то присѣдаетъ. Во вращающемся зеркалѣ огонекъ даетъ *зубчатую* свѣтлую полосу. Дѣйствіе всего сильнѣе въ узлахъ, а въ пучностяхъ незамѣтно.



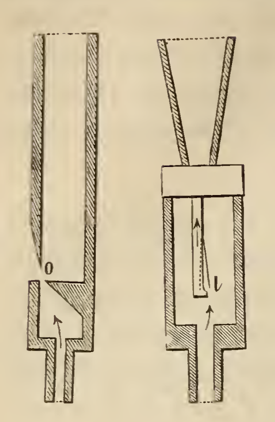
Черт. 41.

Число зубцовъ на данномъ протяженіи этой полосы, *ceteris paribus,* пропорціонально числу колебаній. Наблюдая сразу нѣсколько такихъ трубъ, можемъ повѣрить законъ зависимости N отъ L.

§ 74. **Возбужденіе трубъ.**—Звучаніе трубы обыковенно вызываютъ двоякимъ способомъ: 1) Вдуваемая воздушная струя разбивается у входа, при o (черт. 42), объ особую щель, ограниченную заостреннымъ краемъ, причемъ воздухъ приводится въ сложныя колебанія,

4

изъ числа коихъ труба усиливаетъ тѣ, которыя соотвѣтствуютъ ея собственнымъ тонамъ. (Присутствіемъ этой щели у открытаго конца нѣсколько нарушается согласіе съ элементарной теоріей.) 2) Струя входитъ чрезъ отверстіе, прикрываемое упругой пластинкой—*язычкомъ* (l, черт. 43), которая, приходя въ сотрясеніе, то отпираетъ, то запираетъ путь струѣ; происходитъ періодическое движеніе воздуха, которое усиливается трубою, если соотвѣтствуетъ одному изъ ея собственныхъ тоновъ.—Такую роль язычка играютъ отчасти губы музыканта при употребленіи нѣкоторыхъ духовыхъ инструментовъ. Такую же роль выполняютъ «голосовыя связки» въ гортани пѣвца: голосовой органъ есть родъ трубы съ язычкомъ, причемъ этотъ язычокъ можетъ измѣнять свою упругость, а форма трубы (резонатора) измѣняется, смотря по положенію рта.—Наконецъ, можно вызвать звучаніе трубы, помѣстивъ въ ней газовое пламя (химическая гармоника, пирофонъ).



Черт. 42. Черт. 43.

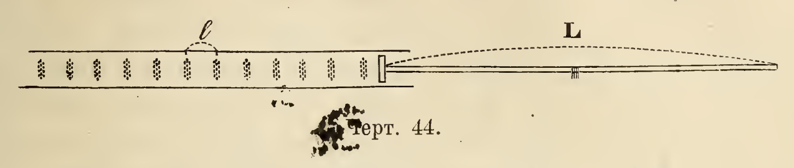
§ 75. **Метода Кундта**.—Ясно, что измѣряя число продольныхъ колебаній стержня и зная его длину, мы найдемъ скорость звука въ стержнѣ. Такъ, если стержень имѣетъ оба конца свободные, укрѣпленъ посрединѣ и издаетъ свой основной тонъ, то $V = N/2L$.

Подобнымъ образомъ измѣреніе длины трубы (или еще лучше—измѣреніе разстоянія между двумя узлами) и счетъ числа колебаній поведетъ къ опредѣленію скорости V_0 звука въ воздухѣ. Въ прозрачной (стеклянной) трубѣ мѣста узловъ дѣлаются замѣтными, если всыпанъ легкій порошокъ (semen lycopodii), который при колебаніяхъ собирается на узловыхъ сѣченіяхъ.

Для *сравнительной* оцѣнки скоростей звука въ стержнѣ и въ воздухѣ нѣтъ надобности знать число колебаній: если воздухъ трубы приводится въ колебаніе самимъ стержнемъ (служитъ резонаторомъ для тона стержня), то число колебаній стержня и трубы одно и то же, и изъ *отношенія* скоростей V/V_0 оно сокращается.

На этомъ основанъ способъ Кундта. Твердый стержень закрѣпленъ въ срединѣ, и мокрой суконкой приводится въ продольныя колебанія

(даетъ основной тонъ). Конецъ стержня, съ насаженной на него пробкой, входитъ въ длинную стеклянную трубку, куда всыпанъ плаунный порошокъ (черт. 44). Если L длина стержня, а l разстояніе



Черт. 44.

между двумя узловыми полосками, то $L/l = V/V_0$.—Если другой конецъ стержня входитъ въ другую, подобную трубу, въ которой воздухъ замѣненъ другимъ газомъ, то измѣряя разстояніе l' узловъ на ней, получимъ $V'/V_0 = l' : l$, откуда найдемъ скорость звука V' въ новомъ газѣ, зная V_0.

Прочія звучащія тѣла.

§ 76. Изложенное о тѣлахъ линейной или призматической формы позволяетъ въ общихъ чертахъ понять, какъ происходятъ собственные тоны тѣлъ иной формы. Первоначальныя волны, вызванныя тѣмъ или другимъ путемъ, у границъ тѣла даютъ начало волнамъ отраженнымъ и слагаются съ ними въ систему стоячихъ волнъ, если только распредѣленіе узловъ и пучностей, какое требуется этими стоячими волнами, совмѣстимо съ условіями даннаго звучащаго тѣла; тѣ длины волнъ λ, для коихъ это имѣетъ мѣсто, и опредѣляютъ собой собственные тоны тѣла.

При поперечныхъ колебаніяхъ стержня и пластинки, скорость волны V зависитъ отъ длины волны λ (§ 49). Въ тѣлахъ трехъ измѣреній система отраженныхъ волнъ, вообще, сложная. Все это ведетъ къ тому, что для такихъ тѣлъ собственные тоны *не представляютъ гармоническаго ряда,* а выражаются числами ирраціональными. Сюда относятся между прочимъ: камертонъ, пластинка, колоколъ, воздушная масса шарообразная (резонаторъ Гельмгольтца) и проч.

§ 77. Камертонъ.—Это—перегнутый стальной стержень, съ ножкой на сгибѣ, приводимый (смычкомъ, мягкимъ молоткомъ) въ поперечныя колебанія. Камертонъ сильно и долго звучитъ своимъ низшимъ (основнымъ) тономъ, причемъ колеблется по черт. 45,*a* (два узла). Слабѣе звучатъ и скоро замираютъ его верхніе (не гармоническіе) тоны; са-

мый низкій изъ нихъ (съ періодомъ почти вшестеро меньшимъ, чѣмъ у основного) соотвѣтствуетъ черт. 45,*b*.

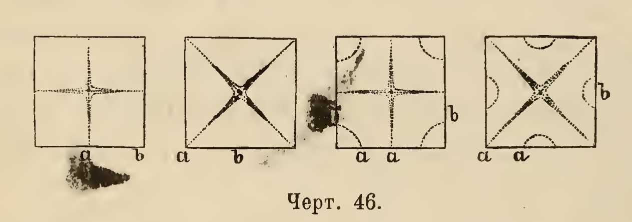


Черт. 45.

Утверждая стержень на резонансовомъ ящикѣ, коего основной тонъ одинаковъ съ основнымъ тономъ стержня, получаемъ снарядъ съ громкимъ и длительнымъ *простымъ* тономъ (верхніе тоны стержня не усиливаются ящикомъ)[1]. При очень *сильномъ* сотрясеніи камертонъ даетъ однакожъ и гармоническіе тоны (§ 34).

Камертонъ, тщательно сберегаемый (отъ ржавчины, отъ намагниченія), хорошо сохраняетъ высоту своего тона, и потому особенно удобенъ какъ постоянный *образецъ* извѣстнаго тона. (Съ повышеніемъ температуры тонъ нѣсколько понижается.)

§ 78. **Пластинка, перепонка.**—Неподвижныя точки при колебаніяхъ пластинокъ и натянутыхъ перепонокъ обнаруживаютъ, слегка обсыпая звучащее тѣло мелкимъ пескомъ: онъ собирается вдоль узловыхъ линій, образуя *„фигуры Хладни"*. Черт. 46 даетъ понятіе о простѣйшихъ фигурахъ для квадратной пластинки, подпертой въ центрѣ; 1-я фигура соотвѣтствуетъ самому низкому тону. (Точка *a* придерживается для образованія узла, въ *b* проводятъ смычкомъ.)



Черт. 46.

Всякое измѣненіе тона сопровождается измѣненіемъ фигуры, но одному тону могутъ соотвѣтствовать различныя фигуры.

Въ ряду тоновъ пластинки или перепонки, послѣдовательные интервалы между смежными тонами становятся все меньше и меньше, по мѣрѣ удаленія отъ основного тона. Послѣдній для перепонки тѣмъ ниже, чѣмъ слабѣе натяженіе.

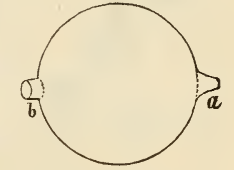
---

[1]) Ящикъ, съ одного бока открытый, играетъ роль закрытой трубы; длина его должна быть приблизительно $= \frac{1}{4}\lambda$, если λ—длина волны (въ воздухѣ) основного тона стержня (§ 71).

В. Сложные звуки.

§ 79. **Анализъ звуковъ.**—Въ большинствѣ случаевъ звучащее тѣло совершаетъ колебанія *сложныя* и находится въ состояніи сложныхъ стоячихъ волнъ. Эти стоячія волны суть результатъ наложенія отдѣльныхъ стоячихъ волнъ, соотвѣтствующихъ отдѣльнымъ простымъ тонамъ. Можемъ сказать, что тѣло одновременно издаетъ многіе собственные тоны. При этомъ обыкновенно низшіе тоны имѣютъ большую амплитуду и преобладаютъ.

Такого же рода сложныя поступательныя волны идутъ отъ тѣла въ окружающій воздухъ. Обнаруживать сложный составъ звучныхъ волнъ и *анализировать* звукъ можно, слушая съ помощью *резонаторовъ,* отзывающихся порознь на различные простые тоны. Полый шаръ съ отверстіемъ a, приложеннымъ къ уху, и другимъ отверстіемъ b—наружу, замѣтно откликается на *одинъ* только простой тонъ; это—резонаторъ Гельмгольтца (черт. 47). Чѣмъ больше шарообразная масса воздуха, тѣмъ ниже ея собственный тонъ. Имѣя рядъ такихъ резонаторовъ, можемъ убѣдиться, что звуки фортепіано, скрипки, оргáна, голоса и пр. суть сложные; на всякій такой звукъ откликаются *нѣсколько* резонаторовъ, составляющихъ гармоническій рядъ.



Черт. 47.

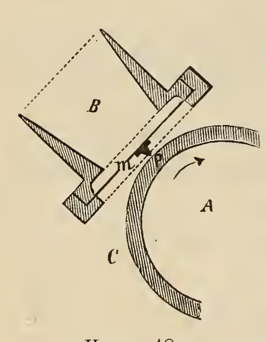
Присоединивъ къ отверстію a, посредствомъ каучуковой трубки, манометрическую коробочку (§ 73), мы сдѣлаемъ этотъ анализъ замѣтнымъ для глаза.

§ 80. **Комбинаціонные тоны.**—Если звучатъ нѣсколько тѣлъ, волны въ окружающемъ воздухѣ суть результаты наложенія отдѣльныхъ волнъ, посылаемыхъ каждымъ тѣломъ. Но когда звучатъ два тона *большой силы,* съ числами колебаній N_1 и N_2, образуемая ими воздушная волна не есть результатъ простого наложенія: въ нее войдутъ еще волны *комбинаціонныхъ тоновъ* (§ 34), которыхъ числа колебаній равны разности и суммѣ чиселъ N_1 и N_2. Въ этомъ убѣждаемся ухомъ, или анализомъ по § 79.

Такъ, напр., при сильномъ звучаніи двухъ камертоновъ съ 200 и 300 кол. возникаютъ тоны 100 и 500. (Суммовой тонъ всегда слабъ.)

§ 81. **Записываніе звуковъ. Фонографъ.**—Если перепонка тонка, гибка (мало упруга) и слабо натянута, собственные тоны ея слабо выражены [1]), и могутъ получаться почти только *принужденныя* колебанія—всякія безразлично, и даже отъ слабыхъ внѣшнихъ силъ. Такова барабанная перепонка уха, таковы манометрическія перепонки Кёнига (§ 73). Этимъ пользуются также для записыванія звуковыхъ колебаній воздуха помощью перепонки, снабженной стилемъ (*фонаутографъ*), и для оптической демонстраціи такихъ колебаній помощью перепонки, снабженной зеркальцемъ (*метода Фрёлиха,*—подобная методѣ Лиссажу, § 29).

Въ *фонографѣ* Эдисона перепонка m (черт. 48), снабженная рѣзцомъ p, воспринимая воздушныя волны, ударяющія въ преемникъ звука B, гравируетъ слѣдъ своихъ колебаній на пластическомъ (изъ воска съ примѣсями) цилиндрѣ A: цилиндру сообщено правильное винтообразное движеніе. Заставляя потомъ идти по этому слѣду другой придатокъ той же перепонки (тупое щупальце), мы воспроизведемъ въ ней и въ воздухѣ весь порядокъ первоначальныхъ колебаній, — воспроизведемъ прежнюю рѣчь или музыку [2]).



Черт. 48.

С. Опредѣленіе числа колебаній [3]).

§ 82. **Графическая метода.**—Для нѣкоторыхъ тѣлъ (напр. для камертоновъ) измѣрить абсолютное число N колебаній въ 1 секунду можно по способу, указанному въ § 9: нужно только знать скорость движущейся пластинки. Вмѣсто плоской пластинки удобно употреб-

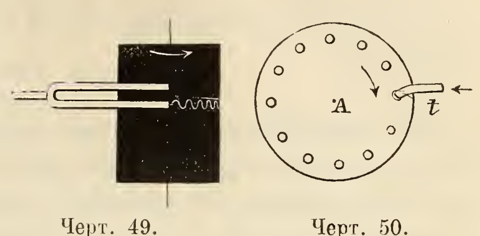
---

[1]) Нижніе изъ нихъ слишкомъ низки, а болѣе высокіе составляютъ почти непрерывный рядъ (§ 78) и мало длительны. Всѣ звуки воспринимаются одинаково легко, но быстро замираютъ.

[2]) Черт. 48—схематическій; въ дѣйствительности сочлененіе перепонки съ рѣзцомъ и щупальцемъ сложнѣе, причемъ имѣется въ виду, чтобы сопротивленіе воска не отзывалось на движеніяхъ перепонки и чтобы щупальце не портило „фонограммы", которою можно пользоваться много разъ. Воспроизведенные звуки сравнительно съ первоначальными слабы; но приладивъ къ B трубочку, другой конецъ которой вставленъ въ ухо, мы услышимъ ихъ съ большою силой.

[3]) Если звукъ сложный, излагаемые способы даютъ число для *низшаго* (основного) тона.

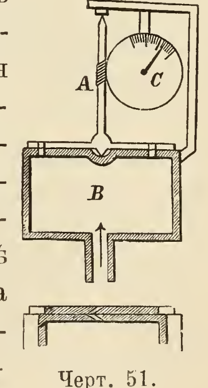
лять цилиндръ, вращающійся съ постоянной и извѣстной скоростью (черт. 49) и покрытый копотью. Если онъ дѣлаетъ ν оборотовъ въ 1 сек. и на окружности его улегается n волнъ начерченной кривой, то $N = n\nu$ [1]).



Черт. 49. Черт. 50.

§ **83. Сирена.** — Универсальный способъ даетъ *сирена*. Въ простѣйшей формѣ это — кружокъ съ отверстіями (черт. 50), вращающійся съ извѣстною скоростью и получающій струю воздуха чрезъ трубку t. Прерывистая струя приводитъ воздухъ въ принужденныя колебанія и даетъ тонъ $N = n\nu$, гдѣ n число отверстій, ν — число оборотовъ въ 1 сек. Измѣняя ν, приведемъ сирену въ *унисонъ* со звучащимъ тѣломъ; тогда, зная ν, находимъ N для послѣдняго.

Сирена гораздо звучнѣе, если прерывистый токъ воздуха идетъ черезъ всѣ отверстія сразу. Это достигается тѣмъ, что описанный кружокъ вертится надъ другимъ, который имѣетъ такой же рядъ отверстій и служитъ крышкою коробки B (черт. 51), соединенной съ акустическимъ мѣхомъ.—Для счета оборотовъ ось A сцѣпляется винтовою нарѣзкой съ зубчатыми колесами, которыя передаютъ движеніе стрѣлкѣ циферблата C; съ каждымъ оборотомъ оси стрѣлка подвигается на одно дѣленіе. — Когда достигнутъ желаемый тонъ сирены, счетчикъ (т. е. колеса съ циферблатомъ) придвигаютъ къ винту, а затѣмъ, черезъ извѣстное число t секундъ, отодвигаютъ; тогда $\nu = \nu/t$, гдѣ ν — пройденное число дѣленій [2])



Черт. 51.

---

[1]) Наоборотъ, имѣя камертонъ съ точно извѣстнымъ N, можно пользоваться снарядомъ въ качествѣ *хронографа* для измѣренія малыхъ промежутковъ времени: въ началѣ и концѣ промежутка дѣлается (автоматически, замыканіемъ электрическаго тока) мѣтка на волнистой линіи, которую чертитъ камертонъ на цилиндрѣ (знать ν здѣсь не нужно).

[2]) Ось A можно вращать постороннимъ двигателемъ. Обыкновенно вертитъ ее сама воздушная струя, для чего отверстія должны быть косыя, какъ показано внизу черт. 51.

Сирена, какъ снарядъ съ перемѣннымъ и непосредственно извѣстнымъ числомъ колебаній, можетъ служить для многихъ цѣлей въ Акустикѣ.—Если отверстія расположены въ нѣсколько рядовъ (съ различными n), сирена—*многоголосная.* (Каждый рядъ можно закрывать отдѣльно) [1]).

§ 84. Относительныя числа.—Способъ § 82 упрощается, если требуется знать только *отношеніе* чиселъ колебаній (интерваллъ) двухъ камертоновъ: оба камертона чертятъ свои волны одновременно на одномъ цилиндрѣ, и нужно сосчитать числа волнъ, улегающіяся на данной длинѣ (знать ν нѣтъ надобности).

Прекрасный способъ сравненія камертоновъ даетъ метода Лиссажу въ формѣ § 29, черт. 22.

§ 85. Вліяніе относительнаго движенія.—Пусть наблюдатель и звучащее тѣло *удаляются* другъ отъ друга съ относительною скоростью v. Звучащее тѣло совершаетъ N кол. въ 1 сек.; но 1-я изъ N волнъ приходитъ къ наблюдателю съ разстоянія s, а послѣдняя съ разстоянія $s+v$; слѣд. 1-я употребляетъ время s/V, а послѣдняя—время $(s+v)/V$, т. е. опаздываетъ на v/V сек. Такимъ образомъ наблюдатель получитъ N колебаній въ $(1+v/V)$ секундъ или $N/(1+v/V)$ колебаній въ 1 сек., т. е. звукъ придетъ *пониженнымъ* на интерваллъ $1/(1+v/V)$.—Если источникъ и пріемникъ звука взаимно *сближаются,* звукъ доходитъ *повышеннымъ.*

Такъ, напр., свистъ подходящаго локомотива кажется выше, а уходящаго—ниже, чѣмъ при остановкѣ движенія.

Это правило (*принципъ Допплера*) имѣетъ приложеніе и въ Оптикѣ.

---

[1]) Найдя число колебаній и зная скорость звука въ воздухѣ, найдемъ соотвѣтственную длину волны ($\lambda = V/V$). Для слышимыхъ нами звуковъ (§ 6) длины волнъ, въ воздухѣ около 0^0 (§ 47), заключаются между 11m и 9mm.

IV.

СЛУХЪ И МУЗЫКА.

Ощущеніе звуковъ.

§ 86. **Колебанія въ ухѣ.**—Звуковыя волны, достигая ǒргана слуха, приводятъ въ состояніе стоячихъ волнъ сперва воздухъ наружнаго слухового канала и его дно—барабанную перепонку, затѣмъ внутреннее ухо съ разстилающимися въ его жидкости окончаніями слухового нерва. Эти колебанія частей самаго уха и служатъ ближайшимъ источникомъ слуховыхъ ощущеній. Въ каждомъ ощущеніи мы различаемъ *силу*, *высоту* и *тембръ*.

§ 87. **Сила.**—О *силѣ* (громкости) звука мы заключаемъ по механической напряженности (§ 44) звуковыхъ волнъ въ ухѣ, причемъ съ нѣкоторою точностью можемъ сравнивать только звуки, близкіе по высотѣ. Мѣрою силы является такимъ образомъ квадратъ амплитуды воздушныхъ колебаній въ наружномъ ухѣ. Эта амплитуда можетъ быть крайне мала (менѣе 0,000001 mm.) и звукъ все-таки слышенъ.

§ 88. **Высота.**—*Высоту* звука мы оцѣниваемъ ухомъ соотвѣтственно числу колебаній, буде это—простой тонъ, соотвѣтственно числу колебаній основного тона, буде звукъ гармонически сложный [1]). Привычное ухо весьма тонко различаетъ относительную высоту (интерваллъ) двухъ звуковъ одновременныхъ, или быстро слѣдующихъ другъ за другомъ; гораздо труднѣе оцѣнивать высоту одинокаго звука. Мы уже знаемъ, что тоны ниже 30 кол. и выше 40000 кол. на ухо не дѣйствуютъ (§ 6) [2]). Вблизи этихъ предѣловъ оцѣнка высоты становится ненадежною. Для ясной оцѣнки высоты нужно также, чтобы звукъ длился достаточно (нѣсколько полныхъ періодовъ). Длительный звукъ постоянной высоты мы называемъ *музыкальнымъ*. Звукъ слишкомъ кратковременный, или слишкомъ смѣшанный (безъ преобладанія одного или немногихъ тоновъ), или быстро измѣнчивый (не вполнѣ

---

[1]) Эти предѣлы нѣсколько измѣняются, смотря по силѣ звука и индивидуальности слушателя.

[2]) Если основной тонъ слабъ или не слышенъ по малости числа колебаній, практическая оцѣнка высоты становится ненадежною.

періодическое движеніе)—называютъ вообще *шумомъ* (въ частности—стукъ, трескъ и пр.).

Важный фактъ зависимости высоты отъ числа колебаній установили (почти одновременно) Галилей и Мерсéннъ.

§ 89. **Тембръ.**—Примѣсь къ низшему *верхнихъ* тоновъ, въ томъ или другомъ числѣ, съ той или другой силой, опредѣляетъ собою *тембръ* звука, т.-е. то различіе, какое замѣчаемъ между двумя звуками одинаковой высоты и одинаковой силы.—Примѣсь *шумовъ* (напр. шипѣніе воздуха при входѣ въ органную трубу, стукъ молоточка о струны фортепіано и т. п.) также отчасти обусловливаетъ различіе тембра.

Даже тонъ объективно (т.-е. внѣ уха) простой, если онъ достаточно силенъ, вызываетъ въ самомъ ухѣ примѣсь верхнихъ тоновъ (по принципу § 34). Ощущеніе одного простого тона получается лишь въ рѣдкихъ случаяхъ.

§ 90. **Ощущеніе тембра.—Синтезъ тембровъ.**—Какимъ образомъ мы можемъ ощущать разницу тембра, объ этомъ были два мнѣнія Одни думали, что непосредственно ощущается различіе *формы* сложныхъ звуковыхъ волнъ; другіе (*Омъ*),—что ощущаются *порознь* тѣ отдѣльныя *простыя* волны, изъ коихъ сложная волна состоитъ. Послѣдняя гипотеза подтверждена изслѣдованіями Гельмгольтца.

Различіе двухъ взглядовъ сводится къ такому вопросу: ощущаемъ ли мы разницу тембра въ тѣхъ случаяхъ, когда простые тоны—тѣ же самые, но форма составной волны, благодаря различному распредѣленію фазъ, неодинакова? Таковы, напр., случаи C и D на черт. 9.

Посредствомъ ряда гармоническихъ камертоновъ, снабженныхъ резонаторами и различными приспособленіями (для поддержанія той или другой силы звука, той или другой разницы фазъ), Гельмгольтцъ производилъ *синтезъ* различныхъ тембровъ, т.-е. получалъ звуки, по тембру похожіе на звуки оргáна, струнъ, голоса и пр. При этомъ оказалось, что измѣненіе фазы колебанія тѣхъ или другихъ камертоновъ не вліяетъ на тембръ, что тембръ опредѣляется только *числомъ* и *силою* отдѣльныхъ протыхъ тоновъ.

Звуки голоса (пѣнія), при той же высотѣ, различаются, смотря по тому, на какую *гласную* (*а*, *о*, *у*) поется нота. Каждая гласная

характеризуется однимъ или нѣсколькими верхними тонами [1]), которые усилены, благодаря той или другой формѣ полости рта. Гельмгольтцъ дѣлалъ тѣми же камертонами синтезъ гласныхъ буквъ.

Изъ сказаннаго заключаемъ, что каждый изъ простыхъ тоновъ мы *ощущаемъ* отдѣльно, что ощущеніе сложнаго звука есть совокупность нѣсколькихъ отдѣльныхъ ощущеній (подобно тому, какъ ощущеніе рельефа въ стереоскопѣ есть совокупность двухъ ощущеній, получаемыхъ правымъ и лѣвымъ глазомъ). Обыкновенно мы *не замѣчаемъ* простыхъ тоновъ въ отдѣльности; но при извѣстномъ навыкѣ и вниманіи можно достигнуть того, что и *безъ помощи резонаторовъ* сложный звукъ слышится какъ аккордъ многихъ тоновъ.

§ 91. **Ухо—анализаторъ звуковъ.**—Итакъ ухо различаетъ тембръ, потому что производитъ *анализъ* сложнаго звука. Такой же анализъ производимъ всякій разъ, когда слышимъ сразу нѣсколько источниковъ звука; мы безъ труда различаемъ отдѣльные голоса, отдѣльные инструменты оркестра, хотя въ ухѣ имѣется лишь общій итогъ ихъ дѣйствій (воздушная волна той или другой формы). Обыкновенно этотъ анализъ не идетъ далѣе этого въ нашемъ сознаніи, и привычное сочетаніе простыхъ тоновъ, идущее изъ одного источника (напр. звукъ фортепіано), воспринимается нами какъ нѣчто цѣльное. Но уху присуща способность вести анализъ *до конца*: разлагать и это сочетаніе на отдѣльные простые тоны. *Элементарное ощущеніе есть ощущеніе простого тона.*—Такой способности не имѣетъ глазъ по отношенію къ сложнымъ цвѣтамъ свѣта.

Такой же анализъ звука производится (§ 79) рядомъ резонаторовъ. Чтобъ объяснить, какъ производится анализъ невооруженнымъ ухомъ, Гельмгольтцъ допускаетъ, что во внутреннемъ ухѣ имѣются отдѣльные элементы, способные механически откликаться каждый на опредѣленный простой тонъ (и на тоны достаточно близкіе), и что каждый такой элементъ соединенъ съ особымъ нервнымъ окончаніемъ: различные простые тоны ощущаются различными нервными окончаніями. Роль такихъ элементовъ, вѣроятно, выполняютъ „Кортіевы органы“ (въ «улиткѣ» уха) и волокна той перепонки (membrana basilaris), на которой они прикрѣплены.

---

[1]) На этотъ разъ важенъ не *порядокъ* верхнихъ тоновъ, а (приблизительная) обсолютная *высота* ихъ (напр. гласная *о* требуетъ тона прибл. въ 475 колебаній).

Сродство и консонансъ звуковъ.

§ **92**. Два музыкальные звука, вызванные *послѣдовательно* («мелодически»), производятъ впечатлѣніе большей или меньшей степени *сродства* или соотвѣтствія; вызванные *одновременно* («гармонически») даютъ ощущеніе болѣе или менѣе стройнаго *созвучія* (консонансъ, диссонансъ).

Степень сродства и созвучія зависитъ отъ *отношенія между числами колебаній* («интервалла») звуковъ [1]) и не зависитъ (или очень мало зависитъ) [2]) отъ абсолютныхъ величинъ этихъ чиселъ. Въ этомъ всего прямѣе убѣждаемся посредствомъ многоголосной сирены (§ 83), гдѣ интервалы непосредственно даны самимъ снарядомъ.

§ **93**. Не говоря о двухъ звукахъ, вполнѣ тождественныхъ по высотѣ (интервалъ 1 : 1, или *унисонъ*), постепенно меньшую и меньшую степень сродства и созвучія находимъ при интерваллахъ:

1 : 2 (октава),
2 : 3 (квинта),
3 : 4 (кварта),
4 : 2 (большая терція),
5 : 6 (малая терція).

Дальнѣйшіе интервалы 6 : 7, 7 : 8, 8 : 9... даютъ въ большей или меньшей степени *диссонансъ*.

Октава мало отличается отъ унисона. Интервалъ превышающій октаву, имѣетъ почти такое же значеніе, какъ еслибы нижній звукъ былъ поднятъ на октаву (наприм. дуодецима 1 : 3 сходна съ квинтой 2 : 3).

Въ гармоническомъ рядѣ чиселъ

1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6

мы находимъ всѣ созвучные интервалы, расположенные по степенямъ ихъ музыкальнаго совершенства.

---

1) Разумѣются числа колебаній низшихъ *(основныхъ)* тоновъ (§ 88).

2) Нѣкоторое вліяніе замѣчается, если звуки сложные. Причина выяснится ниже.

§ **94. Объясненіе сродства** звуковъ прямо вытекаетъ изъ предыдущей главы. Музыкальные звуки сложны, и ухо ощущаетъ отдѣльно всѣ простые гармоническіе тоны ихъ (§ 91).

Возьмемъ два звука I, II, состовляющіе *октаву*, и пусть каждый изъ нихъ имѣетъ 6 первыхъ гармоническихъ тоновъ. Пусть числа колебаній основныхъ тоновъ суть 200 и 400; для отдѣльныхъ тоновъ получимъ числа:

	I	II.
1.	200	400
2.	400	800
3.	600	1200
4.	800	1600
5.	1000	2000
6.	1200	2400

Мы видимъ, что у двухъ звуковъ есть три *общіе* простые тона (400, 800, 1200). Въ звукѣ II мы находимъ *повтореніе* части того, что содержалось въ звукѣ I.

Возьмемъ квинту, напр., 200 и 300, т.-е.

	I.	II.
1.	200	300
2.	400	600
3.	600	900
4.	800	1200
5.	1000	1500
6.	1200	1800

Здѣсь также звукъ II представляетъ отчасти повтореніе того, что есть въ I; но число общихъ тоновъ здѣсь меньше, болѣе низкіе (и болѣе сильные) тоны не повторяются, а потому и степень сродства слабѣе. И т. д. для другихъ интерваловъ. Степень сродства опредѣляется *числомъ* и *силой* совпадающихъ простыхъ тоновъ [1]).

§ **95. Объясненіе консонанса и диссонанса** *одновременно* звучащихъ нотъ вытекаетъ изъ тѣхъ же соображеній, если прибавимъ еще фактъ *біеній между двумя близкими, но не вполнѣ унисонными тонами* (§ 15).

---

[1]) Сила же обыкновенно тѣмъ меньше, чѣмъ выше стоитъ тонъ въ гармоническомъ ряду (2-й слабѣе 1-го, и т. д.).

Производя такія біенія на простыхъ тонахъ (камертоны съ ящиками), находимъ, что пока біеній немного (1, 2, 3, 4 въ секунду), они не вредятъ ясности и стройности ощущенія При большемъ числѣ біеній (всего болѣе—при 33 біеніяхъ въ секунду для тоновъ средней высоты) звукъ становится «шероховатымъ», даетъ ощущеніе смутное и тягостное, унисонъ разстроенъ,—получаемъ диссонансъ. При дальнѣйшемъ умноженіи біеній интервалъ опять стройнѣе, и вредъ отъ біеній окончательно исчезаетъ, когда ихъ около 130.

Это понятно изъ § 91. Два близкіе тона затрогиваютъ *одинъ и тотъ же* элементъ уха и даютъ ему колебаніе *прерывистое* (черт. 8). Если перерывы часты, получаются обрывки тона—ощущеніе неясно Кромѣ того, всякое прерывистое раздраженіе нервовъ (мерцающій свѣтъ, царапанье кожи) дѣйствуетъ сильнѣе и тягостнѣе, чѣмъ раздраженіе постоянное, при которомъ чувствительность нерва быстро притупляется. Но когда перерывы еще чаще, такого дѣйствія они не производятъ (нервъ не успѣваетъ возвратить притупленную чувствительность въ теченіе перерыва).

§ **96**. Это объясненіе не было бы приложимо къ интерваламъ большимъ, еслибы звуки были простые. Но это случай исключительный (§ 89): звуки голоса и музыкальныхъ инструментовъ суть сложные. Но въ составѣ сложныхъ звуковъ, даже и при большихъ интервалахъ, найдутся пары гармоническихъ тоновъ, близкихъ между собой. Если эти послѣдніе совпадаютъ вполнѣ, біеній между ними нѣтъ; если есть біенія въ достаточномъ и не слишкомъ большомъ числѣ, это поведетъ къ ощущенію диссонанса: чѣмъ больше паръ бьющихся тоновъ, чѣмъ они сильнѣе, чѣмъ число біеній ближе къ 33, тѣмъ диссонансъ будетъ рѣзче.

Возьмемъ два звука въ *октаву* (§ 94): здѣсь біеній «вредныхъ» нѣтъ нигдѣ. Но если октава неточная, наприм.:

	I.		II.
1.	200	10	410
2.	400		820
3.	600	20	1230
4.	800		1640
5.	1000	30	2050
6.	1200		2460

то являются бьющіеся тоны (у насъ 3 пары, съ числами біеній 10, 20, 30), и интервалъ разстроенъ.

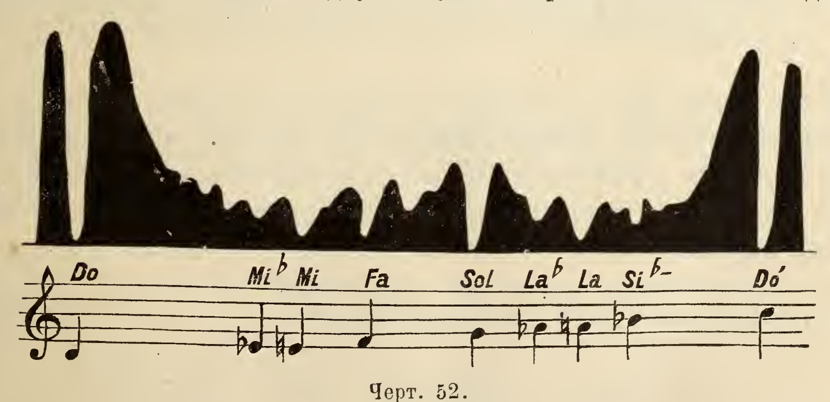
Въ чистой квинтѣ § 94 уже есть пары тоновъ, имѣющія по 100 біеній (200 и 300, 300 и 400, 800 и 900), но эти біенія близки къ предѣльному числу (130) и мало вредятъ. Разстроенная квинта (наприм. **200** и **310**) опять дастъ біенія вредныя.

Въ *квартѣ* (наприм. **200** и $200 \times {}^4/_3 =$ **266,66**...), хотя бы и чистой, біенія уже встрѣчаются въ большемъ числѣ паръ, и числа біеній ближе къ числу особенно непріятному (33). Въ большой терціи (**200** и **250**)—тѣмъ болѣе, и т. д. [1]).

Какъ скоро интервалъ взятъ неточно,—тоны, совпадавшіе въ чистомъ интерваллѣ, даютъ біенія, и число біеній въ данной парѣ звуковъ тѣмъ больше, чѣмъ эти тоны стоятъ выше въ гармоническомъ порядкѣ.

§ **97**. Таково объясненіе консонанса и диссонанса, данное Гельмгольтцомъ. Надо прибавить, что 1) при разсчетѣ біеній слѣдуетъ имѣть въ виду и *комбинаціонные тоны* (§ 80); 2) даже отъ объективно-простыхъ тоновъ вызываются въ ухѣ гармоническіе верхніе тоны (§ 89).

На чертежѣ 52 изображено, по Гельмгольтцу, теоретически вычисленное вліяніе біеній для двухъ звуковъ скрипки, изъ коихъ одинъ



Черт. 52.

остается неизмѣннымъ (*Do*), а другой отъ унисона непрерывно по-

[1]) Понятно, что совершенство даннаго консонанса отчасти зависитъ и отъ абсолютной высоты нотъ, наприм. кварта (200: 266,66...) лучше, чѣмъ кварта 100: 133,33...).

вышается до октавы до (*Dò*). Вліяніе біеній отмѣчено высотою ординаты надъ уровнемъ. Наименьшее вліяіе біеній («долины» чертежа) получается какъ разъ при консонансахъ; чѣмъ полнѣе консонансъ, тѣмъ всякая ошибка въ немъ чувствительнѣе.

Гаммы. Обозначеніе звуковъ.

§ 98. **Діатоническая гамма.**—Сочетаніе звуковъ.

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2} : 2,$$

т.-е. исходный звукъ (*тоника*), его большая терпія, квинта и октава,—содержитъ всѣ лучшіе консонансы (§ 93) [1]). Это—такъ называемый *мажорный* (или *дурный*) *аккордъ* на тоникѣ.

Если возьмемъ трехзвучіе

$$1 : \frac{5}{4} : \frac{3}{2}$$

и построимъ подобныя же трехзвучія, принявъ квинту за тонику, а потомъ принявъ тонику за квинту, то получимъ:

$$\frac{2}{3}, (^2/_3 \cdot {^5/_4}) = \frac{5}{6}, \ 1, \ \frac{5}{4}, \frac{3}{2}, (^3/_2 \cdot {^5/_4}) = \frac{15}{8}, (^3/_2 \cdot {^3/_2}) = \frac{9}{4}.$$

Тѣ изъ этихъ звуковъ, которые выходятъ за предѣлы октавы 1 : 2, перенесемъ внутрь октавы, замѣнивъ ихъ звуками, на октаву повышенными или пониженными [2]) (по § 93 характеръ интерваловъ мало отъ этого измѣнится). Выстроивъ въ порядкѣ полученные 7 звуковъ, имѣемъ:

$$1 : \frac{9}{8} : \frac{5}{4} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{5}{3} : \frac{15}{8}.$$

Этотъ рядъ звуковъ, выбранныхъ соотвѣтственно наибольшимъ

---

[1]) Отношеніе $2 : \frac{3}{2}$ даетъ кварту, $\frac{3}{2} : \frac{5}{4}$ малую терцію.

[2]) Вмѣсто $\frac{2}{3}$ придется взять $\frac{4}{3}$, вмѣсто $\frac{5}{6} \ldots \frac{5}{3}$, вмѣсто $\frac{9}{4} \ldots \frac{9}{8}$.

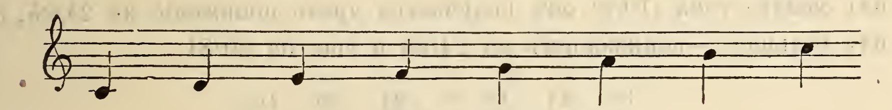
степенямъ сродства съ тоникою (1) и съ ея квинтой (3/2), составляетъ *діатоническую мажорную гамму* [1]).

§ 99. Обозначеніе звуковъ.—Звукъ высоты около 65 колебаній называютъ do_1 (или ut_1); примемъ $do_1 = 64$ [2]). Послѣдовательныя октавы его: do_2 (128), do_3 (256), do_4 (512) и т. д.

Принявъ одинъ изъ этихъ *do* за тонику и строя на немъ діатоническую мажорную гамму, слѣдующіе звуки ея называютъ: *re, mi, fa, sol, la, si*. Наприм., для октавы между do_3 и do_4 получимъ:

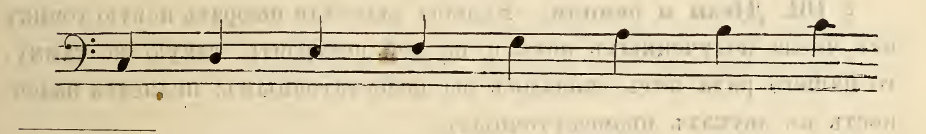
do_3	re_3	mi_3	fa_3	sol_3	la_3	si_3	do_4
256	288	320	341,33...	384	426,66...	480	512

или, по принятому въ музыкѣ нотному обозначенію [3]).



Октава $do_2 - do_3$ изображается такъ:

do_2	re_2	mi_2	fa_2	sol_2	la_2	si_2	do_3
128	144	160	170,66...	192	213,33...	240	256



---

[1]) Сдѣлавъ такое же построеніе съ замѣной большой терціи малой терціей, получимъ другую діатоническую гамму (*минорную* или *мольную*):

$$1 : \frac{9}{8} : \frac{6}{5} : \frac{4}{3} : \frac{3}{2} : \frac{8}{5} : \frac{9}{5} : 2.$$

Она болѣе искусственна, чѣмъ мажорная, и подвергалась измѣненіямъ. Въ настоящее время подъ именемъ „мелодической минорной гаммы" употребляютъ этотъ рядъ въ *нисходящемъ* порядкѣ звуковъ, а для восходящаго—прежній (мажорный) рядъ, съ замѣной только 5/4 черезъ 6/5.

[2]) Такъ принимается у физиковъ, для удобства разсчета (всѣ *do* выражаются степенями числа 2). Въ музыкѣ во Франціи и Россіи принято $do_1 = 65{,}25$, такъ что $la_3 = 435$.—Точное соблюденіе *абсолютнаго* числа не важно для музыкальныхъ цѣлей, лишь бы всѣ *отношенія* (интервалы) были точны.

[3]) Пять линій составляютъ „нотную систему", знакъ въ началѣ строки—„ключъ" (въ первой строкѣ скрипичный, во второй—басовой); значеніе каждой точки (ноты) зависитъ отъ мѣста ея на системѣ и отъ предстоящаго ключа.

§ **100. Тонъ, полутонъ, комма.** — Интервалы двухъ смежныхъ звуковъ въ этой гаммѣ суть:

do	re	mi	fa	sol	la	si	do
$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	

Изъ нихъ два бо̀льшіе, почти равные:

$$\frac{9}{8} \text{ и } \frac{10}{9} = \frac{9}{8} \times \frac{80}{81}$$

называются *цѣлыми тонами, большимъ* (9/8) и *малымъ* (10/9). Третій интерваллъ (16/15) значительно меньше: онъ немного больше половины цѣлаго большого тона [1]) и называется *большимъ полутономъ*; изъ малаго тона (10/9) онъ получается чрезъ пониженіе на 24/25, а изъ большого—пониженіемъ на 24/25 и еще на 80/81:

$$\frac{10}{9} \times \frac{24}{25} = \frac{16}{15}, \frac{9}{8} \times \frac{24}{25} \times \frac{80}{81} = \frac{16}{15}.$$

Интерваллъ 25/24 называется *малымъ полутономъ*. Близкій къ унисону интерваллъ 81/80 называется *коммой*.

§ **101. Діезы и бемоли.**—Еслибы захотѣли выбрать новую тонику изъ числа полученныхъ нотъ и на ней построить такую же гамму, то нашего ряда нотъ оказалось бы недостаточнымъ: является надобность въ звукахъ промежуточныхъ.

Такъ, наприм., взявъ *sol* за тонику, получимъ рядъ интерваловъ:

sol	la	si	do	re	mi	fa	sol
$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$,	

который отъ прежняго ряда

$$\frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{16}{15} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{10}{9} \quad \frac{9}{8} \quad \frac{16}{15}$$

отличается главнымъ образомъ въ промежуткахъ *mi-fa, fa-sol*; остальныя различія выражаются коммой и ими можно пренебречь.

---

[1]) Удвоивая интерваллъ $\frac{16}{15}$, получимъ именно $\frac{16}{15} \times \frac{16}{15} = \frac{256}{225} = \frac{9,1\ldots}{8}$.

Чтобы получить на *sol* гамму подобную прежней, достаточно *повысить* fa *на малый полутонъ* 25/24: новый звукъ назовемъ *фа діезъ* (*fa*♯). Получимъ:

$$\underset{\frac{10}{9}}{\text{sol — la}}\quad \underset{\frac{9}{8}}{\text{la — si}}\quad \underset{\frac{16}{15}}{\text{si — do}}\quad \underset{\frac{9}{8}}{\text{do — re}}\quad \underset{\frac{10}{9}}{\text{re — mi}}\quad \underset{\frac{10}{9}}{\text{mi — fa}^{\sharp}}\quad \underset{\frac{16}{15}\times\frac{81}{80}}{\text{fa}^{\sharp}\text{ — sol}}$$ [1]).

Этотъ рядъ только на коммы отличается отъ первоначальнаго.

Подобнымъ образомъ, взявъ *fa* за тонику, получимъ гамму подобную первоначальной (пренебрегая разницами на комму), если *понизимъ* на 24/25 ноту *si* (или, какъ говорятъ, возьмемъ *si-бемоль*, *si*♭):

$$\underset{\frac{9}{8}}{\text{fa — sol}}\quad \underset{\frac{10}{9}}{\text{sol — la}}\quad \underset{\frac{27}{25}}{\text{la — si}^{\flat}}\quad \underset{\frac{10}{9}}{\text{si}^{\flat}\text{ — do}}\quad \underset{\frac{9}{8}}{\text{do — re}}\quad \underset{\frac{10}{9}}{\text{re — mi}}\quad \underset{\frac{16}{15}}{\text{mi — fa}}$$

§ **102. Уравненная гамма.**—Такимъ образомъ, чтобъ имѣть возможность на каждомъ изъ звуковъ гаммы *do*, *re*,...*si* строить подобную же (съ точностью до коммы) гамму, необходимо вставить 14 новыхъ нотъ (*do*♯, *re*♭, *re*♯ и т. д.), получаемыхъ чрезъ повышеніе на 25/24 или пониженіе на 24/25. Полный рядъ изъ 21 ноты будетъ *энгармоническая гамма*.

Промежуточныхъ нотъ потребуется еще больше, если пожелаемъ не пренебрегать коммой и имѣть возможность и на вновь вставленныхъ нотахъ строить точныя гаммы.

Такая система была бы крайне сложна и для инструментовъ съ постоянными звуками представляла бы непреодолимыя затрудненія. Ограничиваются копромиссомъ, вставляя только по одному промежуточному звуку въ *большіе* интервалы (цѣлые тоны) первоначальной нашей гаммы, что дастъ всего 12 нотъ въ предѣлахъ октавы (*хроматическая гамма*).—Чтобы ровнѣе распредѣлить ошибки интерваловъ, дѣлаютъ эти 12 интерваловъ *равными*: оставляя чистыми

---

[1]) Здѣсь получился новый интервалъ $\frac{16}{15}\times\frac{81}{80}=\frac{27}{25}$ (*чрезмѣрный полутонъ*).

только октавы, всѣ интервалы между двумя смежными нотами дѣлаютъ $= \sqrt[12]{2}$ ($= 1{,}05946$):

do	do♯ = re♭	re	re♯ = mi♭	mi = fa♭	mi♯ = fa...
1	$\sqrt[12]{2}$	$(\sqrt[12]{2})^2$	$(\sqrt[12]{2})^3$	$(\sqrt[12]{2})^4$	$(\sqrt[12]{2})^5 \ldots$

Это *уравненная* (темперированная) *хроматическая гамма*, вошедшая въ общее употррбленіе. Въ ней квинты почти вѣрны ($(\sqrt[12]{2})^7 = 1{,}498 \ldots$, вмѣсто $1{,}500$) и 12 послѣдовательныхъ квинтъ составляютъ въ точности 7 октавъ [1]).

Инструменты болѣе чистаго строя, съ большимъ числомъ нотъ въ октавѣ, были построены Гельмгольтцомъ и др.

---

[1]) Этимъ и пользуются на практикѣ, при настройкѣ: взявъ исходную ноту (обыкновенно la_3) по камертону, идутъ отъ нея вверхъ по квинтамъ и по временамъ — внизъ на октаву; квинты берутъ чуть-чуть ниже, съ такимъ разсчетомъ, чтобы въ концѣ вернуться въ точности къ исходному пункту. Наприм.

la_2♯	si_2	do_3	do_3♯	re_3	re_3♯	mi_3	fa_3	fa_3♯	sol_3	sol_3♯	la_3	la_3♯	si_3	do_4	do_4♯	re_4	re_4♯	mi_4
13	5	16	8	19	11	3	14	6	17	9	1 (20)	12	4	15	7	18	10	2

(Числами указано, въ какомъ порядкѣ берутся ноты.)

ЧАСТЬ II.

ФИЗИЧЕСКАЯ ОПТИКА.

§ **103. Гипотеза объ эѳирѣ.**—Явленія свѣта, послѣ неудачной «теоріи истеченія», объясняютъ какъ колебанія малѣйшихъ частицъ свѣтящихъ тѣлъ,—колебанія, которыя передаются волнами *эѳира*.

Необходимость допустить эту особую среду вытекаетъ изъ того, что 1) свѣтъ доходитъ къ намъ отъ небесныхъ тѣлъ и распространяется чрезъ «пустоту», т.-е. чрезъ пространство, ненаполненное ничѣмъ, кромѣ развѣ весьма разрѣженныхъ газовъ; 2) скорость свѣта, какъ увидимъ, такъ громадна, что волны въ какомъ-либо изъ извѣстныхъ намъ тѣлъ (напр. въ разрѣженномъ газѣ) не объяснили бы дѣла (она почти въ милліонъ разъ больше, чѣмъ скоростѣ звуковыхъ волнъ въ воздухѣ обыкновенной температуры); 3) волны свѣтовыя слѣдуетъ считать *поперечными* (иначе не могло бы быть *поляризованнаго* свѣта), а такія невозможны въ газѣ.

Первоначальная гипотеза (Гейгенса, Френеля † 1827 г.) считаетъ свѣтовыя волны эѳира вполнѣ аналогичными съ волнами (поперечными) въ твердой средѣ. Съ этой точки зрѣнія эѳиръ (по крайней мѣрѣ по отношенію къ быстрымъ колебаніямъ) приходится уподоблять *твердому тѣлу* (притомъ несжимаемому, ибо продольныхъ волнъ въ немъ, повидимому, нѣтъ). Всякая частица эѳира въ свѣтовой волнѣ совершаетъ колебанія въ плоскости волны, поддерживаемыя упругостью.

Въ новое время открыты соотношенія между свѣтовыми и электрическими явленіями. Электрическіе процессы въ непроводящей средѣ распространяются также волнами съ такою же скоростью, какъ свѣтъ; такія «электрическія волны» вполнѣ подобны свѣтовымъ (недавніе опыты Гертца особенно наглядно это показали). — Поэтому Максвелль (1865 г.) предложилъ *электромагнитную терію свѣта*: свѣтовыя волны суть поперечныя волны «*электрическихъ колебаній*» эѳира; въ чемъ именно состоитъ механизмъ такихъ колебаній пока

еще неясно, но отъ этого обобщенія выигрываютъ и Оптика и Электричество.

Мы будемъ говоритъ въ духѣ прежней (Френелевой) гипотезы, главныя заключенія которой остаются вѣрными и въ новой теоріи.

§ 104. **Эѳиръ въ тѣлахъ.**—Распространеніе свѣта въ *прозрачныхъ тѣлахъ* слѣдуетъ приписать эѳиру, наполняющему междучастичные промежутки тѣла. Скорость свѣта здѣсь вообще иная, чѣмъ въ пустотѣ, и различная, смотря по свойству тѣла и по свойству свѣта; въ тѣлахъ кристаллическихъ она, кромѣ того, различна по различнымъ направленіямъ. Слѣдуетъ заключить, что содержащійся въ тѣлахъ эѳиръ пріобрѣтаетъ особыя свойства подъ вліяніемъ частицъ «вѣсомой» матеріи, что въ тѣлахъ кристаллическихъ онъ получаетъ также какъ бы кристаллическое строеніе. Въ тѣлахъ непрозрачныхъ эѳиръ потерялъ способность распространять свѣтовыя волны: онѣ *поглощаются*; при этомъ вмѣсто исчезнувшей энергіи свѣтовой является энергія тепловая (поглощающее тѣло нагрѣвается); иногда химическая (тѣло, буде оно сложное, разлагается); иногда поглощающее тѣло само становится источникомъ свѣта (свѣтящимся)

§ 105. **Цвѣтность и періодъ. Сохраненіе періода.**—Мы знаемъ свѣтъ различной *цвѣтности* или окраски, и укажемъ способы *анализировать* свѣтъ на разноцвѣтныя составныя части, въ родѣ того, какъ анализируемъ звукъ на простые тоны. *Монохроматическій* свѣтъ есть тотъ, который при такомъ анализѣ не распадается на разнородныя составныя части (таковъ, напр., приблизительно свѣтъ раскаленныхъ паровъ натрія). *Бѣлый* свѣтъ оказывается всегда сложнымъ: онъ состоитъ по меньшей мѣрѣ изъ двухъ монохроматическихъ свѣтовъ, обыкновенно же—изъ безчисленно-многихъ.

По теоріи волнъ монохроматическій свѣтъ аналогиченъ простому тону; онъ распространяется колебаніями *одного* опредѣленнаго періода и характеризуется этимъ *періодомъ* (T). Соотвѣственная *длина волны* λ опредѣляется соотношеніемъ (§ 38) $\lambda = VT$, гдѣ V—скорость волнъ даннаго періода въ данной средѣ. Смѣшанный (напр. бѣлый) свѣтъ соотвѣтствуетъ сложному звуку; но глазъ нашъ не можетъ самъ собою анализировать такой свѣтъ, какъ это дѣлаетъ ухо (§ 91) относительно сложнаго звука.

Монохроматическій свѣтъ при своемъ распространеніи *не измѣ-*

няетъ своего періода (§ 30); длина же волны ($\lambda = VT$) измѣняется, когда волна переходитъ въ новую среду, гдѣ V измѣнилась. — Случаи, когда, повидимому, измѣняется періодъ колебаній (напр. флуоресценція), слѣдуетъ разсматривать такъ, что прежняя волна поглощена и возникла новая.

§ **106. Невидимые лучи.**—Обыкновенно тѣло становится источникомъ свѣта (начинаетъ *свѣтиться*), когда оно получило достаточно высокую температуру. Нагрѣвая постепенно какой-нибудь металлъ, мы замѣчаемъ, что при извѣстной температурѣ (выше 400°С.) онъ начинаетъ испускать слабый красный свѣтъ *(красное каленіе)*; съ повышеніемъ температуры свѣтъ становится ярче, къ краснымъ лучамъ постепенно прибавляются оранжевые, желтые и т. д., наконецъ (около 1200°) получается *бѣлое* каленіе (свѣтъ имѣетъ всѣ радужные цвѣта, кончая фіолетовымъ).

Особыми способами мы убѣждаемся, что и ранѣе замѣтнаго *свѣтоиспусканія* тѣло испускаетъ лучи, аналогичные свѣтовымъ, но не дѣйствующіе на ретину глаза (лучи *инфракрасные*); такіе лучи испускаются всякимъ тѣломъ при всякой температурѣ. Съ другой стороны, по достиженіи бѣлаго каленія, дальнѣйшее повышеніе температуры сопровождается испусканіемъ новыхъ лучей, также почти не дѣйствующихъ на глазъ *(ультрафіолетовыхъ)*. Тѣ и другіе «невидимые лучи» подчиняются тѣмъ же законамъ, какъ и лучи собственно свѣтовые; они также характеризуются своими періодами, или (выражаясь по аналогіи) своею цвѣтностью, могутъ быть монохроматическіе или смѣшанные.

Лучи инфракрасные и ультрафіолетовые соотвѣтствуютъ тонамъ, которые не вызываютъ слухового ощущенія (первые—слишкомъ низкимъ, вторые—слишкомъ высокимъ тонамъ). Изъ числа видимыхъ лучей, красные имѣютъ, какъ увидимъ, наибольшій періодъ колебаній (наибольшую длину волны), фіолетовые—наименьшій. По мѣрѣ нагрѣванія тѣла являются болѣе и болѣе быстрыя колебанія его частицъ, болѣе и болѣе быстрыя колебанія въ окружающемъ эѳирѣ.

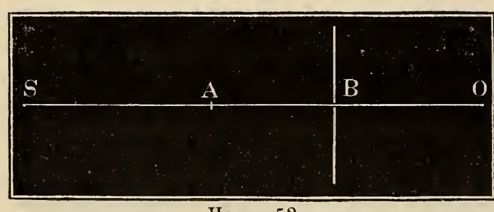
I.

ОБЩІЙ ОТДѢЛЪ. ИЗОТРОПНЫЯ ТѢЛА.

А. Распространеніе свѣта въ одной средѣ.

Законъ прямолинейнаго распространенія.

§ **107. Лучи**—Въ *однородной* прозрачной средѣ свѣтъ распространяется *по прямымъ линіямъ („лучамъ“)*. Чтобы свѣтъ отъ *свѣтящей точки* S [1]) (черт. 53) приходилъ въ точку O, необходимо и достаточно, чтобы ни одна изъ точекъ прямой SO не была занята непрозрачнымъ веществомъ. Весьма малый непрозрачный экранъ, помѣщенный въ A, не допускаетъ свѣта въ O (точка O въ



Черт. 53.

---

[1]) *Свѣтящей точкой* (аналогично звучащей точкѣ, § 1) называютъ источникъ свѣта, имѣющій безконечно-малые размѣры (самосвѣтящійся, или же заимствующій свой свѣтъ отъ другихъ тѣлъ). Свѣтящее *тѣло* есть совокупность свѣтящихъ точекъ.

Если говорится объ одинокой свѣтящей точкѣ и нѣтъ особой оговорки, то подразумѣваютъ обыкновенно, что свѣтъ испускается во всѣ стороны одинаково (симметрично). Но бываетъ и иначе: такъ, напр., изображеніе симметрично-свѣтящей точки, полученное посредствомъ зеркала или чечевицы, посылаетъ свѣтъ только въ извѣстныхъ направленіяхъ (§ 126 и др.). Элементъ поверхности свѣтящаго тѣла испускаетъ свѣтъ по различнымъ направленіямъ неодинаково (§ 111). Схему несимметричнаго испусканія колебаній мы уже имѣли въ § 42 (черт. 26).

тѣни). Непрозрачный экранъ B, имѣющій весьма малое отверстіе на линіи SO, не мѣшаетъ доступу свѣта въ O [1]).

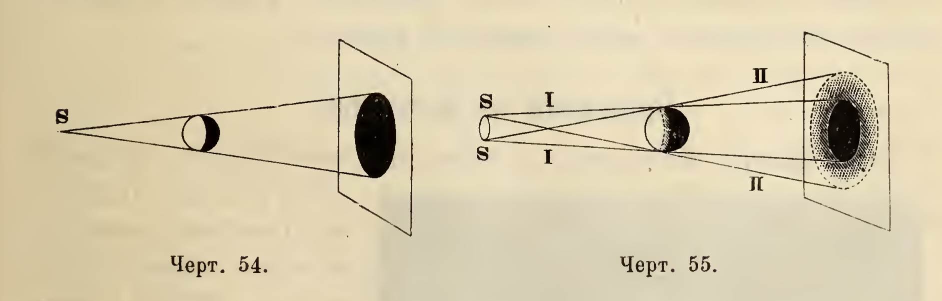
Такимъ образомъ, вообразивъ въ средѣ безконечно-тонкій коническій каналъ, осью которому служитъ прямая SO, а вершиной точка S, можемъ сказать, что передача свѣта изъ S въ O происходитъ только внутри этого канала и нисколько не зависитъ отъ того, что находится и что происходитъ внѣ канала. Та отдѣльная и независимая доля свѣта точки S, которая идетъ къ O такимъ воображаемымъ каналомъ, называется *физическимъ лучомъ* точки S, посылаемымъ въ направленіи SO. Вся совокупность свѣта, исходящаго изъ S, есть совокупность физическихъ лучей, идущихъ по всевозможнымъ направленіямъ.

Ось физическаго луча (геометрическая прямая линія) называется *геометрическимъ лучомъ*.

Если точка S весьма далека отъ O, то вблизи O каждый физическій лучъ можно считатъ цилиндрическимъ и всѣ геометрическіе лучи—параллельными.

На практикѣ мы можемъ выдѣлить (малымъ отверстіемъ) болѣе или менѣе широкій *пучокъ физическихъ лучей*; если онъ достаточно тонокъ, можно считать его за одинъ лучъ.

§ 108. Тѣни.—Изображенія въ темной комнатѣ.—Законъ прямолинейнаго распространенія свѣта доказывается на опытѣ: 1) обра-



Черт. 54. Черт. 55.

---

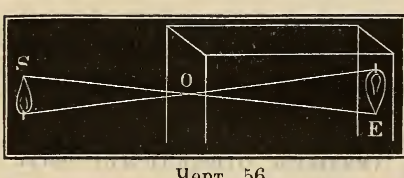
[1]) На опытѣ, при *слишкомъ* малыхъ экранахъ и отверстіяхъ, являются усложняющія явленія (диффракція), отъ которыхъ мы здѣсь отвлекаемся и съ которыми познакомимся впослѣдствіи.

Какъ видно изъ сдѣланной выше оговорки (прим. 1), одинъ „физическій лучъ" есть абстракція, не имѣющая дѣйствительнаго значенія. Это не мѣшаетъ намъ однакожъ говорить о лучахъ, имѣя въ виду всегда (хотя бы тонкіе) *пучки* лучей.

зованіемъ тѣней, 2) образованіемъ изображенія внѣшнихъ предметовъ въ темной комнатѣ, имѣющей малое отверстіе.

1. Свѣтящая *точка* S (черт. 54) даетъ отъ непрозрачнаго предмета конусъ *полной тѣни*, на границахъ которой—рѣзкій переходъ въ полное освѣщеніе (таковы напр., тѣни, бросаемыя на достаточномъ разстояніи вольтовой дугой). Свѣтящая *поверхность* SS (черт. 55) бросаетъ тѣнь, непрерывно переходящую, черезъ разныя степени *полутѣни*, къ полному освѣщенію. (Предѣлы полной тѣни на черт. 55 опредѣляются лучами I, внѣшній предѣлъ полутѣни—лучами II [1]). Если источникъ свѣта достаточно великъ, на экранѣ недостаточно далекомъ образуется полутѣнь безъ полной тѣни.)

2. Свѣтлый предметъ S, сквозь малое отверстіе произвольной формы, даетъ свое изображеніе на экранѣ темной комнаты (черт. 56).



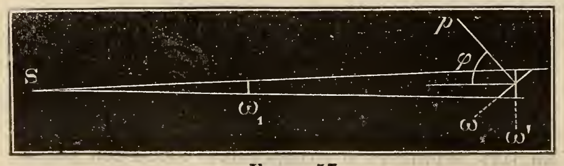
Черт. 56.

Чѣмъ меньше размѣры отверстія сравнительно съ разстояніями SO и OE, тѣмъ отчетливѣе изображеніе, но вмѣстѣ съ тѣмъ оно тѣмъ слабѣе (менѣе ярко); послѣднее обстоятельство не вредитъ если принимать изображеніе на фотографическую бумагу и достаточно долго экспонировать.

Если приближать предметъ S къ отверстію, изображеніе становится больше и размытѣе; если приближать экранъ или увеличивать отверстіе, изображеніе мало-по-малу принимаетъ *форму отверстія*. Не трудно объяснить себѣ подробности явленія [2]).

Приложеніе къ фотометріи.

§ 109. **Законъ освѣщенія.**—Каждый (физическій) лучъ свѣтящей точки S (черт. 57) переноситъ опредѣленное *количество свѣта* (количество свѣтовой энергіи) q, которое можетъ быть принято въ глазъ



Черт. 57.

[1]) На чертежахъ тѣнь и полутѣнь затушеваны только на непрозрачномъ тѣлѣ и на экранѣ.

[2]) Эти простые законы (1 и 2) усложняются, какъ увидимъ, диффракціей.

или на какое-нибудь тѣло. Гдѣ бы мы ни помѣстили тѣло на пути луча, количество падающаго свѣта будетъ одно и то же (если только среда *вполнѣ прозрачна*). Но поперечное сѣченіе луча увеличивается съ разстояніемъ (r) отъ S; а потому *количество свѣта, падающее на единицу площади (яркость освѣщенія,* или просто *освѣщеніе)* уменьшается съ разстояніемъ. Съ другой стороны, освѣщеніе уменьшается, если освѣщаемая плоскость изъ положенія перпендикулярнаго къ лучу переходитъ въ положеніе наклонное.

Освѣщеніе элемента плоскости, перпендикулярнаго къ лучу, на разстояніи $= 1$, назовемъ *силой свѣта* точки S и означимъ чрезъ E. Если площадь перпендикулярнаго сѣченія луча на этомъ разстояніи есть ω_1, то $E = q/\omega_1$. Освѣщеніе перпендикулярнаго же плоскаго элемента ω' на разстояніи r будетъ $q/\omega' = (q/\omega_1) \,.\, (\omega_1/\omega') = E/r^2$; освѣщеніе i наклоннаго элемента (лежащаго подъ угломъ φ къ перпендикулярному) $= q/\omega = (q/\omega') \,.\, (\omega'/\omega)$, или

$$i = \frac{E \cos \varphi}{r^2}.$$

Итакъ освѣщеніе 1) обратно пропорціонально квадрату разстоянія, 2) пропорціонально косинусу угла (p, r) или синусу угла (ω, r).

Объясняя явленія свѣта по теоріи волнъ, надо смотрѣть на лучъ свѣта точки S какъ на тонкій секторъ сферической волны (черт. 27, 28). Величина E/r^2 пропорціональна *напряженности волны* (§ 44), а $\sqrt{E}/r$ — амплитудѣ колебаній у площади ω'.

§ 110. Фотометры. — Сравненіе силъ свѣта. — Формулой $i = E\cos\varphi/r^2$ пользуются для сравненія силы свѣта двухъ источниковъ. Если одинъ изъ нихъ (1) — на разстояніи r_1, и другой (2) — на разстояніи r_2 даютъ *равныя* освѣщенія при одинаковомъ наклонѣ лучей (наприм. при $\varphi = 0$), то $E_1 : E_2 = r_1{}^2 : r_2{}^2$. Глазъ легко оцѣниваетъ, равны или неравны освѣщенія. Источники предполагаются размѣровъ малыхъ сравнительно съ r (принимаются за свѣтящія точки).

Освѣщеніе принимаютъ либо на непрозрачную бѣлую матовую плоскость, которая «диффузнымъ отраженіемъ» (§ 125) разбрасываетъ свѣтъ назадъ во всѣ стороны, либо на просвѣчивающую плоскость (матовое стекло, тонкую или промасленную бумагу и т. п.), которую разсматриваютъ съ другой стороны.

Въ фотометрѣ Бугéра (Фукò) прямо уравниваютъ освѣщенія двухъ

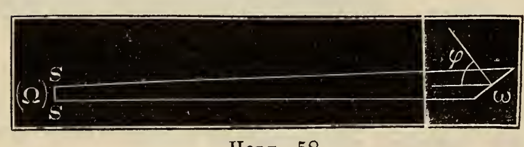
смежныхъ частей плоскости (одна часть перпендикулярно освѣщается однимъ источникомъ, другая другимъ).

Въ фотометрѣ Румфорда уравниваютъ двѣ смежныя тѣни, бросаемыя тѣмъ и другимъ источникомъ отъ непрозрачнаго стержня: тѣни равно густы, если освѣщенія равны.

Въ фотометрѣ Бунзена наблюдается просвѣчивающая часть на непрозрачномъ фонѣ [1]); источники 1, 2 ставятъ поочередно съ одной стороны, а съ другой—источникъ 3 (на неизмѣнномъ разстояніи); подбирая разстоянія r_1 и r_2 такъ, чтобы просвѣчивающая часть по возможности не отличалась отъ фона, имѣемъ $E_1 : E_2 = r_1^2 : r_2^2$.

§ 111. Сравненіе яркостей.—Въ сущности всякій источникъ представляетъ свѣтящую *поверхность,* каждый элементъ которой испускаетъ лучи по одну сторону касательной плоскости. Лучи эти неодинаковы: чѣмъ больше «уголъ испусканія» (уголъ между нормалью или перпендикуляромъ элемента и лучомъ), тѣмъ лучъ слабѣе.

Пусть малая свѣтящая поверхность имѣетъ площадь Ω (черт. 58), и по направленію перпендикулярно-испускаемаго луча помѣщена освѣщаемая площадь ω. Освѣщеніе на ω будетъ $i = E\cos\varphi / r^2$. Но теперь E зависитъ отъ двухъ обстоятельствъ: 1) отъ *яркости* J площади Ω (такъ назовемъ силу свѣта отъ *единицы* площади Ω); 2) отъ *величины* Ω. Имѣемъ $E = J.\Omega$.



Черт. 58.

Указанными фотометрическими методами мы сравниваемъ величины E *(силы свѣта);* если же хотимъ сравнить *яркости* двухъ источниковъ (т.-е. силы свѣта при равныхъ величинахъ свѣтящей площади), то нужно отношеніе E_1/E_2 помножить на Ω_2/Ω_1.

§ 112. Единицы свѣта.—За *единицу* силы свѣта принимается свѣча, или лампа, опредѣленнаго типа, горящая въ опредѣленныхъ

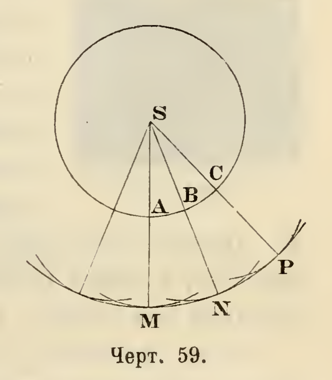
---

[1]) Для этой цѣли служитъ листокъ бумаги, на которомъ сдѣлано жирное пятно; или лучше—толстый листокъ, въ которомъ вырѣзано отверстіе и который съ обѣихъ сторонъ оклеенъ тонкой бумагой (она прикрываетъ и отверстіе).—Въ новѣйшихъ фотометрахъ этого типа подобное пятно получается чисто-оптическимъ путемъ, при помощи полнаго внутренняго отраженія.

условіяхъ (во Франціи—лампа Карселя). Точнѣе опредѣленною единицей служитъ сила свѣта, испускаемаго (въ перпендикулярномъ направленіи) однимъ квадратнымъ центиметромъ поверхности расплавленной платины, въ моментъ отвердѣванія металла (около 20 свѣчъ) [1]).

Теорія прямолинейнаго распространенія.

§ **113. Огибающая волна.**—Фактъ распространенія свѣта независимыми другъ отъ друга прямолинейными лучами, повидимому, не совмѣстимъ съ мыслью о волнахъ. Если свѣтъ точки S (черт. 59) идетъ, какъ и звукъ, сферическою волной, то онъ одновременно достигаетъ точекъ сферической поверхности $A, B, C\ldots$ (*поверхности волны*); приведенныя въ колебанія, эти точки сами становятся источниками волнъ. Если въ A колебаніе уничтожено непрозрачнымъ экраномъ, то въ M должны все-таки доходить волны изъ B, $C,\ldots$ Между тѣмъ мы знаемъ, что въ этомъ случаѣ точка M остается въ тѣни. Дѣло происходитъ такъ, какъ будто въ точку M доходитъ волна только отъ *ближайшей* точки A предыдущей волны ABC (эту ближайшую точку назовемъ *полюсомъ* волны ABC по отношенію къ точкѣ M); подобнымъ же образомъ, въ N доходитъ волна только изъ B, въ P—изъ C, и т. д., и изо всѣхъ отдѣльныхъ вторичныхъ волнъ, имѣющихъ центрами $A, B, C\ldots$, образуется только волна MNP—по сферѣ, которая служитъ *огибающею* поверхностью для этихъ отдѣльныхъ сферъ.



Черт. 59.

Въ случаѣ звуковыхъ волнъ бываетъ иначе: если въ A есть пре-

---

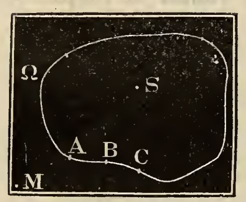
[1]) Указанные фотометрическіе пріемы даютъ оцѣнку лучей по ихъ дѣйствію на *глазъ*. При этомъ всегда является затрудненіемъ различіе въ *цвѣтѣ* освѣщенія (даже отъ такъ-называемыхъ *бѣлыхъ* источниковъ): строго говоря, мы можемъ сравнивать освѣщенія только при полной *одинаковости цвѣта* (такъ же, какъ силу звука можемъ сравнивать только при одинаковой *высотѣ* звука, § 87).

Объективная оцѣнка энергіи всякихъ вообще лучей (со включеніемъ и тѣхъ, которые на глазъ *не* дѣйствуютъ) достигается, когда мы поглощаемъ лучи (вполнѣ поглощающимъ тѣломъ) и наблюдаемъ производимое ими *нагрѣваніе*.

пятствіе, то волны доходятъ въ M окольными путями (SBM и т. п.), и звукъ въ M все-таки слышенъ [1]. Главная причина этого различія въ *размѣрѣ длины волнъ:* свѣтовыя волны, какъ увидимъ далѣе, имѣютъ длину весьма малую сравнительно съ размѣрами и растояніями, употребляемыми при нашихъ опытахъ.

Волны должны казаться распространяющимися прямолинейно, если длина волны весьма мала. Докажемъ это.

§ **114. Принципъ Гейгенса.**—Вообразимъ себѣ около свѣтящей точки S какую угодно замкнутую поверхность Ω (черт. 60). Къ точкѣ M, лежащей внѣ Ω, свѣтовыя колебанія доходятъ изъ S не непосредственно, а при посредствѣ частицъ $A, B, C\ldots$, лежащихъ на Ω. Допустимъ, что мы знаемъ вполнѣ состояніе всѣхъ этихъ частицъ въ нѣкоторый предыдущій моментъ. Каждая изъ нихъ, становясь центромъ сферическихъ волнъ, приноситъ свою волну въ M. Движеніе въ точкѣ M есть результатъ сложенія всѣхъ тѣхъ движеній, которыя сообщены ей этими элементарными волнами, вышедшими изъ точекъ $A, B, C, \ldots$



Черт. 60.

То же разсужденіе будетъ вѣрно, если свѣтящую точку S помѣстимъ внѣ поверхности Ω, а освѣщаемую точку M—внутри Ω. Но разсужденіе будетъ несостоятельно, если обѣ точки (S и M) лежатъ внутри Ω, или обѣ внѣ Ω.

Разсматривая точки $A, B, C, \ldots$ (или—элементы поверхности Ω) какъ центры волнъ, мы уподобляемъ Ω—свѣтящей поверхности. Изъ § 42 и черт. 26 видно, что въ сферической волнѣ каждаго такого элемента амплитуда колебанія различна по различнымъ направленіямъ: она тѣмъ меньше, чѣмъ больше «уголъ испусканія» (примѣняемъ сюда терминъ § 111), и имѣетъ наибольшую величину на радіусѣ, перпендикулярномъ къ элементу. Притомъ надо помнить, что наша свѣтящая поверхность посылаетъ свѣтъ только по *одну* сторону ея (впередъ, но не назадъ къ точкѣ S).

Въ качествѣ поверхности Ω, окружающей свѣтящую точку S,

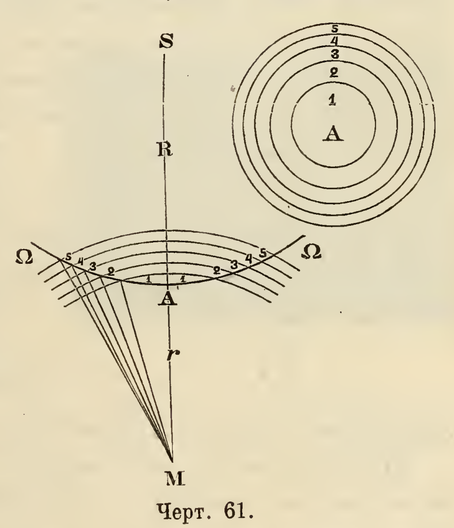
---

[1]) Въ § 54 мы видѣли примѣръ того, что звуковую волну можно направлять по криволинейному каналу.

всего удобнѣе выбрать одну изъ сферъ (ABC, черт. 59), имѣющихъ центръ въ S: на такой «поверхности волны» точки S всѣ частицы имѣютъ въ одинъ и тотъ же моментъ одинаковую амплитуду и одинаковую фазу колебанія; направленіе же колебаній опредѣляется либо радіусомъ (волна продольная), либо касательною (волна поперечная) [1]).

§ 115. Зоны Гейгенса. Теорія Френеля.—Пользуясь принципомъ Гейгенса и принципомъ *интерференціи* волнъ (§ 53), Френель слѣдующимъ образомъ объяснилъ прямолинейное распространеніе свѣта.

Чтобы разсмотрѣть дѣйствіе монохроматической волны Ω на точку M (черт. 61), опишемъ около M, какъ центра, рядъ сферъ радіусами $MA = r$, $r + {}^1/_2\lambda$, $r + {}^2/_2\lambda$, $r + {}^3/_2\lambda, \ldots$ (λ—длина волны). Онѣ выдѣлятъ на сферѣ Ω рядъ *поясовъ* или *зонъ* 1, 2, 3... Если λ мала сравнительно съ r, то поверхности смежныхъ зонъ можно считать равновеликими (въ этомъ легко убѣдиться вычисленіемъ) [2]). Каждая зона всѣми своими элементами посылаетъ волны или лучи въ M. Назовемъ s_1, s_2, $s_3 \ldots$ абсолютныя величины тѣхъ отклоненій, которыя точка M получала бы въ отдѣльности отъ дѣйствія волнъ зоны 1, зоны 2,...



Черт. 61.

Такъ какъ элементы центральныхъ зонъ ближе къ точкѣ M и «углы испусканія» для нихъ меньше, то $s_1 > s_2 > s_3 \cdots$

Далѣе, дѣйствіе зоны 1 отчасти парализуется зоною 2; ибо для каждаго луча 1-й зоны найдется во 2-й зонѣ такой лучъ, который длиннѣе его на $\lambda/2$, и слѣд. приноситъ въ M колебаніе съ противоположной фазой. Слѣд. знаки величинъ s_1, s_2, $s_3, \ldots$ поочередно мѣняются.

---

[1]) Мы пока еще оставляемъ открытымъ вопросъ о томъ, продольны или поперечны свѣтовыя волны.

[2]) Собственно говоря, площади этихъ зонъ суть:

$$Z_1 = \frac{\pi R r \lambda}{R+r}\left(1 + \frac{\lambda}{4r}\right),\quad Z_2 = \frac{\pi R r \lambda}{R+r}\left(1 + \frac{3\lambda}{4r}\right),\quad Z_3 = \frac{\pi R r \lambda}{R+r}\left(1 + \frac{5\lambda}{4r}\right) \text{ и т. д.}$$

Наконецъ, ясно, что чѣмъ дальше зона отъ центральной, тѣмъ ближе къ 1-цѣ отношеніе между длинами крайнихъ ея лучей, и тѣмъ меньше измѣняется въ предѣлахъ ея уголъ испусканія. Для двухъ смежныхъ зонъ, достаточно отдаленныхъ отъ центра, длину лучей можно считать одинаковою и углы испусканія равными, такъ что дѣйствія такихъ двухъ зонъ взаимно уничтожаются. Вообще разности $s_1 - s_2$, $s_2 - s_3, \ldots$ постепенно убываютъ.

Такимъ образомъ, обсуждая участіе волны Ω въ колебаніи точки M, можно ограничиться немногими центральными зонами, т.-е. взять немногія первыя изъ ряда величинъ s_1, s_2, $s_3 \ldots$, придавъ имъ чередующіеся знаки. Направленія этихъ s почти совпадаютъ (ибо направленія радіусовъ почти одинаковы, а относительно этихъ радіусовъ линіи s_1, $s_2, \ldots$ либо всѣ продольны, либо всѣ поперечны); поэтому *геометрическое* сложеніе движеній (по правилу параллелограмма) можно замѣнить *алгебраическимъ:*

$$s = s_1 - s_2 + s_3 - s_4 + \ldots$$

Первое приближеніе получимъ, ограничиваясь однимъ первымъ членомъ ($s = s_1$); болѣе точное приближеніе получимъ, если, написавъ рядъ въ видѣ:

$$s = \frac{1}{2} s_1 + \frac{1}{2}(s_1 - s_2) - \frac{1}{2}(s_2 - s_3) + \frac{1}{2}(s_3 - s_4) - \ldots,$$

ограничимся первымъ членомъ этого новаго ряда ($s = {}^1/_2 s_1$).

Итакъ, *въ числѣ зонъ волны* Ω, *окружающихъ полюсъ* A, *дѣятельными по отношенію къ точкѣ* M *оказываются только наиболѣе центральныя зоны; приблизительно, дѣйствіе всей волны таково, какъ если бы оно происходило отъ половины 1-й зоны.*

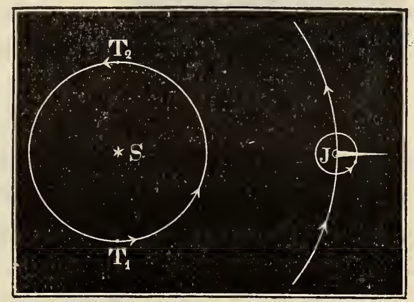
Такое приближеніе тѣмъ позволительнѣе, чѣмъ меньше λ. Но при очень малой λ весь пучокъ лучей, посылаемыхъ точкой S на зону 1 и передаваемыхъ зоной 1 въ точку M, можно считать безконечно-тонкимъ. А это и значитъ, что свѣтъ приходитъ изъ S въ M въ видѣ одного прямолинейнаго луча; другими словами, изъ всѣхъ вторичныхъ волнъ, пускаемыхъ волною ABC, слагается составная (*огибающая*) волна MNP (черт. 59). Дѣятельный лучъ всегда нормаленъ къ поверхности этой составной волны [1]).

[1]) Разсужденія пришлось бы измѣнить, если бы только *часть* дѣятельныхъ зонъ была свободна, а остальная часть покрыта непрозрачнымъ экраномъ. Эти особые случаи составятъ отдѣлъ диффракціи свѣта.

Скорость свѣта.

§ **116**. 1) **Наблюденіе затменій спутника Юпитера** (*Рёмеръ*). — Объясненіе свѣта помощью волнъ предполагаетъ, что свѣтъ распространяется *не мгновенно* (съ конечною скоростью). Что такъ и бываетъ, доказано впервые Рёмеромъ (XVII в.).

Второй (поблизости къ планетѣ) спутникъ Юпитера затмевается каждые $42^1/_2$ часа, входя въ тѣнь планеты. Наблюдая промежутокъ времени между двумя входами въ тѣнь, или между двумя выходами изъ тѣни, находимъ, что эти промежутки длиннѣе, когда земля удаляется отъ Юпитера (идетъ близъ точки T_2 своей орбиты, черт. 62), что они короче, когда она приближается (около T_1). Рёмеръ приписалъ это немгновенности распространенія свѣта: при наблюденіяхъ вблизи T_2 свѣтъ спутника, при выходахъ изъ тѣни, находитъ землю все на большихъ и большихъ разстояніяхъ; напротивъ, при наблюденіяхъ около T_1, помраченія спутника замѣчаются все съ меньшихъ и меньшихъ разстояній. Рёмеръ разсчиталъ, что на прохожденіе діаметра земной орбиты (длина коего = около $300 \,.\, 10^6$ km) свѣтъ потребуетъ $16^m 26^s = 986^s$; откуда скорость свѣта = около $300 \,.\, 10^6$ m/sec [1]).



Черт. 62.

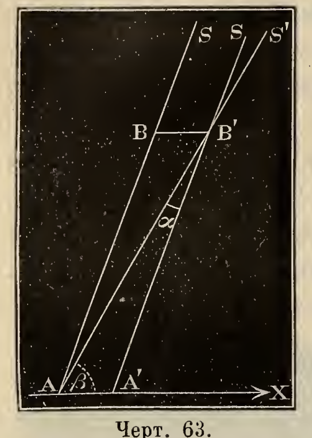
§ **117**. 2) **Абберація звѣздъ** (*Брадлей*).—Въ числѣ малыхъ движеній «неподвижныхъ» звѣздъ имѣются такія: звѣзда, лежащая въ полюсѣ эклиптики, описываетъ въ теченіе года кругъ, параллельный эклиптикѣ, съ радіусомъ=20,4″; звѣзды, лежащія въ плоскости эклиптики, движутся по дугѣ круга эклиптики, уклоняясь по обѣ стороны на 20,4″ отъ средняго положенія; звѣзды промежуточныя описываютъ эллипсы болѣе или менѣе растянутые.

Пусть *AB* (черт. 63)—линія зрѣнія трубы: *B*—центръ объектива, *A*—точка пересѣченія нитей въ окулярѣ. Если бы земля была непод-

---

[1]) Въ послѣдующихъ трехъ параграфахъ предполагается элементарное знакомство съ дѣйствіемъ зеркалъ и оптическихъ стеколъ.

вижна, мы увидали бы въ центрѣ креста нитей звѣзду S. Но пока свѣтъ доходитъ изъ B въ A, точки земли передвинутся въ направленіи AX на разстояніе $AA' = BB'$. Чтобы свѣтъ, идущій всегда по прямой линіи, пошелъ по линіи зрѣнія, нужно трубу направить по AB': тогда свѣтъ будетъ попадать въ каждую точку линіи зрѣнія въ то самое время, когда эта точка придетъ на прямую SA'. Это значитъ, что звѣзда покажется отклоненною отъ истиннаго положенія на уголъ $SB'S' = \alpha$ въ плоскости (AS, AX).



Черт. 63.

Такъ какъ $\sin \alpha : \sin \beta = AA' : A'B' = v : V$ (v—скорость земли, V—скорость свѣта), то $\sin \alpha = v \sin \beta / V$ будетъ наибольшимъ для $\beta = 90^0$, и $\alpha = 0$ при $\beta = 0$. Отсюда объясняются всѣ описанныя особенности явленія. Такъ какъ для звѣзды, лежащей въ полюсѣ эклиптики, α всегда $= 20{,}4''$, то $v/V = \sin 20{,}4'' = 0{,}0000489$. Средняя скорость земли

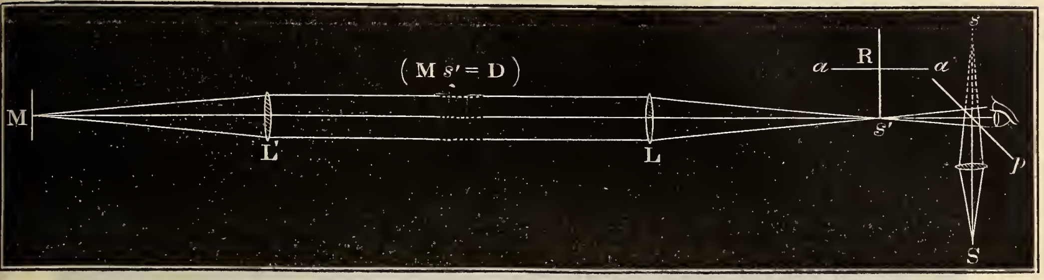
$$v = 29{,}8 \left(= \frac{2\pi \,.\, 150 \,.\, 10^6}{365{,}25 \,.\, 24 \,.\, 3600} \right) \frac{\text{km}}{\text{sec}}.$$

Отсюда V (прибл.) опять $= 300.10^6$ m/s.

§ **118**. 3) **Метода Физо**.—Отъ свѣтящей точки S (черт. 64) дѣлаютъ собирательнымъ стекломъ изображеніе въ s. Посредствомъ плоско-пареллельнаго стекла p часть лучей отражаютъ, такъ что получается изображеніе въ s'. Точка s' лежитъ въ главномъ фокусѣ чечевицы L, которая посылаетъ лучи параллельными ея главной оси на другую станцію. Тамъ лучи собираются въ главный фокусъ стекла L', лежащій на плоскомъ зеркалѣ M. Зеркало (перпендикулярное къ прямой $s'M$) отражаетъ лучи опять къ L', и они снова соберутся въ s' и оттуда пойдутъ къ глазу, который этими лучами видитъ свѣтлую точку въ s' (сквозь стекло p).

Зубчатое колесо R помѣщено такъ, что зубецъ (или промежутокъ зубцовъ) приходится въ s'. Смотря по положенію колеса, свѣтлая точка будетъ или закрыта для глаза, или открыта. Если колесо равномѣрно вращается на оси aa, свѣтлая точка затмевается и возстано-

вляется періодически. Если скорость вращенія такова, что происходитъ не менѣе 10 возстановленій въ 1 сек., мы не замѣтимъ мерцанія: впечатлѣнія сливаются, и мы будемъ все время видѣть свѣтъ



Черт. 64.

въ s', только яркость его будетъ $= {}^1/_2$ той, какая была бы безъ колеса.

Если бы свѣтъ распространялся мгновенно, такое положеніе дѣлъ оставалось бы при сколько угодно большихъ скоростяхъ вращенія. Если требуется время на передачу свѣта, то будетъ иное. Пусть въ то время, пока свѣтъ идетъ изъ s' до M и обратно къ s', промежутокъ колеса успѣлъ замѣниться зубцомъ, тогда свѣтъ въ s' *вполнѣ померкнетъ*. При удвоенной скорости вращенія онъ опять возстановится, и т. д.

Пусть колесо имѣетъ n зубцовъ и n такой же ширины промежутковъ, и пусть при первомъ помраченіи оно дѣлаетъ N оборотовъ въ 1 сек. Тогда время τ, употребляемое колесомъ на замѣну промежутка ближайшимъ зубцомъ, тратится на прохожденіе свѣтомъ пути $s'M + Ms' = 2D$, т.-е.

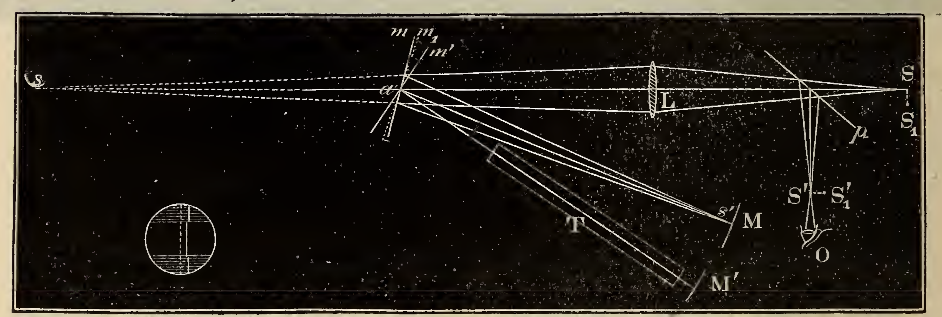
$$\tau = \frac{1}{N.2n} = \frac{2D}{V}.$$

Получались числа, близкія къ вышеуказаннымъ (Корню впослѣдствіи по той же методѣ нашелъ, приводя результатъ къ пустотѣ, $300{,}4.10^6$ m/s).

§ **119**. 4) **Метода Фуко́**.— Мѣтка S (черт. 65) даетъ изображеніе посредствомъ чечевицъ L. Такъ какъ лучи встрѣчаютъ зеркальце m, изображеніе будетъ не въ s, а въ s', — на поверхности вогнутаго зеркала M (перпендикулярной къ as'). Отсюда лучи возвращаются къ m и L отраженіемъ, проходятъ L и даютъ изображеніе мѣтки,

совпадающее съ самою мѣткой въ S и въ тоже время отраженное (отъ плоскопараллельнаго стекла p) изображеніе въ S_1 которое наблюдается изъ O.

Если зеркало m вращается около оси a съ не очень большой скоростью, возвращеніе лучей отъ a къ S и S' будетъ происходить только въ теченіе очень короткаго времени (пока m проходитъ вблизи положенія, представленнаго на чертежѣ). Изображеніе въ S' будетъ мерцающее, но при скорости около 10 оборотовъ въ секунду мерцаніе незамѣтно, и въ S' постоянно видно изображеніе (только очень ослабленной яркости).



Черт. 65.

Когда обращеніе зеркала m очень быстро, m успѣетъ повернуться на замѣтный уголъ α (въ m_1), пока свѣтъ идетъ отъ a до M и обратно отъ M до a. Изображенія у S и у S' смѣстятся при этомъ на уголъ 2α, такъ что лягутъ теперь въ S_1 и S'_1. Этому углу 2α будетъ соотвѣтствовать линейное смѣщеніе на длину $d = R \operatorname{tang} 2\alpha =$ (приблиз.) $R \cdot 2\alpha$. На прохожденіе зеркаломъ m этого угла α тратится время

$$\tau = \frac{1}{N} \cdot \frac{\alpha}{2\pi} = \frac{d}{4\pi NR}$$

(N число оборотовъ въ 1 сек.); въ это же время свѣтъ проходитъ $2aM = 2D$. Итакъ $2D / V = d / 4\pi NR$, откуда, зная D, N, R, d, находимъ V.

Зеркальце m, вращаемое воздушной турбиной, могло дѣлать болѣе 800 оборотовъ въ 1 сек. Мѣткой S служило отверстіе съ протянутымъ волоскомъ (онъ перпендикуляренъ къ чертежу).

Въ M' можно было поставить другое вогнутое зеркало и передъ нимъ трубу T съ водой, закрытую плоскопараллельными стеклами;

оно также въ извѣстные моменты, когда зеркало проходило черезъ m', посылало лучи къ S и S', но эти лучи шли частію чрезъ воду. Если вода медленнѣе распространяетъ свѣтъ, изображеніе, даваемое этими лучами, будетъ *болѣе* прежняго отклонено; это и наблюдалось. (Вслѣдствіе неполной прозрачности воды, это изображеніе нѣсколько окрашено.) По отношенію двухъ отклоненій можно судить объ отношеніи двухъ скоростей свѣта.

Чтобъ отличить два изображенія, передъ M ставили щель (параллельную чертежу). Тогда глазу представлялась картина, указанная въ лѣвой части черт. 65.

Подобные опыты, съ усовершенствованіями методы, повторялъ Майкельсонъ и получилъ $V=299{,}94 \,.\, 10^6$ m/s (для пустоты).

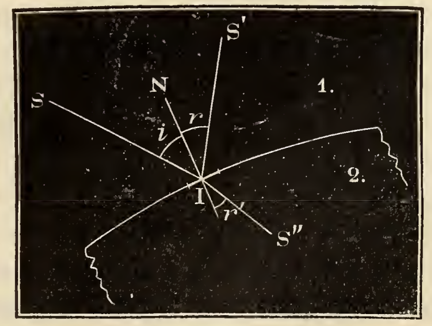
Итакъ круглымъ числомъ примемъ скорость свѣта

$$V = 300 \,.\, 10^6 \text{ m/s}$$

для свободнаго эѳира; въ немъ она одинакова для всякихъ вообще лучей (не зависитъ отъ T или отъ λ).

B. Отраженіе свѣта.

§ 120. Законы отраженія.—На границѣ двухъ различныхъ средъ прямолинейность луча нарушается. Монохроматическій лучъ SI (черт. 66), идущій въ прозрачной средѣ 1, встрѣчая въ точкѣ I поверхность раздѣла среды 1 и среды 2 (обѣ предполагаются однородными и изотропными), даетъ обыкновенно начало двумъ лучамъ: отраженному IS' и преломленному IS''. Послѣдняго въ нѣкоторыхъ случаяхъ вовсе не бываетъ. Преломленный лучъ исчезаетъ постепенно съ удаленіемъ отъ точки I, если среда 2 не вполнѣ прозрачна; но даже непрозрачныя тѣла обыкновенно прозрачны въ тонкихъ слояхъ. Тѣла „*совершенно черныя*“ поглощаютъ весь свѣтъ въ безконечно-тонкомъ поверхностномъ слоѣ и не даютъ ни отраженныхъ лучей, ни преломленныхъ.



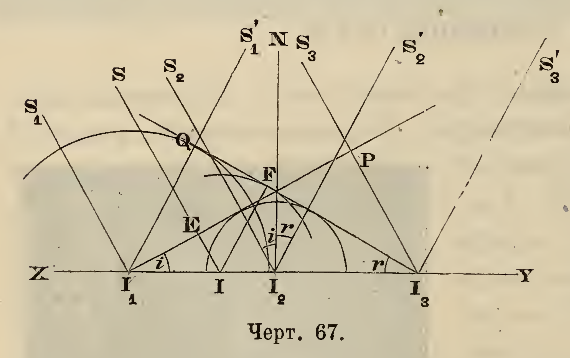
Черт. 66.

Проведемъ въ точкѣ I нормаль (перпендикуляръ) IN къ элементу поверхности раздѣла, и назовемъ плоскость SIN *плоскостью паденія.* Опытъ показалъ, что 1) отраженный лучъ IS' лежитъ въ плоскости паденія, 2) уголъ отраженнаго луча съ нормалью IN («уголъ отраженія») равенъ углу падающаго луча съ IN («углу паденія»): $\angle i = \angle r$. Тѣ же законы имѣютъ силу и для звуковыхъ волнъ (§ 61).

Отсюда слѣдуетъ, что, если падающій лучъ не монохроматиченъ. то всѣ цвѣтные лучи отражаются по одному и тому же направленію.

Эти законы весьма точно можно оправдать прямымъ путемъ, наблюдая какую-нибудь звѣзду и ея отраженіе въ горизонтальномъ зеркалѣ, образуемомъ поверхностью спокойной ртути [1]).

§ 121. **Теорія отраженія плоской волны отъ плоскости.**—Чтобъ объяснить происхожденіе отраженнаго луча, разсмотримъ частный случай (обобщить потомъ нетрудно); пусть лучи идутъ изъ безконечно-далекой точки (и слѣд. параллельны), и пусть поверхность раздѣла XY (зеркало)—плоская (черт. 67).



Черт. 67.

Лучи S_1I_1, $S_2I_2, \ldots$ падая на поверхность XY, приводятъ всѣ ея точки въ колебаніе и дѣлаютъ ихъ центрами вторичныхъ полусферическихъ волнъ, идущихъ въ 1-й средѣ, и полусферическихъ волнъ, идущихъ во 2-й средѣ. Разсмотримъ эти вторичныя волны въ 1-й средѣ.

Падающая волна здѣсь плоская и имѣетъ поверхность I_1P. Подвигаясь параллельно себѣ впередъ, она послѣдовательно затрогиваетъ точки I_1, I_2, $I_3 \ldots$ зеркала XY. Пока волна проходитъ путь

---

[1]) Законы отраженія лучей достаточны для рѣшенія б. ч. вопросовъ объ отраженіи свѣта чисто-геометрическимъ построеніемъ („геометрическая катоптрика", какъ часть „геометрической оптики"). Но мы, для практики въ теоріи волнъ, будемъ употреблять и другой пріемъ (построеніе волнъ на основаніи принципа кратчайшаго пути, § 124).

PI_3, точки I_1 [1]), сдѣлавшись центрами вторичныхъ волнъ, образовали каждая сферическую волну радіуса $I_1Q = I_3P$; точки I_2 дали рядъ волнъ вдвое меньшаго радіуса, и т. д., а въ точкахъ I_3 радіусъ вторичныхъ волнъ еще $= 0$. Ясно, что вся система образовавшихся сферическихъ волнъ огибается плоскостью I_3Q (перпендикулярною къ чертежу), которая служитъ касательною плоскостью всѣхъ сферъ. Ясно также, что эта огибающая плоскость, по отношенію къ зеркалу XY, симметрична съ плоскостью I_1P падающей волны [2]).

Если *допустимъ,* что и теперь, какъ въ § 115, весь итогъ вторичныхъ волнъ сводится къ одной *огибающей волнѣ,* то отраженіе объяснено: отраженныя волны будутъ плоскія волны, параллельныя I_3Q; отраженные лучи, будучи перпендикулярны къ плоскости волны, будутъ параллельны между собою и параллельны плоскости паденія, и вездѣ уголъ паденія i равенъ углу отраженія r.

§ **122. Значеніе огибающей.** — Но сдѣланное нами *допущеніе* не вполнѣ очевидно. Изъ § 115 мы знаемъ, что *отъ падающей волны I_1P до зеркала* свѣтъ доходитъ только *ближайшими путями,* т.-е. элементъ I зеркала приводится въ колебаніе только ближайшимъ къ нему элементомъ E волны (участіе прочихъ ничтожно). Если докажемъ, что въ свою очередь элементъ I зеркала въ итогѣ переноситъ свѣтъ только по направленію къ ближайшей точкѣ F плоскости I_3Q и не посылаетъ свѣта въ другихъ направленіяхъ, — то этимъ будетъ доказано, что всякій падающій лучъ даетъ начало одному отраженному лучу по законамъ § 120. Другими словами, этимъ будетъ доказано, что изъ всѣхъ вторичныхъ сферическихъ волнъ въ общемъ итогѣ получается только огибающая ихъ плоская волна I_3Q.

Укажемъ *планъ* такого доказательства, не развивая его вполнѣ. Всѣ точки E, E', E'' плоской волны I_1P (черт. 68) находятся въ одинаковой фазѣ. Но при дальнѣйшемъ шествіи до зеркала и оттуда до F, по путямъ EIF, $E'I'F, \ldots$, лучи пройдутъ неравные пути и явятся въ F съ разностями хода (§ 51). Такъ какъ $EI + IF =$

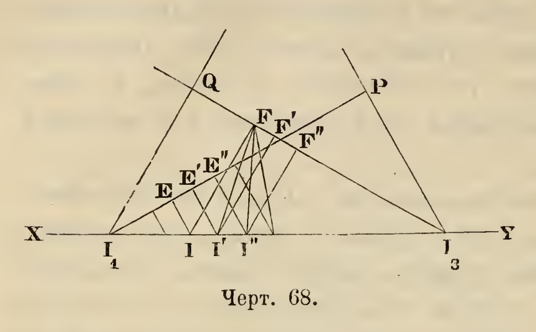
---

[1]) Разумѣемъ точки прямой I_1, перпендикулярной къ чертежу и изображаемой одною точкою I_1. (Чертежъ изображаетъ одну изъ плоскостей паденія.)

[2]) Треугольники I_1QI_3 и I_1PI_3 равны, слѣд. $\angle PI_1I_3 = \angle QI_3I_1$.

$E'I' + I'F' = E''I'' + I''F'' \ldots = I_1 Q = PI_3$ (всѣ эти пути проходятся въ одно и то же время), то $E'I' + I'F > EI + IF$, $E''I'' + I'$, $F > EI + IF, \ldots$

Т.-е. изъ числа всѣхъ элементовъ $E, E', E'', \ldots$ элементъ E посылаетъ свѣтъ въ точку F *кратчайшимъ путемъ*.



Черт. 68.

Назовемъ этотъ кратчайшій путь $EI + IF = p$, и отмѣтимъ на зеркалѣ такія точки, чрезъ которыя свѣтъ отъ плоскости $I_1 P$ до F доходитъ путями длины $= p + \lambda/2$; далѣе, — такія точки, для которыхъ путь $= p + 2 . \lambda/2$, и т. д. Такимъ образомъ мы раздѣлимъ зеркало на зоны, аналогичныя зонамъ § 115 [1]). И здѣсь, какъ тамъ, можно будетъ доказать, что, благодаря интерференціи, дѣятельною по отношенію къ точкѣ F окажется только *половина центральной зоны* (т.-е. той, которая содержитъ точку I). При малой величинѣ λ площадь этой центральной зоны весьма мала, и мы можемъ сказать, что въ точку F свѣтъ посылается только изъ точки I (или изъ элемента I) зеркала. А это и требовалось доказать.

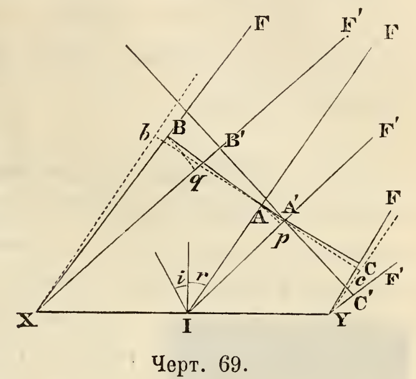
§ 123. Упрощенное доказательство.—Приведенное доказательство (§ 122) можно замѣнить слѣдующимъ болѣе простымъ соображеніемъ. Пусть точка F лежитъ весьма далеко отъ зеркала; докажемъ, что если она взята въ направленіи IF параллельномъ $I_1 S_1'$, черт. 67 (т.-е. въ направленіи отраженныхъ лучей), то лучи отъ зеркала придутъ въ F съ одинаковою фазой, и слѣд. будутъ подкрѣплять другъ друга; если же F возьмемъ внѣ этого направленія, то сошедшіеся въ F лучи взаимно уничтожаются.

Разсмотримъ первый случай: точка F находится на прямой IF,

---

[1]) Для этой цѣли придется строить не сферы, какъ было въ § 115, а *параболоиды вращенія*, имѣющіе фокусъ въ точкѣ F, и ось перпендикулярную къ плоскости I_1P. Одинъ изъ этихъ параболоидовъ коснется зеркала въ точкѣ I, а каждый изъ прочихъ пересѣчетъ зеркало по нѣкоторой кривой, которая и будетъ границею двухъ зонъ.

симметричной съ падающимъ лучомъ SI ($\angle i = \angle r$). Лучи, посылаемые различными точками зеркала въ F, будутъ приблизительно параллельны, и сферическая поверхность BAC (черт. 69), описанная изъ F какъ центра, нечувствительно отличается отъ касательной плоскости bAc, перпендикулярной къ IF. Опредѣленнѣе говоря, помѣстимъ F такъ далеко, что даже для крайнихъ точекъ X, Y зеркала длина XB (отъ X по радіусу до сферической поверхности) разнится отъ Xb (отъ X до плоскости по перпендикуляру) лишь на весьма ничтожную долю длины волны λ, и такая же ничтожная разница имѣется между YC и Yc.



Черт. 69.

Мы знаемъ, что лучи, идущіе отъ зеркала по Xb, IA и Yc, приходятъ на плоскость bAc съ одинаковой фазой. При только-что сдѣланномъ допущеніи то же придется сказать о лучахъ XB, IA, YC: на сферическую поверхность BAC они придутъ съ одинаковой фазой. Идя далѣе, отъ одной сферической поверхности до другой концентрической, они пройдутъ вновь равные пути, и на всякую изъ этихъ сферъ придутъ безо всякой разности хода. Наконецъ, въ центръ F этихъ сферъ они придутъ также согласными по фазѣ.

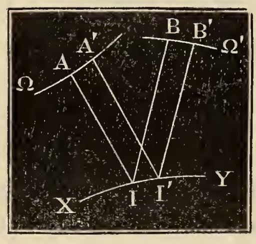
Иное дѣло, если возьмемъ далекую точку F' въ *другомъ* направленіи. Разсмотримъ тѣ (почти параллельные) лучи, которые сойдутся въ F'. Проведемъ перпендикулярную имъ плоскость $B'A'C'$ (она почти сливается со сферическою поверхностью, имѣющею центръ въ F'). Сравнивая длину лучей IA' и XB' съ длиною лучей IA и XB и помня, что эти послѣдніе приходили въ A и B безъ разности хода, — заключаемъ, что первые придутъ съ разностью хода (она $= qB' - pA'$). Эта разность хода растетъ пропорціонально разстоянію XI.

Очевидно, всю поверхность зеркала можно раздѣлить на такія полосы (перпендикулярныя къ чертежу и равно широкія), что разность хода лучей, идущихъ съ того и другого края такой полосы къ точкѣ F', будетъ на плоскости $B'A'C'$ равна $\lambda/2$; та же разность хода окажется и въ точкѣ F'. Ясно, что свѣтъ, приносимый

1-ю полосой въ F', будетъ какъ разъ уничтожаться свѣтомъ 2-й, и т. д., т.-е. въ точку F' свѣтъ не будетъ переданъ.

Итакъ, свѣтъ отъ нащего зеркала, освѣщеннаго лучами, упавшими подъ угломъ i паденія, распространится отъ зеркала *только* въ видѣ параллельнаго пучка лучей, идущаго подъ угломъ $r = i$ къ нормали зеркала.

§ 124. **Принципъ кратчайшаго пути**. — Разсмотрѣнный нами частный случай (отраженіе плоской волны отъ плоскаго зеркала) показываетъ. какъ слѣдуетъ рѣшать задачу при другой формѣ волны и при другой формѣ зеркала. Вездѣ соблюдается слѣдующій общій законъ:



Черт. 70.

Всякій элементъ I поверхности зеркала XY (черт. 70) сопряженъ съ ближайшимъ къ нему элементомъ (полюсомъ) A падающей волны Ω и съ ближайшимъ элементомъ волны отраженной Ω′ такимъ образомъ, что I освѣщается только изъ A и освѣщаетъ только B. Каждый изъ ломанныхъ лучей AIB, $A'I'B'$... имѣетъ одинаковую длину и представляетъ собою *кратчайшій путь*, по которому изъ точки, взятой на Ω, можно дойти до Ω′, заходя при этомъ на поверхность XY. Этотъ принципъ *равносиленъ законамъ отраженія* (§ 120): одно положеніе вытекаетъ изъ другого, какъ прямое слѣдствіе.

Въ частномъ случаѣ поверхность Ω можетъ сокращаться въ одну точку (точнѣе—въ безконечно-малую сферу): это будетъ свѣтящая точка; Ω′ также можетъ обращаться въ одну точку (точка встрѣчи или *фокусъ* лучей отраженныхъ).

Всѣ эти лучи, выйдя изъ Ω съ одинаковой фазой, не получатъ разности хода (§ 51) въ пути и явятся на Ω′ также съ одинаковой фазой. Такимъ образомъ въ отраженномъ фокусѣ свѣтящей точки лучи не могутъ взаимно уничтожаться.

Этотъ принципъ распространяется и на случай *многократнаго* отраженія: всѣ лучи, между первоначальною поверхностью волны Ω и окончательною Ω′, идутъ возможно-кратчайшими путями, и всѣ равны по длинѣ [1]).

[1]) Предполагается при этомъ: 1) что ни одинъ изъ разсматриваемыхъ лучей не миновалъ ни одного зеркала въ то время, какъ другіе отражались, и 2) что вся-

§ 125. **Несовершенныя зеркала.**—Въ предыдущемъ предполагалось, что отражающая поверхность есть непрерывная (не имѣетъ неотражающихъ элементовъ) и геометрически-правильная (плоскость, сфера) [1]). Въ этихъ случаяхъ мы *не видимъ самой поверхности зеркала,* а видимъ только отраженные въ ней предметы (изображенія). Хотя всѣ элементы зеркала испускаютъ свѣтъ во всѣ стороны, но, благодаря интерференціи, остаются лишь лучи въ опредѣленныхъ направленіяхъ: ни одинъ элементъ зеркала не служитъ вершиной цѣлаго пучка расходящихся лучей и не кажется глазу точкою исхожденія лучей.

Но если зеркальная поверхность имѣетъ малые «пробѣлы» (элементы не отражающіе),—наприм. слегка осыпана угольной пылью,—то мы *видимъ* эти пробѣлы, или лучше сказать—промежутки между ними, ибо полнота интерференціи нарушается. Точно также если поверхность не вполнѣ правильная (наприм. не точная плоскость), а представляетъ шероховатости (выступы и углубленія), то отъ этихъ шероховатостей тоже нарушается полнота интерференціи, свѣтъ разбрасывается съ поверхности во всѣ стороны и дѣлаетъ ее отовсюду видимой. Это—такъ-называемая *диффузія* (разбрасываніе), или *неправильное отраженіе* свѣта.

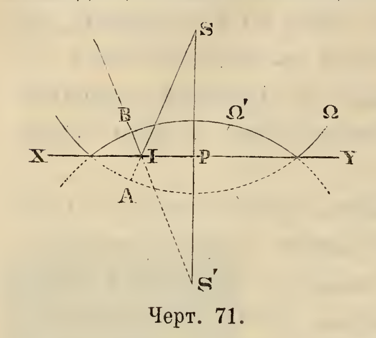
Теоретическій разборъ дѣла показываетъ, что поверхность будетъ только тогда хорошо-зеркальною (безъ замѣтной диффузіи свѣта), когда неизбѣжныя уклоненія отъ геометрически-правильной формы (глубина и высота неровностей) весьма малы сравнительно съ длиною свѣтовыхъ волнъ. При шлифовкѣ и полировкѣ зеркалъ этого и достигаютъ: такъ какъ длина свѣтовыхъ волнъ, какъ увидимъ, заключается между $0^{\mu},4$ и $0^{\mu},8$ ($1^{\mu} = 0{,}001$ миллиметра), то остающіяся на зеркалѣ неровности должны быть гораздо меньше $0^{\mu},4$.—Вліяніе неровностей тѣмъ меньше, чѣмъ косвеннѣе падаютъ лучи: такъ, наприм., бумага даетъ довольно хорошее изображеніе свѣчного пламени, если пламя и глазъ—почти въ ея плоскости.

кое зеркало представляетъ поверхность съ *непрерывною* кривизною (не имѣетъ заостреній и реберъ). Иначе и не будетъ одной непрерывной поверхности Ω′.

[1]) Замѣтимъ еще, что размѣры зеркала предполагались достаточно большими сравнительно съ длиною волнъ. Отраженіе *звука* отъ „зеркалъ“ обыкновеннаго размѣра потому именно менѣе отчетливо, что это условіе не выполнено (§ 61).

Плоское зеркало.

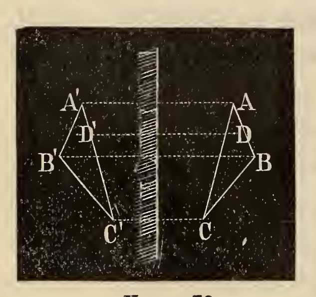
§ 126. Отраженіе сферической волны.—Пользуясь принципомъ § 124 или законами § 120, легко доказать, что *сферическая* волна Ω, исходящая изъ свѣтящей точки S (черт. 71), дастъ отъ плоскаго зеркала отраженную волну Ω' *также сферическую,* имѣющую центръ въ точкѣ S' (симметричной съ S по отношенію къ зеркалу XY).



Черт. 71.

Въ самомъ дѣлѣ, допустивъ, что отраженная волна такова, увидимъ, что для какого-нибудь луча длина пути отъ S до Ω' будетъ $= SI + IB = SI + IA$ (т.-е. = радіусу волны Ω). Итакъ, для всѣхъ лучей длины путей будутъ одинаковы, что и требуется принципомъ кратчайшаго пути [1]).

Точка S', т.-е. кажущійся центръ выпуклой отраженной волны (или кажущаяся точка исхожденія всѣхъ отраженныхъ лучей), будетъ *мнимое изображеніе* (мнимый фокусъ) свѣтящей точки S: глазъ, помѣщенный въ конусѣ отраженныхъ лучей, относитъ ихъ происхожденіе къ воображаемому источнику, во всемъ подобному точкѣ S. (Глазъ, помѣщенный *внѣ* этого конуса, не увидитъ изображенія S.)



Черт. 72.

§ 127. Изображеніе предмета. — Всякая точка (A, B, C) какого-нибудь предмета (черт. 72) даетъ отъ зеркала изображеніе въ соотвѣтственной точкѣ (A', B', C'). Предметъ даетъ свое изображеніе, той же величины, прямое, но не конгруэнтное, а симметричное съ предметомъ [2]).

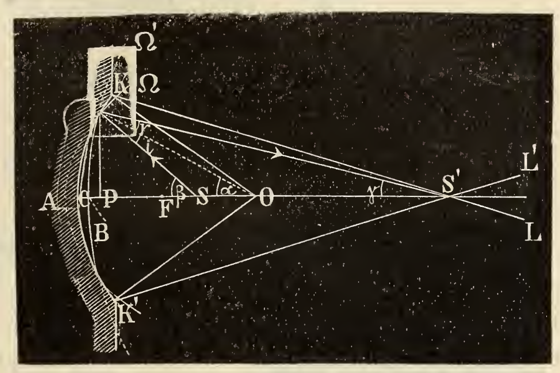
---

[1]) Легко видѣть, что это построеніе удовлетворяетъ законамъ § 120: $S'B$ лежитъ въ плоскости паденія SIP, и $\angle BIX (= \angle PIS') = \angle SIP$, а слѣд. $r = i$. Т.-е. $S'B$ и будетъ отраженный лучъ для падающаго луча SI.

[2]) Если мысленно совмѣстимъ три точки A', B', C' изображенія съ точками A, B, C предмета, то всякая 4-я точка D', не лежащая въ плоскости ABC, не совпадетъ съ D, а ляжетъ симметрично по другую сторону плоскости.

Сферическія зеркала.

§ 128. **Отраженіе въ вогнутомъ зеркалѣ.**—Пусть поверхность нашего зеркала представляетъ собою сегментъ сферы (на черт. 73 вогнутый), имѣющей центръ въ O. Прямую CO, идущую изъ O чрезъ центръ C сегмента, назовемъ *главной осью* зеркала. Пусть волна исходитъ изъ точки S, лежащей на CO между O и C. Въ моментъ, когда лучъ SI встрѣтитъ зеркало въ I, центральный лучъ SC успѣлъ уже, отразившись, пройти отъ C до B, при чемъ, по принципу § 124, $SA = SI = SC + CB$, откуда $CB = CA$. Отраженная волна Ω' будетъ имѣть форму IB, т.-е. будетъ менѣе выпукла, чѣмъ падающая волна IA. Вообще говоря, отраженная волна не будетъ строго-сферическая [1]), но *приблизительно* можетъ считаться за часть сферы (съ центромъ въ S'), если уголъ KOK' для крайнихъ лучей (такъ-называемое *отверстіе* зеркала) достаточно малъ. Другими словами, всѣ лучи, выходящіе изъ одной точки (*гомоцентрическіе*), по отраженіи пройдутъ также чрезъ одну точку (будутъ также гомоцентричны). Точка S' будетъ *изображеніе* или *фокусъ* точки S,—въ данномъ случаѣ не мнимый, а *дѣйствительный,* ибо лучи дѣйствительно сходятся и образуютъ родъ свѣтящей точки [2])



Черт. 73.

§ 129. **Основная формула.**—Допуская, что Ω' можно считать частью сферы, найдемъ ея радіусъ $\rho' = S'B$. Назовемъ $SA = \rho$, $OC = R$. Приблизительно

---

[1]) Она была бы такова (и притомъ при произвольно большомъ отверстіи), если бы поверхность зеркала была сегментомъ эллипсоида вращенія съ осью OC, имѣющаго фокусъ въ S (тогда S' помѣстится въ другомъ фокусѣ эллипсоида).

[2]) Она не только видна глазу, помѣщенному въ конусѣ $LS'L'$ отраженныхъ лучей (какъ было въ случаѣ § 126), но будетъ видна отовсюду (диффузнымъ свѣтомъ, § 125), если принята на маленькій бѣлый экранъ.

$$\overline{IP}^2 = 2R.\ CP = 2\,\rho\,.\,AP = 2\,\rho'\,.\,BP,$$ [1]

откуда

$$CB(=CP-BP) = \frac{1}{2}\,\overline{IP}^2\left(\frac{1}{R}-\frac{1}{\rho'}\right);$$

$$CA(=AP-CP) = \frac{1}{2}\,\overline{IP}^2\left(\frac{1}{\rho}-\frac{1}{R}\right).$$

Но мы знаемъ, что $CB = CA$; слѣд.

$$\frac{1}{\rho}+\frac{1}{\rho'}=\frac{2}{R}. \quad (1)$$ [2]

Вмѣсто ρ и ρ' можно поставить приблизительно равныя имъ $CS = d$ и $CS' = d'$ (т.-е. разстоянія S и S' отъ зеркала, считая по главной оси). Называя кромѣ того $^1/_2\,R = f$, дадимъ формулѣ (1) обычный видъ:

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=\frac{2}{R}=\frac{1}{f}. \quad (1')$$

Величина $R/2 = f$ называется *главнымъ фокуснымъ разстояніемъ* зеркала. Обратная величина $1/f$ есть *оптическая сила* зеркала. Ее измѣряютъ особыми единицами: сила зеркала, коего $f = 1$ метру, называется 1 *діоптріей;* при $f = {}^1/_2, {}^1/_3, \ldots$ метр., сила $= 2, 3, \ldots$ діоптріямъ; для плоскаго зеркала сила $= 0$ [3]).

Формула (1) имѣетъ простой геометрическій смыслъ. Величину $1/R$ называютъ *кривизною* сферы радіуса R. Изъ (1) заключаемъ, что если обѣ волны разсматриваются въ тѣхъ положеніяхъ, когда онѣ касаются зеркала (точки A, B, C можно принять совпадающими), то *полусумма кривизнъ падающей и отраженной волны равна кривизнѣ зеркала* [4]).

Написавъ формулу (1) въ видѣ $1/\rho' = -1/\rho + 1/f$, можно также

---

[1]) Строго говоря, $\overline{IP}^2 = (2R - CP).CP$, и т. д.

[2]) То же получимъ съ помощію лучей, по законамъ § 120: $\angle i = \angle r$; но $i = \beta - \alpha$, $r = \alpha - \gamma$; слѣд. $\beta + \gamma = 2\alpha$. Но $\alpha = IC/R$; $\beta = IA/\rho$; $\gamma = IB/\rho'$, и такъ какъ приблизительно $IC = IA = IB$, то получаемъ (1).

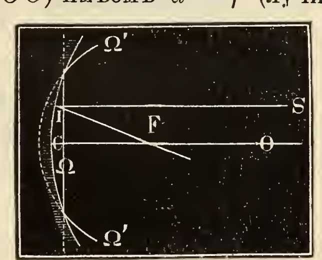
[3]) Кривизну зеркала и волнъ можно измѣрять въ тѣхъ же единицахъ.

[4]) Надо помнить, что мы здѣсь считали положительною кривизну такой поверхности, которая *вогнута* къ свѣту; примѣняя формулу къ другимъ случаямъ, надо считать кривизну съ (—), если поверхность выпукла къ свѣту.

сказать, что *зеркало извращаетъ кривизну первоначальной волны и увеличиваетъ ее на величину своей оптической силы.*

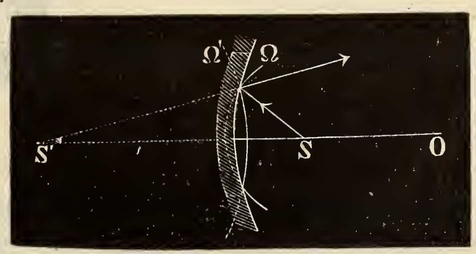
§ 130. Разборъ формулы.—Давая d (или ρ) различныя значенія, получимъ соотвѣтственныя d' (или ρ'), причемъ *отрицательныя* значенія откладываются отъ C *по другую сторону* (за зеркало). Такъ какъ d и d' (или ρ и ρ') входятъ въ формулу симметрично, то *свѣтящая точка и ея изображеніе суть двѣ точки сопряженныя („сопряженные фокусы“),* т.-е. способны обмѣняться мѣстами.

При $d = \infty$ (лучи падаютъ параллельно OC) имѣемъ $d' = f$ (лучи сойдутся въ главный фокусъ F [1]), черт. 74). Когда S придвигается изъ безконечной дали, S' идетъ навстрѣчу, и обѣ совпадутъ въ O. Когда S идетъ отъ O до F, S' переходитъ изъ O въ безконечную даль. Когда S идетъ отъ F до C, фокусъ S' становится *мнимымъ* (отраженная волна *выпукла* къ свѣту): онъ лежитъ *за* зеркаломъ [2]) и постепенно придвигается изъ безконечной дали [3]) къ C (черт. 75).



Черт. 74.

Всѣ эти случаи показаны на черт. 76, гдѣ соотвѣтственными цифрами обозначены взаимно-сопряженные фокусы (крайнія точки предполагаются безконечно-далекими): верхнія цифры даютъ мѣста источника, нижнія—мѣста изображенія (или наоборотъ). Мы можемъ разсматривать не только дѣйствительную, но и *мнимую свѣтящую точку:* это значитъ, пучокъ



Черт. 75.

[1]) Слѣд. оптическая сила зеркала есть та кривизна, какую оно сообщаетъ падающей *плоской* волнѣ.

Вполнѣ строго сойдутся въ одну точку F такіе лучи, если зеркало имѣетъ форму *параболоида вращенія* (F—его геометрическій фокусъ).

[2]) Вполнѣ строго сводитъ расходящіеся лучи въ одну мнимую точку зеркало, имѣющее форму *гиперболоида* вращенія (S и S' его фокусы).

[3]) Для лучей, идущихъ изъ F, можно съ равнымъ правомъ считать сопряженный фокусъ дѣйствительнымъ (на $d' = +\infty$) или мнимымъ (на $d' = -\infty$).

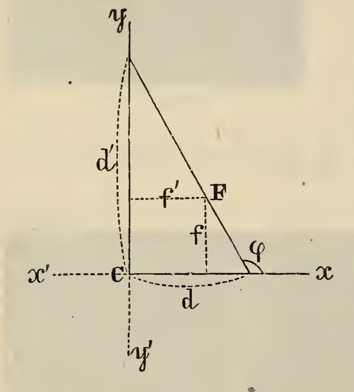
падающихъ лучей—не расходящійся, а сходящійся къ нѣкоторой воображаемой точкѣ за зеркаломъ (падающая волна вогнутая къ зерка-



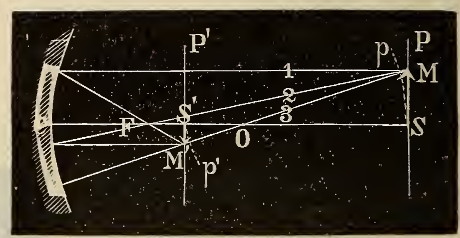
Черт. 76.

лу); такимъ мнимымъ источникомъ свѣта можетъ служить изображеніе дѣйствительной свѣтящей точки, полученное отъ другого зеркала [1]).

§ **131. Изображеніе предмета.**—Проведя чрезъ сопряженные фокусы (черт. 78) S, S' сферическіе сегменты Sp, $S'p'$, съ центромъ въ O, получимъ двѣ сопряженныя поверхности: каждая точка одной изо-



Черт. 77.



Черт. 78.

бражается въ соотвѣтственной (т.-е. діаметрально-противулежащей) точкѣ другой. Эти сегменты можно приблизительно замѣнить частями касательныхъ плоскостей PS и $S'P'$: это будутъ *сопряженныя фокусныя плоскости;* каждая точка M одной изъ нихъ изобразится въ соотвѣтственной точкѣ M' другой—на той же *побочной оси* MOM'.

Такимъ образомъ, *зная* пару сопряженныхъ фокусовъ S, S', можемъ прямо построить изображеніе $M'S'$ линіи MS, лежащей въ одной изъ фокусныхъ плоскостей.

---

[1]) Формула допускаетъ простое геометрическое построеніе. На оси Cx (черт. 77) будемъ откладывать d, на оси Cy—соотвѣтственное d' (отрицательныя значенія—налѣво и внизъ). Чрезъ точку F, отстоящую отъ обоихъ осей на f, проводимъ прямую, упирающуюся въ конецъ d; точка встрѣчи ея съ Oy отмѣтитъ d'.

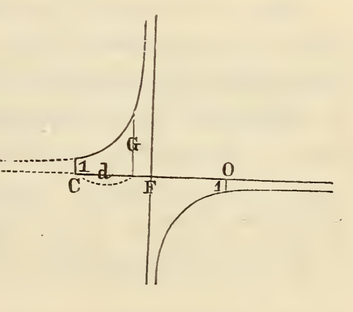
Не зная мѣста S', но зная мѣсто F или O, можно сдѣлать построеніе помощію лучей 1, 2, 3 (двухъ достаточно), коихъ отраженіе извѣстно: два отраженные луча намѣтятъ точку M' и фокусную плоскость $S'P'$.

§ 132. **Увеличеніе.**—Отношеніе (линейнаго) размѣра изображенія къ размѣру предмета ($M'S'/MS$) называется (линейнымъ) *увеличеніемъ* зеркала; оно считается съ $+$, если изображеніе прямое, и съ —, если обратное (какъ на нашемъ чертежѣ 78).

Ясно, что $M'S' : MS = (R - d') : (d - R)$. Замѣняя это отношеніе по формулѣ (1′), получимъ для увеличенія G различныя выраженія:

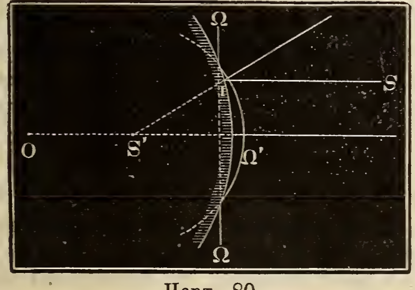
$$G = -\frac{R - d'}{d - R} = -\frac{d'}{d} = \frac{f}{f - d} = \frac{f - d'}{f}\,. \quad ^{1)} \qquad (2)$$

Изъ (2) видимъ, что въ случаѣ *дѣйствительнаго* предмета изображеніе дѣйствительное всегда будетъ обратнымъ, мнимое — всегда прямымъ; въ первомъ случаѣ G измѣняется между 0 и $-\infty$, во второмъ—между $+\infty$ и $+1$. Черт. 79 даетъ увеличеніе G, какъ ординату кривой, по абсциссѣ $= d$ (кривая—гипербола).

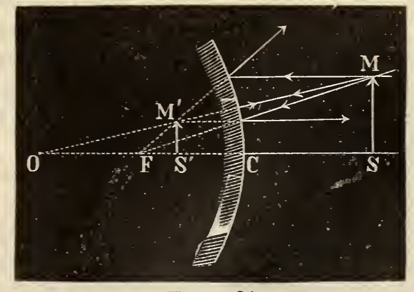


Черт. 79.

§ 133. **Выпуклое зеркало.**—Формулы (1), (1′) и (2) прилагаются и къ *выпуклому* сферическому зеркалу: здѣсь R и f надо считать отрицательными. Не трудно сдѣлать анализъ



Черт. 80.



Черт. 81.

1) На черт. 77 увеличеніе изображается величиной tang φ.

формулъ и построенія, соотвѣтственныя черт. 76, 77 и 79. Дѣйствительный предметъ здѣсь никогда не даетъ дѣйствительнаго изображенія, и увеличеніе его всегда > 0 и $\leqq 1$. Черт. 80 изображаетъ отраженіе плоской волны; черт. 81—построеніе изображенія предмета помощію лучей [1]).

C. Преломленіе свѣта.

§ **134. Законы преломленія.**—Обратимся къ лучу преломленному IS'' (черт. 66), предполагая, что падающій лучъ – монохроматическій. Опытъ показалъ, что 1) преломленный лучъ лежитъ въ плоскости паденія; 2) отношеніе $\sin i/\sin r' = \mu_{12}$ (гдѣ r' — «уголъ преломленія»), для данныхъ двухъ средъ 1 и 2 и данной цвѣтности луча (даннаго періода), есть *постоянное число* [2]) (законъ Снелля); 3) для всякихъ трехъ средъ 1, 2, 3 соблюдается соотношеніе $\mu_{12} \cdot \mu_{23} = \mu_{13}$ [3]).

Число μ_{12} называется (относительнымъ) *показателемъ преломленія изъ 1-й среды во 2-ю.* Оно нѣсколько измѣняется, смотря по цвѣту (періоду) луча, но—въ довольно тѣсныхъ предѣлахъ.

«Пустоту» (т.-е свободный эѳиръ) мы будемъ обозначать знакомъ 0. Показатель преломленія (μ_{01}) изъ пустоты въ среду 1 называется *абсолютнымъ показателемъ преломленія среды 1.* Чѣмъ больше μ_{01}, тѣмъ среда, какъ говорится, *оптически плотнѣе* (что не всегда соотвѣтствуетъ дѣйствительной плотности).

---

[1]) Не надо забывать, что изложенные въ §§ 128 – 133 простые законы сферическаго зеркала—только *приближенные*; уклоненіе отъ нихъ называется *сферической аберраціей*. Лучи гомоцентрическіе въ началѣ – по отраженіи не пройдутъ черезъ одну точку (будутъ *не гомоцентричны*, или *астигматичны*); мы видимъ изображеніе точки тамъ, гдѣ *приблизительно* пересѣкаются (всего тѣснѣе сближаются) лучи вошедшаго въ глазъ тонкаго пучка. Точное изслѣдованіе вопроса требуетъ болѣе сложныхъ построеній.

[2]) Углы i и r' мы считаемъ въ преломляющей средѣ отъ перпендикуляра *въ одну и ту же сторону* (отъ 0^0 до 90^0); при отраженіи мы считали i и r въ отражающей средѣ въ *разныя стороны* отъ перпендикуляра. Если и при отраженіи считать углы въ одну сторону, то придется законъ отраженія написать: $i = -r$, или $\sin i = -\sin r$, или $\sin i/\sin r = -1$. Такимъ образомъ, съ формальной стороны, отраженіе является какъ бы особымъ частнымъ случаемъ преломленія, причемъ $\mu_{12} = -1$. Всѣ теоремы о преломленіи имѣютъ силу и для случая отраженія, если примемъ въ нихъ $\mu_{12} = -1$.

[3]) Законы эти позволяютъ рѣшать б. ч. задачъ о преломленіи („геометрическая діоптрика“).

Для хорошо изслѣдованныхъ тѣлъ абсолютные показатели, для лучей всякой цвѣтности, больше 1 и заключаются между 1 и 3. Для газовъ они близки къ 1, такъ что показатель изъ воздуха въ твердую или жидкую среду почти не отличается отъ абсолютнаго показателя этой послѣдней. Есть основаніе думать, что для нѣкоторыхъ металловъ, фуксина и пр. (въ очень тонкихъ слояхъ и они прозрачны) абсолютные показатели нѣкоторыхъ лучей < 1; но въ этихъ тѣлахъ законъ Снелля выполняется только при малыхъ углахъ i, и терминъ „показатель преломленія" не имѣетъ общаго значенія.

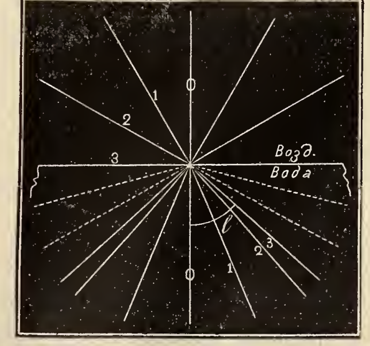
§ **135**. Полагая въ уравненіи $\mu_{12} \cdot \mu_{23} = \mu_{13}$ среды 1 и 3 тождественными (такъ что $\mu_{13} = 1$), имѣемъ: $\mu_{12} \cdot \mu_{21} = 1$, или $\mu_{21} = 1/\mu_{12}$.

Это значитъ, что при преломленіи, какъ и при отраженіи, соблюдается правило *обратности* или сопряженности лучей: если SI есть падающій и IS'' преломленный лучъ (черт. 66), то лучъ, падающій во 2-й средѣ по $S''I$, преломится въ 1-й по IS.

Взявъ три среды: 0 (пустота), 1 и 2, имѣемъ $\mu_{01} \cdot \mu_{12} = \mu_{02}$, откуда $\mu_{12} = \mu_{02}/\mu_{01}$. Такимъ образомъ относительный показатель средъ 1 и 2 равенъ (обратному) отношенію абсолютныхъ показателей той и другой.

§ **136. Полное отраженіе.**—Изъ закона $\sin i/\sin r' = \mu_{12}$ слѣдуетъ, что преломленный лучъ *невозможенъ,* когда $\mu_{12} < 1$ (или $\mu_{02} < \mu_{01}$) и притомъ уголъ i достаточно великъ, а именно $\sin i > \mu_{12}$. Уголъ l, опредѣляемый условіемъ $\sin l = \mu_{12}$, будетъ *предѣльнымъ угломъ;* а для всѣхъ угловъ паденія, превышающихъ этотъ предѣлъ, падающій лучъ не даетъ преломленнаго (иначе было бы $\sin r' > 1$, что̀ невозможно), и *сполна отражается* въ 1-ую среду *(полное внутреннее отраженіе).* Для $\mu_{12} = {}^3/_4$ (вода и воздухъ), $l = 48^0 35',4$.

Черт. 82 даетъ пучокъ лучей, падающихъ въ одной точкѣ на раздѣлъ воды и воздуха (абсолютные показатели приблизительно относятся какъ ${}^4/_3 : 1$), и соотвѣтствующій пучокъ лучей переломленныхъ. Пунктиромъ изображены лучи, отражающіеся вполнѣ.



Черт. 82.

§ 137. **Удѣльное преломленіе.** — Опытъ показалъ, что когда какое-нибудь вещество измѣняетъ свою плотность d, то абсолютный показатель его μ растетъ вмѣстѣ съ плотностью, причемъ обыкновенно отношеніе $(\mu-1)/d$ остается постояннымъ. Эта постоянная называется *удѣльнымъ преломленіемъ* даннаго вещества (для лучей даннаго періода).

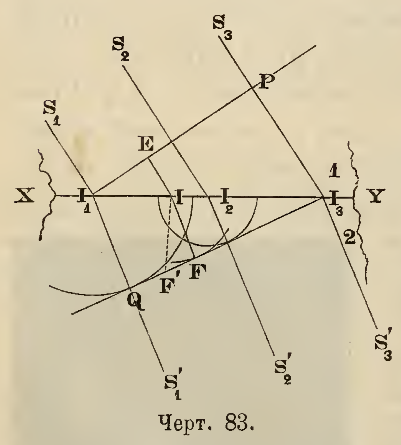
Если имѣемъ однородную смѣсь, или растворъ, нѣсколькихъ веществъ, 1, 2, 3,..., причемъ p_1, p_2, p_3,... суть вѣса составныхъ частей, то, какъ показываетъ опытъ,

$$\frac{p_1(\mu_1-1)}{d_1}+\frac{p_2(\mu_2-1)}{d_2}+\ldots=\frac{P(\mathrm{M}-1)}{D},$$

гдѣ P — вѣсъ смѣси, М — ея абсолютный показатель, D — ея плотность.

Величину $p(\mu-1)/d$ называютъ *эквивалентомъ преломленія*. Приведенный законъ состоитъ въ томъ, что эквивалентъ преломленія смѣси есть сумма эквивалентовъ преломленія составныхъ частей.

§ 138. **Теорія преломленія плоской волны черезъ плоскость.** — Пусть поверхность раздѣла XY средъ 1 и 2 — плоская, и падающая волна I_1P (черт. 83) — также плоская (лучи параллельны). Всѣ точки поверхности раздѣла, приходя въ колебаніе, становятся центрами вторичныхъ волнъ, которыя въ средѣ 2 распространяются со скоростью V_2. Пока падающая волна проходитъ путь $PI_3=V_1\tau$ (гдѣ τ время, потребное на этотъ переходъ), въ средѣ 2 успѣли образоваться сферическія волны; волны точекъ I_1 имѣютъ радіусъ $I_1Q=V_2\tau$, волны точекъ I_2 — радіусъ вдвое меньшій и т. д., наконецъ для I_3 радіусъ волнъ еще $=0$.



Черт. 83.

Всѣ эти сферы имѣютъ общую касательную плоскость — I_3Q, огибающую всѣ вторичныя волны; она и будетъ плоскостью преломленной волны. Она перпендикулярна къ плоскости чертежа (плоскости паденія), а преломленные лучи, идя перпендикулярно къ волнѣ (изъ I_1, I_2... къ точкамъ касанія) будутъ параллельны пло-

экости паденія. Такъ какъ $PI_3 = V_1\tau = I_1 I_3 \sin i$, $QI_1 = V_2\tau = I_1 I_3 \sin r'$, то

$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{V_1}{V_2}.$$

Мы получаемъ такимъ образомъ законы 1) и 2) § 134, въ той формѣ, какъ они были приведены раньше (§ 62), и видимъ, что *относительный показатель преломленія* μ_{12} *есть не что иное какъ отношеніе скорости свѣта въ 1-й средѣ къ скорости свѣта во 2-й.* Законъ 3) § 134 также выполняется, ибо $\mu_{12} \cdot \mu_{23} = (V_1/V_2) \cdot (V_2/V_3) = V_1/V_3 = \mu_{13}$.

Такъ какъ *періодъ* луча при преломленіи не измѣняется (§ 105), то *длина волны* въ новой средѣ должна измѣниться такъ, что $\lambda_1 = V_1 T$ и $\lambda_2 = V_2 T$, т.-е. $\lambda_1 : \lambda_2 = V_1 : V_2$.

Абсолютный показатель преломленія μ_{01} среды 1 будетъ $= V_0/V_1$, гдѣ V_0 скорость свѣта въ пустотѣ. Если λ_0—длина волны такого же луча въ пустотѣ, то $\lambda_1 = \lambda/\mu_{01}$.

§ **139. Значеніе огибающей.**—Что огибающая вторичныхъ волнъ даетъ поверхность преломленной волны, въ этомъ убѣждаемся по образцу разсужденій § 122 и 123. Воспроизведемъ, *mutatis mutandis,* разсужденіе § 123.

Всѣ точки плоскости I_1P находятся въ одинаковой фазѣ. Изъ каждой точки E свѣтъ передается только по направленію луча, въ точку I границы. Если допустимъ, что далѣе онъ идетъ къ точкѣ F, то *пути всѣхъ лучей* отъ падающей волны I_1P до огибающей QI_3 хотя неравны по длинѣ, но *будутъ пройдены въ одно и то же время.* Въ самомъ дѣлѣ.

$$\frac{EI}{PI_3} = \frac{I_1 I}{I_1 I_3}, \ \frac{IF}{QI_1} = \frac{II_3}{I_1 I_3}, \text{ отсюда } \frac{EI}{PI_3} + \frac{IF}{QI_1} = 1, \text{или } \frac{EI}{V_1} + \frac{IE}{V_2} = \tau.$$

Лѣвая часть уравненія изображаетъ время, употребленное на прохожденіе пути EIF, и мы видимъ, что оно одинаково съ тѣмъ временемъ, въ теченіе котораго свѣтъ доходитъ изъ P въ I_3 и изъ I_1 въ Q.

Такимъ образомъ лучи I_1Q, EIF, PI_3 . . . достигнутъ плоскости QI_3 также *съ одинаковою фазой.* На всякую плоскость, параллельную съ QI_3, они придутъ также согласными, и въ такомъ же согласіи фазъ достигнутъ весьма отдаленной точки, лежащей по на-

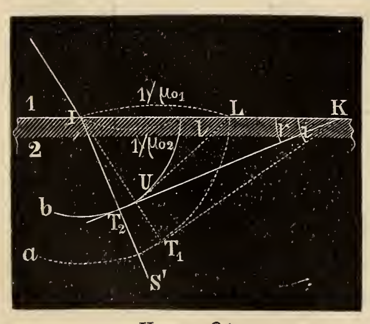
правленію $I_2 S'_2$, — точки, гдѣ эти лучи (или, точнѣе, лучи весьма мало отъ нихъ отличающіеся по направленію) сходятся. Итакъ по направленію $I_2 S'_2$ свѣтъ распространится. Но еслибы мы взяли отъ I_1, I_2, I_3... *другой* пучокъ параллельныхъ лучей (наприм. по направленію IF'), то доказали бы, какъ въ § 123, что въ немъ лучи взаимно уничтожатся, и что въ направленіи IF свѣтъ *не* распространится.

§ **140. Несостоятельность теоріи истеченія.**—Мы видимъ (§ 138), что теорія волнъ приводитъ къ заключенію $\mu_{12} = V_1 / V_2$. Теорія истеченія, объясняя преломленіе свѣта, приводила къ результату: $\mu_{12} = V_2 / V_1$.

Если примемъ скорость свѣта въ пустотѣ (V_0) за 1-цу, то по теоріи волнъ $\mu_{01} = 1/V_1$, по теоріи же истеченія $\mu_{01} = V_1$. По *первой* скорость свѣта въ водѣ, стеклѣ и пр. *меньше* чѣмъ въ пустотѣ, по *второй*—во столько же разъ *больше*.

Сперва косвенныя соображенія (изъ явленій интерференціи свѣта), а потомъ прямые опыты надъ скоростью свѣта (§ 119) показали, что послѣдній выводъ не соотвѣтствуетъ дѣйствительности. Опыты Фуко показали, что для воды ($\mu_{01} = 4/3$) скорость свѣта приблизительно $= {}^3/_4\ V_0$ (а не ${}^4/_3\ V_0$). Этимъ была окончательно обнаружена несостоятельность теоріи истеченія.

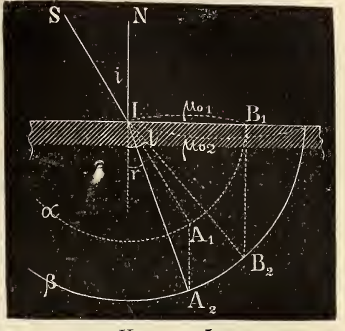
§ **141. Построеніе преломленныхъ волнъ и лучей** [1]. — 1) Изъ предыдущаго (§ 138) прямо вытекаетъ пріемъ для построенія преломленной волны по данной падающей. Около I, какъ центра (черт. 84), описываемъ въ средѣ 2-й двѣ полуокружности a и b радіусами, пропорціональными V_1 и V_2 (или $1/\mu_{01}$ и $1/\mu_{02}$); къ a проводимъ касательную T_1K параллельно падающей волнѣ, и черезъ точку K—касательную KT_2 къ b; KT_2 и дастъ намъ плоскость волны преломленной. — Если $\mu_{02} < \mu_{01}$, роли a и b обмѣнятся, построеніе не всегда возможно, и $\angle ILU$ даетъ величину предѣльнаго угла (§ 136).



Черт. 84.

[1]) Плоскость паденія берется за плоскость чертежа, и все построеніе сводится къ плоскому.

2) Описываемъ около I полуокружности α и β (черт. 85) радіусами, пропорціональными μ_{01} и μ_{02}; падающій лучъ SI продолжаемъ до α, чрезъ A_1 проводимъ A_1 A_2 параллельно IN; IA_2 будетъ преломленный лучъ (законы § 134 очевидно удовлетворены). — Въ случаѣ $\mu_{02} < \mu_{01}$ точка B_2 опредѣлитъ предѣльный лучъ.



Черт. 85.

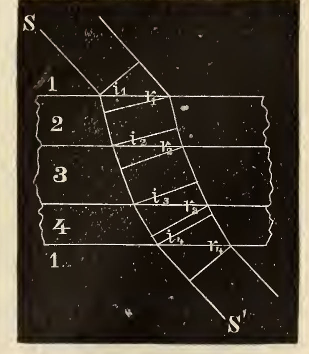
§ **142. Плоскопараллельные слои.** — Изъ § 135 прямо слѣдуетъ, что лучъ (плоская волна), пройдя черезъ плоскопараллельную пластинку, выходитъ изъ нея въ прежнюю среду параллельно прежнему направленію.

То же справедливо для волны, которая прошла изъ среды 1 черезъ любое число плоскопараллельныхъ слоевъ (2, 3, . . .), сложенныхъ въ стопу, и выходитъ опять въ 1, — каковы бы ни были показатели преломленія. Въ самомъ дѣлѣ, называя углы паденія и преломленія на послѣдовательныхъ граняхъ чрезъ i_1, r_1; i_2, r_2; . . ., получаемъ:

$$\frac{\sin\, i_1}{\sin\, r_2} \cdot \frac{\sin\, i_2}{\sin\, r_2} \cdots \frac{\sin\, i_n}{\sin\, r_n} = \frac{V_1}{V_2} \cdot \frac{V_2}{V_3} \cdots \frac{V_n}{V_1} = 1,$$

и такъ какъ $r_1 = i_2$, $r_2 = i_3, \ldots,$ то $r_n = i_1$ (черт. 86).

§ **143. Принципъ быстрѣйшаго прихода.** — Мы видѣли (§ 124), что въ случаѣ отраженія всякій лучъ идетъ возможно *кратчайшимъ* путемъ, и что всѣ лучи, выходящіе изъ точки A и приходяшіе въ точку B, идутъ *равнодлинными* путями.



Черт. 86.

Въ случаѣ преломленія путь луча, наприм. EIF (черт. 83) не есть возможно кратчайшій въ геометрическомъ смыслѣ, но онъ — возможно *быстрѣйшій* путь изъ точки E въ точку F: очевидно, что всякій иной путь (чрезъ иную точку пограничной поверхности, наприм. путь EI_2F) былъ бы пройденъ свѣтомъ въ большее время. — Этотъ „принципъ

быстрѣйшаго прихода“ *(теорема Фермà)* математически равносиленъ законамъ преломленія, изложеннымъ въ § 134.

Точно также, если лучи, выходящіе изъ точки A, претерпѣваютъ преломленіе (одинъ или много разъ) и попадаютъ въ точку B, то нельзя уже сказать, что всѣ пути отъ A до B *равно-длинны*, но всѣ они *равно-быстры* (таутохронны), т.-е. проходятся въ одинаковое время [1]).

Если такіе лучи вышли изъ A съ одинаковою фазой, то и въ точку B придутъ съ одинаковой же фазой. Итакъ, во всѣхъ тѣхъ случаяхъ, гдѣ мы путемъ преломленій получаемъ изображеніе свѣтящей точки S въ точкѣ S', въ эту послѣднюю всѣ лучи являются согласными по фазѣ (а слѣд. взаимно уничтожаться здѣсь не могутъ).

Законы кратчайшаго пути, соблюдаемые при прямолинейномъ распространеніи свѣта въ однородной средѣ и при отраженіи его въ ту же среду, являются частными случаями только-что высказаннаго болѣе общаго закона: *во всѣхъ случаяхъ лучи идутъ возможно-быстрыми путями.* Когда среда вездѣ одна и та же, этотъ возможно-быстрый путь есть вмѣстѣ съ тѣмъ возможно-короткій въ геометрическомъ смыслѣ.

§ **144. Оптическій путь луча.**—Если лучъ, идя изъ A въ B черезъ нѣсколько средъ 1, 2, 3, . . . , проходитъ въ нихъ соотвѣтственно пути x_1, x_2, x_3, . . . , то время перехода будетъ

$$\frac{x_1}{V_1} + \frac{x_2}{V_2} + \frac{x_3}{V_3} + \ldots = \tau,$$

гдѣ V_1, V_2, V_3, . . . скорости свѣта въ средахъ. Помножая обѣ части уравненія на V_0 (скорость свѣта въ пустотѣ) и замѣчая, что $V_0/V_1 = \mu_{01}$, $V_0/V_2 = \mu_{02}, \ldots$, имѣемъ

$$\mu_{01}\,x_1 + \mu_{02}\,x_2 + \mu_{03}\,x_3 + \ldots = V_0\,\tau = x,$$

гдѣ x обозначаетъ длину того пути, который въ то же время τ былъ бы пройденъ свѣтомъ въ пустотѣ. Эта длина x называется иногда *оптическимъ путемъ* луча.

---

[1]) Ограниченія, подобныя тѣмъ, какія указаны въ § 124, имѣютъ силу и теперь.

Мы знаемъ (§ 51), что если колебательное движенiе въ точкѣ A выражается уравненiемъ

$$s_{\Delta} = A_{\Delta} \sin \left\{ 2\pi \frac{t}{T} + \delta \right\},$$

то въ точкѣ B оно будетъ

$$s_{\rm B} = A_{\rm B} \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x_1}{\lambda_1} - \frac{x_2}{\lambda_2} - \ldots \right) + \delta \right\}.$$

Но $\lambda_1 = \lambda_0/\mu_{01}$, и т. д. (§ 138), слѣд.

$$s_{\rm B} = A_{\rm B} \sin \left\{ 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{\mu_{01} x_1 + \mu_{02} x_2 + \cdots}{\lambda_0} \right) + \delta \right\}.$$

Т.-е. измѣненiе фазы по прохожденiи пути отъ A до B будетъ таково, какъ еслибы свѣтъ прошелъ въ пустотѣ путь x ($= \mu_{01} x_1 + \mu_{02} x_2 + \ldots$), на которомъ укладывается такое же число $n = x/\lambda_0$ длинъ волнъ, какъ на дѣйствительно пройденномъ пути (ибо $n = n_1 + n_2 + \ldots$, гдѣ $n_1 = x_1/\lambda_1$, $n_2 = x_2/\lambda_2$ и т. д.).

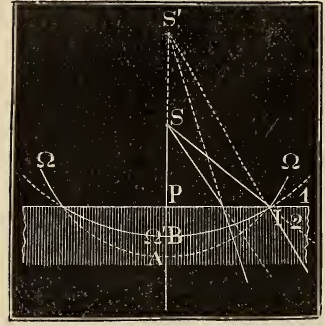
При обсужденiи разности фазъ двухъ лучей, шедшихъ черезъ нѣсколько различныхъ средъ, нужно имѣть въ виду не просто разность длины путей (§ 52), а *а разность оптическихъ путей* $(x - x')$,— гдѣ x оптическiй путь 1-го, x' — 2-го луча: она и называется въ этомъ случаѣ *разностью хода.* Обусловленная ею разность фазъ будетъ $= 2\pi (x - x')/\lambda_0$, а упрежденiе $= T(x - x')/\lambda_0$ (§ 52).

§ **145. Общiй случай.** — По образцу § 138 можно строить преломленную волну для случаевъ болѣе сложныхъ. Поверхность преломленной волны всегда есть огибающая всѣхъ сферическихъ волнъ, полученныхъ въ какой-нибудь данный моментъ отъ всѣхъ точекъ пограничной поверхности. Всякiй элементъ пограничной поверхности и здѣсь, какъ при отраженiи, освѣщается ближайшимъ элементомъ падающей волны и освѣщаетъ ближайшiй элементъ преломленной волны. Для построенiя преломленныхъ волнъ и лучей можно пользоваться либо принципомъ быстрѣйшаго пути, либо законами § 134.

§ **146. Преломленiе сферической волны черезъ плоскость.** — Пусть выпуклая сферическая волна Ω, идущая изъ S въ средѣ 1, вступаетъ, чрезъ плоскую границу, въ среду 2, болѣе преломляющую ($\mu_{02} > \mu_{01}$ и $\mu_{12} > 1$; на черт. 87 принято $\mu_{12} = 3/2$).

Въ тотъ моментъ, когда волна доходитъ до I и имѣетъ радіусъ $SI = \rho$, она заняла бы положеніе AI, еслибы среды были одинаковы; но теперь точка B волны будетъ ближе къ S, чѣмъ I. Такъ какъ оптическіе пути SI $(= SA)$ и SPB должны быть равны, то $SA = SP + \mu_{12} \,.\, PB$, или

$$PA = \mu_{12} \,.\, PB. \tag{1}$$



Черт. 87.

Преломленная волна Ω' не будетъ строго-сферическая [1]), но приблизительно, въ небольшомъ сегментѣ около P (т.-е. при маломъ углѣ ISB), можетъ считаться за сферическую. Радіусъ ея $BS' = \rho'$ легко найти: имѣемъ (какъ въ § 129).

$$IP^2 = 2\rho.\ PA = 2\rho'.\ PB,$$

откуда, при помощи (1),

$$\rho' = \mu_{12}\,\rho\,,\ \text{или}\ \frac{1}{\rho'} : \frac{1}{\rho} = V_2 : V_1,$$

т.-е. кривизна волны (§ 129) измѣнилась въ прямомъ отношеніи скоростей свѣта.

Приблизительно также $S'P = \mu_{12} \,.\, SP$, или $d' = \mu_{12} \,.\, d$, гдѣ d, d суть разстоянія отъ границы — свѣтящей точки S и ея (мнимаго) *изображенія* S' [2]).

Призма.

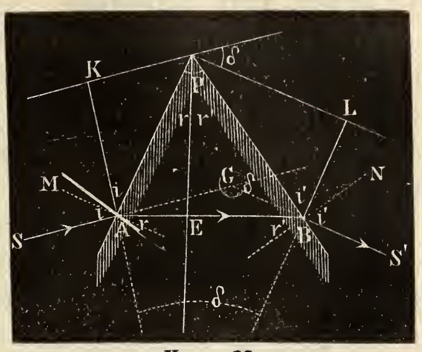
§ 147. Преломленіе плоской волны.—Тѣло, ограниченное двумя непараллельными плоскими гранями, называютъ *призмой;* уголъ между гранями — *угломъ призмы;* часть призмы, ближайшую къ ребру пересѣченія граней,—*вершиной,* часть удаленную—*основаніемъ* призмы. Черт. 88 представляетъ сѣченіе призмы (съ угломъ $= P$) плоскостью, перпендикулярною къ преломляющимъ гранямъ. Плоская волна AK, нормаль (лучъ) которой SA лежитъ въ плоскости чертежа, падаетъ на грань хода AP. Войдя въ призму, волна при-

---

[1]) Она имѣетъ форму гиперболоида вращенія, имѣющаго точку S однимъ изъ фокусовъ, такъ что IB есть дуга гиперболы.

[2]) Тотъ же выводъ помощію лучей—падающаго SI и преломленнаго $S'I$: при малыхъ углахъ паденія можно принять $i = \mu_{12}.\ r$; но $i = IA/SA$, $r = IB/S'B$, и приблизительно $IB = IA$; отсюда $\rho' : \rho\ (= d' : d) = \mu_{12} : 1$.

метъ направленіе EP (а лучъ пойдетъ по AB); преломившись черезъ грань выхода BP, волна выйдетъ какъ плоская волна BL (лучъ выйдетъ по BS'). Отъ первоначальныхъ своихъ направленій плоскость волны и лучъ отклонились на уголъ δ (уголъ *отклоненія*).



Черт. 88.

Назовемъ i, r—углы паденія и преломленія на 1-й грани, r', i'—соотвѣтственные на 2-й (причемъ очевидно $r+r'=P$). По принципу быстрѣйшаго пути мы должны имѣть $KP+PL=\mu_{12}.\ AB=\mu_{12}\ (AE+EB)$, или

$$AP\sin i+BP\sin i'=\mu_{12}\ (AP\sin r+BP\sin r').$$

что и выполняется, благодаря тому что $\sin i=\mu_{12}\sin r'$, $\sin i'=\mu_{12}\sin r'$. Лучи, проходящіе близь ребра P, имѣютъ болѣе короткій путь въ призмѣ, но болѣе длинный путь въ воздухѣ, чѣмъ лучи ближайшіе къ основанію.

Изъ чертежа видно, что $\angle KPA+P+\angle LPB+\delta=180^0$; но $\angle KPA=90^0-i$, $\angle LPB=90^0-i'$; слѣд.

$$\delta=i+i'-P.$$ [1]).

§ **148. Наименьшее отклоненіе.**—Измѣняя уголъ паденія i (т.-е. измѣняя направленіе падающаго луча, или же—поворачивая призму около ребра P), мы измѣнимъ и δ. Нетрудно вывести, что δ имѣетъ нѣкоторую *наименьшую величину* (δ_m), и что этотъ *minimum* получится въ томъ случаѣ, когда лучъ $SABS'$ проходитъ симметрично по отношенію къ гранямъ AP, BP.

Чтобъ это доказать, построимъ преломленные лучи по пріему § 141, 2. За точку паденія, для большей простоты чертежа, примемъ P. Проведемъ нормали MP, NP граней (черт. 89). Около P, какъ центра, описываемъ окружности α, β радіусами μ_{01}, μ_{02}; про-

---

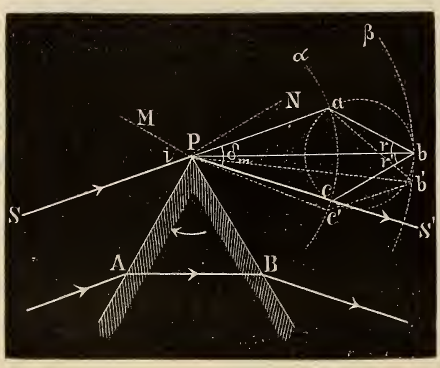
[1]) То же находимъ, разсматривая одни лучи: въ $\Delta\ ABP$ имѣемъ $90^0-r+90^0-r'+P=180^0$, слѣд. $r+r'=P$; въ $\Delta\ AGB$ $\delta=(i-r)+(i'-r')=i+i'-P$.

должив SP до a, проводимъ ab параллельно MP; Pb будетъ направленіе луча *въ призмѣ*. Изъ b проводимъ bc параллельно NP; Pc будетъ лучъ *выходящій*. $\angle aPc = \delta$, $\angle abc = r + r' = P$.

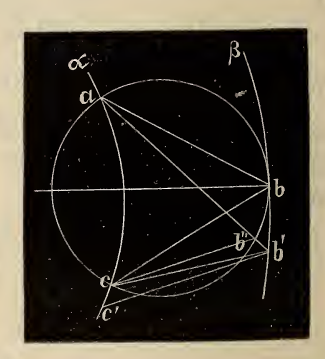
Углу i *можно* дать такое значеніе, чтобы лучъ Pb въ призмѣ шелъ симметрично къ гранямъ (перпендикулярно къ равнодѣлящей угла P): нетрудно построить соотвѣтственный уголъ i, причемъ очевидно будетъ $i' = i$. Въ этомъ случаѣ Pb раздѣлитъ пополамъ углы aPc и abc.

Начиная съ *этого* расположенія (оно и представлено на чертежѣ), повернемъ призму, наприм., по стрѣлкѣ часовъ. MP повернется въ ту же сторону, слѣд. точка b пойдетъ по β внизъ и займетъ мѣсто b' (точка же a не смѣстится, ибо падающій лучъ тотъ же); надо доказать, что и точка c пойдетъ по α то же внизъ.

Чрезъ a, b, c опишемъ окружность (черт. 89, 90); центръ ея бу-



Черт. 89.



Черт. 90.

детъ на Pb; она коснется β изнутри. $\angle ab''c = \angle abc$, слѣд. $\angle ab'c < \angle abc$. Но новый уголъ при b' ($\angle ab'c'$) долженъ быть $= \angle abc = P$; слѣд. новая точка c' не можетъ ни совпасть съ c, ни лечь выше c, а будетъ *ниже*. А слѣд. новый уголъ δ' (измѣряемый дугою ac') окажется больше прежняго (δ_m). Итакъ, начальное положеніе призмы дѣйствительно давало намъ $\delta = \min$.

Такъ какъ при $\delta = \min$. мы имѣемъ $r = r'$, $i = i'$, то (§ 147) $2r = P$, $2i = \delta_m + P$, и законъ Снелля даетъ намъ:

$$\mu_{12} = \frac{\sin {}^1/_2\,(\delta_m + P)}{\sin {}^1/_2\, P}.$$

Этой формулой пользуются, какъ увидимъ, для измѣренія показателей преломленія.

§ **149. Тонкія призмы.** — Если углы i и $P = r + r'$ малы, причемъ i' и r' также малы, то можемъ принять

$$i = \mu_{12} r, \; i' = \mu_{12} r',$$

слѣд. вмѣсто уравненія $\delta = i + i' - P$ получаемъ

$$\delta = \mu_{12}(r + r') - P = (\mu_{12} - 1) P.$$

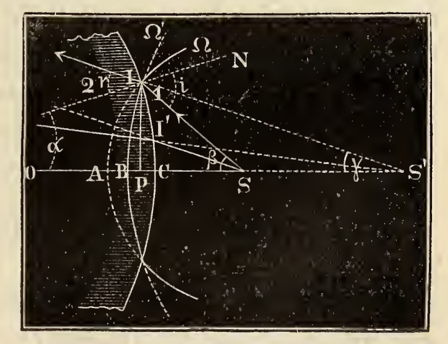
Пусть лучъ проходитъ послѣдовательно нѣсколько тонкихъ призмъ, коихъ углы суть P, P', P''... Ясно, что полное отклоненіе будетъ

$$\delta = (\mu_{12} - 1) P + (\mu'_{12} - 1) P' + \ldots$$

Если нѣкоторыя изъ призмъ обращены вершиной въ другую сторону, чѣмъ P, то углы ихъ надо ставить со знакомъ (—).

Преломленіе чрезъ сферическую поверхность.

§ **150. Основная формула.** — Пусть двѣ среды 1 и 2 раздѣлены сферическимъ сегментомъ радіуса R, выпуклымъ къ источнику свѣта, и пусть $\mu_{12} > 1$ (черт. 91). На «главной оси» сегмента въ средѣ 1 лежитъ свѣтящая точка S. Изъ соображеній § 146 ясно, что исходящая изъ S выпуклая [1]) сферическая волна Ω, вступивъ въ среду 2, сдѣлается менѣе выпуклою (будетъ сплющена); она приметъ форму Ω', которую, при небольшомъ «отверстіи» (§ 128) сегмента, можно принять за сферическую, съ центромъ S'. По принципу быстрѣйшаго прихода имѣемъ $SI = SA = SC + \mu_{12} \cdot CB$, откуда $AC = \mu_{12} \cdot BC$, или



Черт. 91.

$$AP + PC = \mu_{12}(BP + PC).$$

---

[1]) *Выпуклая* значитъ — обращенная выпуклостью налѣво; кривизну (§ 129) такой поверхности будемъ считать положительною.

Но какъ въ § 129, AP, PC и BP выразятся изъ соотношеній:

$$\overline{IP^2} = AP \,.\, 2\rho = PC \,.\, 2R = BP \,.\, 2\rho',$$

гдѣ ρ — радіусъ падающей, ρ' — радіусъ преломленной волны. Такимъ образомъ находимъ

$$\frac{1}{\rho} + \frac{1}{R} = \mu_{12} \left(\frac{1}{\rho'} + \frac{1}{R} \right), \tag{1}$$

или приблизительно, называя $SC = d$, $S'C = d'$,

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{R} = \mu_{12} \left(\frac{1}{d'} + \frac{1}{R} \right). \tag{1'}$$ [1)]

Уравненіе (1) можетъ быть написано въ видѣ

$$\frac{1}{\rho'} + \frac{1}{R} = \mu_{21} \left(\frac{1}{\rho} + \frac{1}{R} \right),$$

гдѣ $\mu_{21} = 1/\mu_{12}$ (§ 135). Сравнивая съ (1), видимъ, что точки S и S' суть *сопряженные фокусы* (§ 130): лучи, выходящіе изъ точки S' среды 2, сойдутся въ точкѣ S среды 1.

Величины $1/\rho$, $1/\rho'$ $(-1/R)$ суть кривизны (§ 129) трехъ сферическихъ поверхностей; $(1/\rho + 1/R)$ — избытокъ кривизны падающей волны Ω надъ кривизною преломляющей границы — можно назвать *относительною кривизной* Ω, и подобнымъ образомъ $(1/\rho' + 1/R)$ есть относительная кривизна волны Ω'. Формула (1) показываетъ, что *относительная кривизна волны* при переходѣ въ новую среду *измѣняется въ прямомъ отношеніи скоростей свѣта.*

Анализъ формулы (1) или (1′) нетрудно дать по образцу § 130.

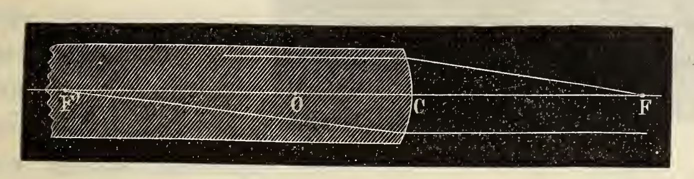
§ 151. Главные фокусы.—При $d = R/(\mu_{12} - 1) = f$, имѣемъ $d' = \infty$; при $d = \infty$, $d' = R/(\mu_{21} - 1) = f'$. Точки F, F', опредѣляемыя этими условіями, суть *1-й* и *2-й главные фокусы* нашей оптической системы; ихъ разстоянія f, f' отъ C—*главныя фокусныя разстоянія* [2)]; обратныя величины $1/f$, $1/f'$ — *фокусныя кривизны* или *оптическія силы* системы для 1-й и 2-й среды.

---

1) Тотъ же выводъ получимъ, разсматривая лучи SI и $S'I$: по закону Снелля, для малыхъ угловъ паденія, $i = \mu_{12} \,.\, r$; но $i = \alpha + \beta$, $r = \alpha + \gamma$; слѣд. $\alpha + \beta = \mu_{12}(\alpha + \lambda)$. Такъ какъ $\alpha = IC/R$, $\beta = IA/\rho$, $\gamma = IB/\rho'$, то, отождествляя дуги IC, IA, IB, имѣемъ формулу (1).

2) Изъ нихъ $f' < 0$, т.-е. точка F' лежитъ по другую сторону отъ C (на чертежѣ—налѣво).

Лучи, вышедшіе въ средѣ 1 изъ 1-го фокуса F, по преломленіи станутъ параллельными главной оси (и обратно — лучи, падающіе въ средѣ 2 параллельно главной оси, стали бы въ 1 сходящимися къ F). 2-й фокусъ F' имѣетъ соотвѣтственное значеніе (черт. 92).



Черт. 92.

Другими словами, если волна въ средѣ 1 — плоская, то въ средѣ 2 она имѣетъ кривизну $1/f'$; если волна въ средѣ 2 — плоская, въ средѣ 1 она обладаетъ кривизною $1/f$. Это вѣрно какъ для перехода свѣта изъ 1 въ 2 (справа налѣво), такъ и для обратнаго перехода изъ 2 въ 1 (слѣва направо) [1]).

Отношеніе $f:(-f') = \mu_{21}:1 = \mu_{01}:\mu_{02}$; отношеніе $1/f:(-1/f') = \mu_{12}:1 = V_1:V_2$. Сумма $f + f' + R = 0$.

Формулѣ (1) можно дать видъ:

$$\frac{1}{\rho'} = \mu_{21}\cdot\frac{1}{\rho} + \frac{1}{f'}, \text{ или } \frac{1}{\rho} = \mu_{12}\cdot\frac{1}{\rho'} + \frac{1}{f}, \qquad (1'')$$

т.-е. *кривизна волны, вступающей въ новую среду, измѣняется въ прямомъ отношеніи скоростей свѣта и кромѣ того увеличивается на оптическую силу* (фокусную кривизну) *системы для новой среды.*

Наконецъ, уравненіямъ (1) и (1') можно дать формулу:

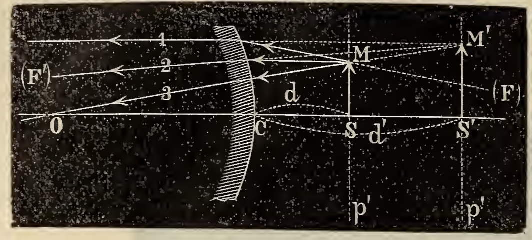
$$\frac{f}{\rho} + \frac{f'}{\rho'} = 1, \text{ или } \frac{f}{d} + \frac{f'}{d'} = 1. \qquad (2)$$

§ 152. Изображеніе предмета. Увеличеніе. — По образцу § 131 заключаемъ, что всякая точка M *фокусной плоскости* MS даетъ изображеніе въ соотвѣтственной (т.-е. лежащей на томъ же діаметрѣ,

---

[1]) При этомъ f и f' считались положительными въ сторону среды 1 (отъ C направо), и слѣд. положительною считается кривизна такой поверхности, которая обращена вогнутостью въ сторону среды 1.

или *побочной оси MO)* точкѣ *M'* *сопряженной фокусной плоскости* *M'S'* (черт. 93).



Черт. 93.

Построить изображенiе всякой точки *M,* если извѣстны мѣста *F, F'* и *O,* легко помощію трехъ лучей (двухъ достаточно): 1, 2, 3 (послѣднiй, какъ нормальный къ границѣ, по преломленiи идетъ по той же прямой).

Линейное *увеличенiе* *G* предмета *MS* опредѣлится любымъ изъ слѣдующихъ 4-хъ выраженiй: [1])

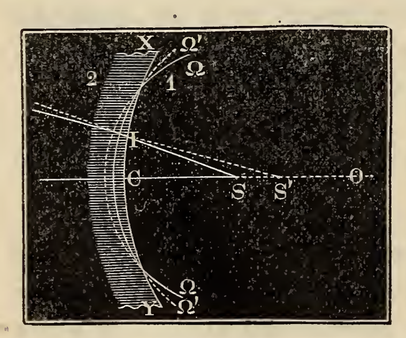
$$G = \frac{d' + R}{d + R} = \frac{1}{\mu_{12}} \cdot \frac{d'}{d} \left(= \frac{V_2 d'}{V_1 d} \right) = \frac{f}{f - d} = \frac{f' - d'}{f'} . \qquad (3)$$

Анализъ формулы (3) для различныхъ частныхъ случаевъ дѣлается по образцу § 132. [2])

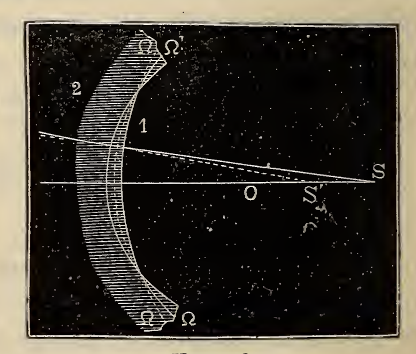
---

[1]) Различныя преобразованiя легко вытекаютъ изъ (1') и (2).

[2]) Соображенiя §§ 150 — 152 легко распространить на случай преломленiя сквозь *вогнутую* поверхность въ болѣе преломляющую среду ($\mu_{12} > 1$): въ формулахъ вмѣсто *R* придется поставить (—*R*). Въ этомъ случаѣ выпуклая сферическая волна становится менѣе выпуклою, если она была выпуклѣе границы (имѣла относительную кривизну > 0, черт. 94), и становится болѣе выпуклою—въ про-



Черт. 94.



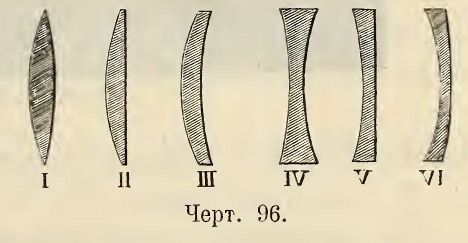
Черт. 95.

тивоположномъ случаѣ (черт. 95).—Наконецъ, разборъ случаевъ, когда падающая волна вогнута (лучи сходящiеся, предметъ мнимый) также вытекаетъ изъ общихъ формулъ (1), (2), (3).

Оптическія стекла (чечевицы).

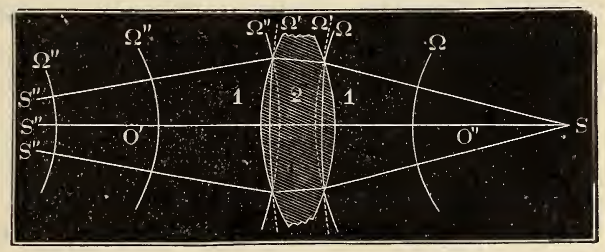
§ 153. Чечевицы собирающія и разсѣвающія.—Тѣло, ограниченное двумя сферическими сегментами „центрированными“ (т.-е. съ главными осями совпадающими) и окруженное нѣкоторою средой, представляетъ собою *чечевицу (линзу)* въ общемъ смыслѣ слова. Обыкновенно веществомъ (2) чечевицы служитъ стекло, а окружающей средой (1)—воздухъ.

Черт. 96 представляетъ (въ сѣченіи, проведенномъ чрезъ главную ось) различные типы чечевицъ.



Черт. 96.

Изъ нихъ I, II, III имѣютъ тотъ общій признакъ, что чечевица въ срединѣ толще, чѣмъ у краевъ. Преломленіе волны при входѣ въ такое тѣло и при выходѣ изъ него даетъ въ окончательномъ результатѣ волну менѣе выпуклую чѣмъ падающая (иногда — вогнутую), если $\mu_{12} > 1$ (черт. 97, гдѣ Ω — падающая волна въ воздухѣ, Ω' — положенія волны внутри чечевицы, Ω'' — положенія вышедшей въ воздухъ волны). Такія чечевицы *собираютъ* лучи и называются *собирающими (коллективными)*; дѣйствіе ихъ подобно дѣйствію вогнутаго зеркала (§ 138).



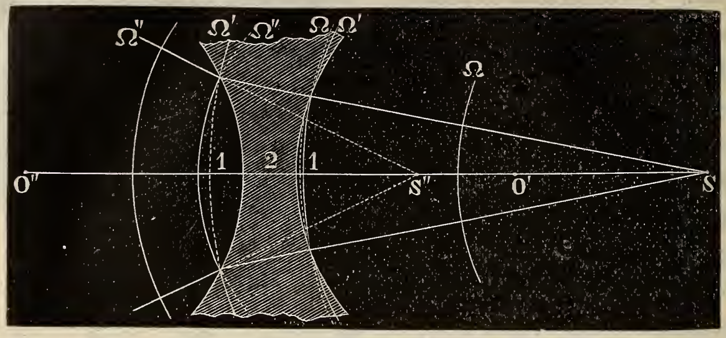
Черт. 97.

Типы IV, V, VI, напротивъ, представляютъ большую толщину у краевъ, чѣмъ въ срединѣ. Такія чечевицы выпускаютъ волну болѣе выпуклую, чѣмъ была волна падающая,—разводятъ или *разсѣваютъ* лучи, и называются *разсѣвающими (диспансивными)* (черт. 98); онѣ аналогичны выпуклому зеркалу (§ 133) [1]).

---

[1]) Если чечевица состоитъ изъ *менѣе* преломляющаго вещества, чѣмъ среда 1, ее окружающая ($\mu_{12} < 1$), то она разсѣваетъ лучи, буде имѣетъ форму I, II, III,

Въ послѣдующихъ параграфахъ мы подробнѣе разсмотримъ чечевицу *двояко-выпуклую* (типъ I); остальные случаи получаются



Черт. 98.

изъ формулъ этой чечевицы соотвѣтственною перемѣной знаковъ у R, R' (у радіусовъ сферъ).

При элементарномъ изложеніи *толщину* чечевицъ будемъ считать *безконечно-малою*.

§ 154. Основная формула безконечно-тонкой двояко-выпуклой чечевицы. — Задача рѣшается двукратнымъ примѣненіемъ формулъ §§ 150 и 151. Для волны Ω', вошедшей въ чечевицу, имѣемъ (1''):

$$\frac{1}{\rho} = \mu_{12} \cdot \frac{1}{\rho'} + \frac{1}{f} \, .$$

Если чечевица безконечно-тонка, радіусъ волны Ω' на пути ея внутри чечевицы возрастетъ безконечно-мало, и мы можемъ сказать, что на 2-ю (заднюю) поверхность упадетъ волна того же радіуса ρ'. Радіусъ ρ'' преломленной здѣсь волны (выходящей въ воздухъ) получимъ, примѣняя послѣднюю формулу со слѣдующей замѣной: вмѣсто ρ надо поставить ρ'' и вмѣсто $1/f \ldots (-1/f'')$ (оптическую силу 2-й поверхности для среды 1) [1]. Это дастъ намъ:

и собираетъ лучи, если имѣетъ форму IV, V, VI. Такіе случаи получимъ, если составимъ формы черт. 96 посредствомъ двухъ тонкихъ стеколъ (каждое—повсюду одинаковой толщины), герметически соединенныхъ по контуру,—оставивъ внутри воздухъ, и опустимъ въ воду. (Стеклянная оболочка здѣсь не измѣняетъ направленія лучей, по § 142, и мы имѣемъ какъ бы воздушную линзу среди воды.)

[1]) Знакъ (—) потому, что на этотъ разъ среда 1 лежитъ налѣво.

$$\frac{1}{\rho''}=\mu_{12}\cdot\frac{1}{\rho'}-\frac{1}{f''}\,.$$

Исключая ρ' изъ этихъ двухъ уравненій, получаемъ:

$$\frac{1}{\rho''}=\frac{1}{\rho}-\left(\frac{1}{f}+\frac{1}{f''}\right),\ \text{или}\ \frac{1}{\rho''}=\frac{1}{\rho}-\frac{1}{\mathfrak{f}}\,, \tag{1}$$

гдѣ

$$\frac{1}{\mathfrak{f}}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f''},\ \mathfrak{f}=\frac{ff''}{f+f''}\,;$$

$\mathfrak{f}$ называется *главнымъ фокуснымъ разстояніемъ* чечевицы, а $1/\mathfrak{f}$ — *оптическою силою* ея. Уравненіе (1) показываетъ, что *чечевица уменьшаетъ кривизну падающей волны на величину своей оптической силы.*

По предыдущему $f=R/(\mu_{12}-1)$, $f''=R'/(\mu_{12}-1)$, гдѣ R и R' — радіусы 1-й и 2-й поверхности [1]). Слѣд.

$$\frac{1}{\mathfrak{f}}=(\mu_{12}-1)\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{R'}\right). \tag{2}$$

Эта величина выразится въ діоптріяхъ (§ 129), если R и R' выражены въ метрахъ.

Вмѣсто ρ и ρ'' можемъ написать d, d'' (разстоянія точки S и ея *изображенія* S'' отъ чечевицы), считая ихъ положительными въ сторону источника свѣта. Если же условимся считать d'' *по другую сторону* отъ чечевицы, чѣмъ d, то уравненіе (1) получаетъ видъ

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d''}=\frac{1}{\mathfrak{f}}\,. \tag{1'}$$

Эта формула найдена Галлеемъ.

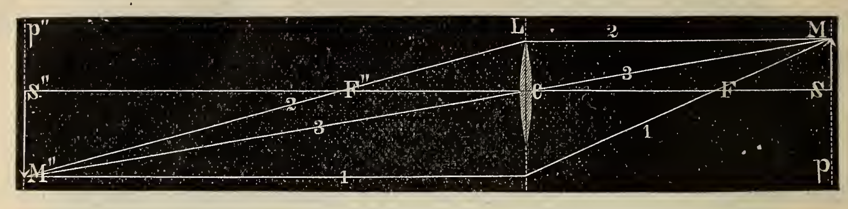
§ 155. Разборъ формулы. — Въ видѣ (1') формула собирающей чечевицы тождественна съ формулой вогнутаго зеркала, § 129, (1'), и мы можемъ приложить здѣсь прежній анализъ (§ 130) [2]).

---

[1]) Мы считали ихъ >0 для чечевицы двояко-выпуклой, согласно съ § 150.

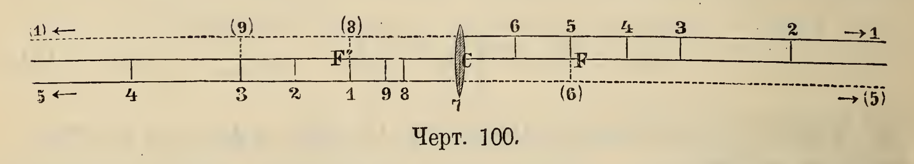
[2]) При этомъ отождествленіи двухъ случаевъ не должно забывать, что для *чечевицы* оптическая сила опредѣляется не только формою, но и веществомъ (показателемъ преломленія), какъ видно изъ (2). Въ частномъ случаѣ, когда $R=R'$, получаемъ $\mathfrak{f}=R$ для $\mu_{12}=3/2$, $\mathfrak{f}={}^3/_2\,R$ для $\mu_{12}=4/3$.

Чечевица имѣетъ два главные фокуса F, F', лежащіе по обѣ стороны ея, на равныхъ разстояніяхъ $= f$. Значеніе ихъ ясно изъ черт. 99, гдѣ 1,1 и 2,2 суть пути двухъ лучей (лучи могутъ итти справо налѣво, или слѣва направо) [1]).



Черт. 99.

На черт. 100 цифрами верхняго ряда обозначены мѣста свѣтящей точки, соотвѣтственными цифрами нижняго ряда — мѣста ея изображенія (сопряженнаго фокуса). Цифры въ скобкахъ относятся



Черт. 100.

къ тѣмъ случаямъ, когда та или другая точка мнимая. (Предполагается, что свѣтъ падаетъ *всегда съ правой стороны*, такъ что наприм. цифра (8) относится къ случаю, когда падающіе лучи сходятся къ точкѣ F'', которая служитъ мнимою свѣтящею точкой).

§ 156. Изображеніе предмета. Увеличеніе.—Для всякой точки M, лежащей внѣ главной оси (но подъ малымъ угломъ MCS), получится также сопряженный фокусъ — въ соотвѣтственной точкѣ M' сопряженной фокусной плоскости p'' (черт. 99). Эту точку M'' легко построить посредствомъ лучей 1,1 и 2,2.

Увеличеніе (линейное) предмета MS представится, какъ и въ § 132, выраженіями:

---

[1]) При построеніяхъ можно чечевицу изображать просто прямою линіей, перпендикулярною къ главной оси и неопредѣленно простирающеюся въ обѣ стороны. На черт. 99 лучъ 1 въ дѣйствительности не попадаетъ на изображенную чечевицу, но это не мѣшаетъ намъ проводить преломленный лучъ и пользоваться имъ для построенія изображеній точки M (§ 156).

$$G = -\frac{M''S''}{MS} = -\frac{d''}{d} = \frac{\mathrm{f}}{\mathrm{f}-d} = \frac{\mathrm{f}-d''}{\mathrm{f}}. \qquad (3)$$

Замѣтимъ, что изъ соотношенія $M''S''/d'' = MS/d$ слѣдуетъ, что MCM'' есть прямая линія. Другими словами, лучъ MC, идущій къ точкѣ C, выходитъ изъ чечевицы по продолженію той же прямой [1]). Точка C, гдѣ совмѣщены центры обоихъ сферическихъ сегментовъ [2]), ограничивающихъ чечевицу, называется ея *оптическимъ центромъ*. Всякая прямая, идущая чрезъ C, называется *побочною осью*. Сопряженные фокусы M'' и M лежатъ всегда на одной и той же побочной (если не на главной) оси.

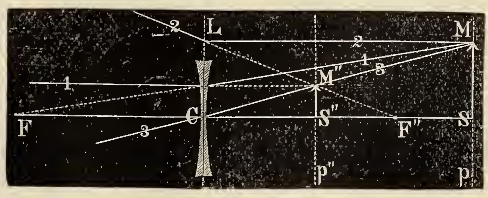
Черт. 79 представляетъ и теперь, какъ для вогнутаго зеркала, зависимость между G и d. (Точка O соотвѣтствуетъ $d = 2\mathrm{f}$.)

§ **157. Прочія чечевицы.** — Формулы (1), (2), (3) распространяются на всѣ вообще типы чечевицъ, если примемъ за правило: считать радіусъ пограничной поверхности со знакомъ (—), когда эта поверхность *вогнута* къ средѣ 1 (къ воздуху).

Ясно, что для типовъ I, II, III (черт. 96) получимъ $\mathrm{f} > 0$; это значитъ, 1-й фокусъ лежитъ спереди, 2-й позади (какъ на черт. 99). Такія чечевицы уменьшаютъ выпуклость падающей волны и могутъ превратить ее въ вогнутую, т.-е. дать дѣйствительное изображеніе свѣтящей точки (чечевицы *собирающія)*.

Для типовъ IV, V, VI получаемъ $\mathrm{f} < 0$ (1-й фокусъ сзади, 2-й — спереди). Такія чечевицы, подобно выпуклымъ зеркаламъ [3]), увеличиваютъ выпуклость падающей волны, и слѣд. не могутъ давать дѣйствительныхъ изображеній отъ дѣйствительной свѣтящей точки (чечевицы *разсѣевающія)*.

Черт. 101 показываетъ расположеніе фокусовъ и построеніе изображеній для разсѣвающей чечевицы. (Увеличеніе всегда > 0 и < 1).



Черт. 101.

[1]) Это понятно изъ § 142, такъ какъ лучъ, падающій (подъ малымъ наклономъ къ главной оси) въ точку C, встрѣчаетъ здѣсь какъ бы плоско-параллельный и притомъ безконечно-тонкій слой.

[2]) Не забудемъ, что мы все время считаемъ чечевицу безконечно-тонкою.

[3]) Проводя эту аналогію, надо помнить, что положительныя значенія d'' считаются отъ чечевицъ въ другую сторону, чѣмъ d, т.-е. не навстрѣчу падающимъ лучамъ, а *по пути* лучей (§ 154).

§ 158. **Сложная чечевица.** — Пусть двѣ безконечно-тонкія чечевицы помѣщены безконечно-близко одна къ другой, и притомъ такъ, что ихъ главныя оси совпадаютъ (и слѣд. всѣ главные фокусы лежатъ на одной прямой). Свѣтящая точка S, лежащая на разстояніи d предъ такой сложной чечевицей, дала бы отъ 1-й чечевицы въ отдѣльности изображеніе на разстояніи d' (причемъ d' считаемъ по другую сторону). Это изображеніе служитъ для 2-й чечевицы какъ бы свѣтящею точкой, разстояніе которой надо считать $= -d'$ [1]), и дастъ отъ 2-й чечевицы изображеніе на разстояніи d''. Называя f_1, f_2 главныя фокусныя разстоянія отдѣльныхъ чечевицъ, имѣемъ по § 154.

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d'}=\frac{1}{f_1}\,;\ -\frac{1}{d'}+\frac{1}{d''}=\frac{1}{f_2}\,,$$

откуда

$$\frac{1}{d}+\frac{1}{d''}=\frac{1}{f}\,,\ \text{гдѣ}\ \frac{1}{f}=\frac{1}{f_1}+\frac{1}{f_2}\,.$$

Это значитъ, наша система дѣйствуетъ какъ одна чечевица, у которой оптическая сила равна суммѣ оптическихъ силъ двухъ отдѣльныхъ чечевицъ.

Это правило нетрудно распространить и на большее число сложенныхъ чечевицъ [2]).

D. Дисперсія свѣта.

§ 159. **Дисперсія нормальная и аномальная.** — Абсолютные показатели преломленія какого-либо вещества не вполнѣ одинаковы для лучей различнаго цвѣта (различнаго періода). Вслѣдствіе этого лучъ смѣшанный, наприм. бѣлый, переходя изъ „пустоты“ въ какое-либо

---

[1]) Здѣсь, какъ и въ § 154, мы считаемъ разстоянія предмета и изображенія въ разныя стороны отъ преломляющей системы.

[2]) Вышеизложенная элементарная теорія преломленія чрезъ сферическія поверхности и чечевицы (§§ 150—158) есть только приблизительная и требуетъ дополненій по слѣдующимъ пунктамъ: 1) падающая сферическая волна даетъ послѣ преломленія волну не строго сферическую *(сферическая аберрація*, какъ и въ случаѣ зеркалъ, § 133, прим.); 2) въ случаѣ бѣлаго (или вообще смѣшаннаго) свѣта надо обращать вниманіе на невполнѣ одинаковое преломленіе отдѣльныхъ монохроматическихъ лучей *(хроматическая аберрація,* о которой будемъ говорить въ ближайшей главѣ, § 170); наконецъ 3) въ теоріи чечевицъ мы пренебрегали ихъ *толщиною.*

прозрачное тѣло, даетъ здѣсь цѣлый *пучокъ* различныхъ монохроматическихъ лучей, расходящихся изъ точки паденія. Это дробленіе сложнаго луча, при преломленіи, на отдѣльные разноцвѣтные лучи называется *дисперсіей* (цвѣторазсѣяніемъ) свѣта.

Въ газахъ дисперсія незначительна (хотя все-таки обнаружена и измѣрена). При преломленіи изъ воздуха въ твердое или жидкое тѣло дисперсія представляется почти такою же, какъ при переходѣ изъ пустоты.

Въ большинствѣ твердыхъ и жидкихъ прозрачныхъ тѣлъ дисперсія бѣлаго луча происходитъ такъ, что наиболѣе отклоненными отъ первоначальнаго направленія оказываются лучи фіолетовые, наименѣе отклоненными—красные, и порядокъ цвѣтовъ въ преломленномъ пучкѣ таковъ, какъ въ радугѣ: показатель преломленія тѣмъ больше, чѣмъ *выше тонъ* луча (т.-е. чѣмъ меньше періодъ). Такая дисперсія называется вообще *нормальною.* Но и при такомъ общемъ характерѣ она въ различныхъ веществахъ бываетъ различна, или, какъ выражаются, *ирраціональна:* при томъ же углѣ паденія, углы между соотвѣтственными цвѣтными лучами не одинаковы и не пропорціональны, и между показателями преломленія не открывается какого-либо количественнаго соотвѣтствія.

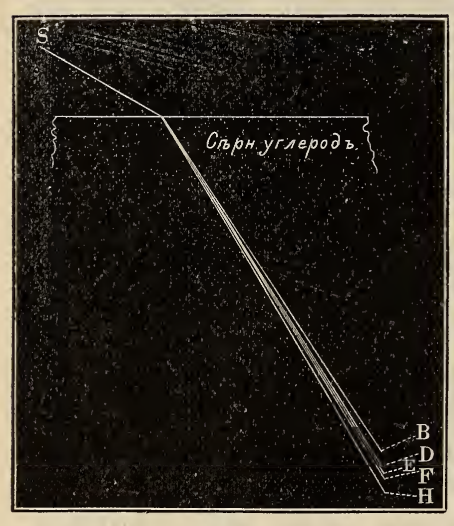
Въ нѣкоторыхъ веществахъ, большею частію мало-прозрачныхъ для большинства цвѣтныхъ лучей (наприм. въ анилиновыхъ краскахъ), распредѣленіе лучей не слѣдуетъ этому порядку: дисперсія *аномальная.* Вмѣстѣ съ тѣмъ нѣкоторые цвѣта (у фуксина—зеленый) отсутствуютъ въ преломленномъ пучкѣ: они обильно отражаются, что сообщаетъ тѣлу особый *поверхностный цвѣтъ,* или вполнѣ поглощаются тѣломъ.

Черт. 102 представляетъ нормальную дисперсію при входѣ въ одно изъ сильно разсѣвающихъ веществъ первой категоріи (сѣрнистый углеродъ). Черт. 103 изображаетъ аномальную дисперсію въ спиртовомъ растворѣ фуксина [1]).

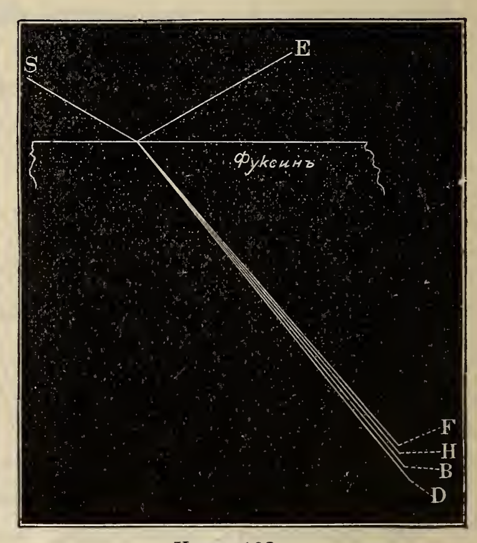
§ 160. Соотношеніе между μ и λ. — Скорость свѣта V_0 въ пустотѣ не зависитъ отъ періода луча (§ 119); такъ какъ $\mu_{01} = V_0/V_1$

[1]) Начерчены цвѣтные лучи, соотвѣтственные линіямъ Фрауенгофера (§ 165) *B* (въ красномъ), *D* (желт.), *E* (зелен.), *F* (голуб.), *H* (фіолет.). Въ фуксинѣ лучъ *E* не преломляется, но отражается съ поверхности и поглощается.

(§ 138), то скорость свѣта во всякомъ тѣлѣ 1 неодинакова для разныхъ цвѣтныхъ лучей, а именно — въ нормально-разсѣвающихъ тѣлахъ она тѣмъ меньше, чѣмъ меньше періодъ; длина волны λ въ такомъ тѣлѣ не просто пропорціональна періоду T луча (какъ въ пустотѣ), или—длинѣ волны λ_0 того же луча въ пустотѣ, но связана съ T и λ_0 болѣе сложнымъ образомъ.



Черт. 102.



Черт. 103.

Мы уже замѣчали (§ 46), что такой зависимости скорости волны отъ періода колебаній не наблюдается при распространеніи звуковыхъ волнъ въ открытой средѣ, и теорія волнъ въ однородной средѣ не приводитъ къ такой зависимости. Чтобъ объяснить дисперсію, предполагаютъ, что на эѳирныя волны имѣетъ вліяніе „вѣсомая" матерія тѣла; этихъ теорій мы касаться не будемъ. Первоначальная теорія приводила къ тому результату, что въ каждомъ веществѣ абсолютный показатель преломленія для волны, коей длина въ пустотѣ $=\lambda_0$ — назовемъ его $\mu(\lambda_0)$,—выражается такъ:

$$\mu(\lambda_0) = M + \frac{a}{\lambda_0^2} + \frac{b}{\lambda_0^4} + \cdots,$$

гдѣ $M, a, b\ldots$—постоянныя величины для даннаго тѣла, и члены 2-й, 3-й и пр. весьма малы передъ первымъ (M). Этой формулѣ хорошо удовлетворяетъ большинство тѣлъ съ нормальною дисперсіей; изъ

нея слѣдуетъ, что съ возрастаніемъ λ_0 показатель преломленія приближается къ предѣлу M (при $\lambda_0 = \infty$, $\mu(\lambda_0) = M$), и что при достаточно большихъ λ_0 онъ можетъ считаться постояннымъ и равнымъ M. Но общаго приложенія эта формула не имѣетъ.

Для тѣла съ аномальной дисперсіей, кривая, изображающая величину μ какъ функцію отъ λ_0, представляетъ перегибы; въ томъ мѣстѣ, которое соотвѣтствуетъ цвѣту, совершенно не пропускаемому тѣломъ, кривая имѣетъ разрывъ и μ здѣсь измѣняется внезапнымъ скачкомъ. Здѣсь законъ Снелля не соблюдается, и μ бываетъ и < 1.

§ **161. Призматическій спектръ.**—Для наблюденія дисперсіи въ томъ или другомъ веществѣ, дѣлаютъ изъ него *призму* (§ 147) [1]: при входѣ изъ воздуха въ призму цвѣтные лучи разсѣваются, при выходѣ—разсѣваются еще болѣе. Разсматривая сквозь такую призму малое отверстіе, которое пропускаетъ бѣлый лучъ солнца, мы увидимъ непрерывный рядъ цвѣтныхъ изображеній отверстія,—*спектръ*. (Это — „субъективный“ способъ наблюденія.) Тотъ же рядъ изображеній можно принять на экранъ („объективный“ способъ). Этотъ опытъ (черт. 104), впервые показавшій разнородность бѣлаго луча, сдѣланъ Ньютономъ (около 1669 г.).

Черт. 104.

При равныхъ прочихъ условіяхъ, спектръ тѣмъ длиннѣе, чѣмъ больше уголъ призмы и чѣмъ болѣе разность между показателями преломленія крайнихъ лучей [2]).

Выдѣливъ изъ спектральнаго пучка (посредствомъ экрана съ отверстіемъ) тонкій одноцвѣтный лучъ и принимая его на новую призму, Ньютонъ убѣдился, что онъ преломляется безъ какого-либо новаго разложенія: цвѣтные лучи спектра суть *простые*.

Въ качествѣ отверстія всего лучше употреблять узкую (произвольной длины) щель, ограниченную прямыми параллельными краями и направленную параллельно преломляющему ребру призмы.

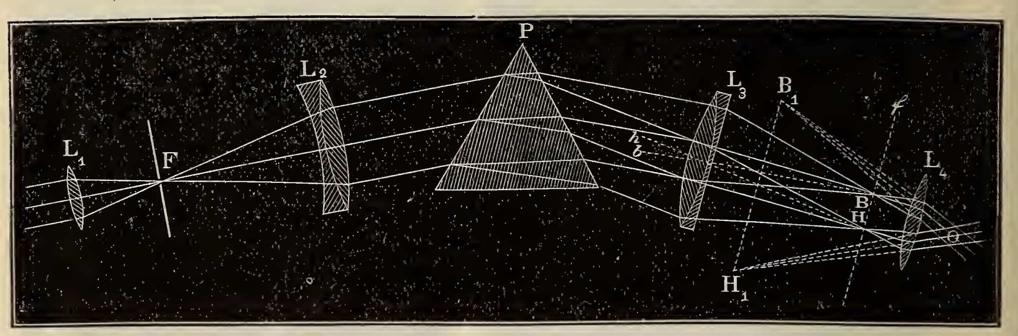
---

1) Если вещество — жидкое, оно наливается въ полую призму, составленную изъ плоскопараллельныхъ стеколъ.

2) Въ случаѣ тонкой призмы (§ 149) угловое протяженіе спектра будетъ = $(\mu_H - \mu_A) P$, если μ_H и μ_A — наибольшій и наименьшій показатель.

Вполнѣ отчетливыхъ изображеній такимъ путомъ не получается, въ особенности на экранѣ. Въ то же время спектръ недостаточно *чистъ,* если щель не слишкомъ узка (цвѣта отчасти налегаютъ одинъ на другой, и при широкой щели остаются только красная и фіолетовая кайма по краямъ, а средина изображенія бѣлая), и недостаточно *ярокъ,* если щель очень узка. Для полученія чистаго, яркаго и отчетливаго спектра прибѣгаютъ къ чечевицамъ.

§ 162. **Чистый спектръ.**—Параллельные пучки солнечныхъ лучей, отраженныхъ зеркаломъ геліостата [1]), падаютъ на собирающую чечевицу L_1 (черт. 105), въ главной фокусной плоскости которой



Черт. 105.

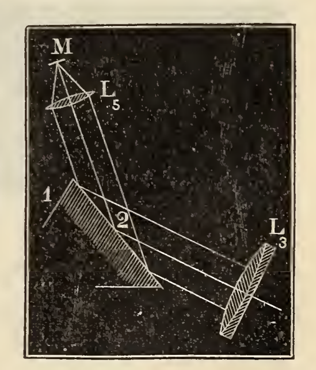
помѣщена узкая щель F (перпендикулярная къ чертежу); эту щель можно суживать и расширять. Сосредоточенные на щели лучи выходятъ изъ нея расходящимися пучками на ахроматическую (§ 171) чечевицу L_2, которая также имѣетъ на щели свою главную фокусную плоскость, и далѣе идутъ параллельными пучками въ призму P. Здѣсь бѣлые лучи распадаются на цвѣтные, и изъ призмы выходитъ рядъ параллельныхъ пучковъ подъ разными углами (пучокъ красный, пучокъ желтый и т. д.). Каждый изъ этихъ пучковъ даетъ соотвѣтственно окрашенное изображеніе щели F въ извѣстномъ мѣстѣ главной фокусной плоскости f чечевицы L_3 (именно въ томъ мѣстѣ, которое опредѣляется побочной осью чечевицы для даннаго пучка, т.-е. прямой, идущей параллельно пучку чрезъ оптическій

[1]) Зеркало, движущееся посредствомъ часового механизма такимъ образомъ что отражаетъ лучи солнца по *неизмѣнному* направленію, несмотря на движеніе солнца по небесному своду.

центръ чечевицы; двѣ такія побочныя оси *Bb, Hh* представлены пунктиромъ).

Такимъ образомъ въ фокусной плоскости *f* получается отчетливое изображеніе спектра *BH*. Если хотимъ наблюдать его „объективно", то въ *f* помѣщается бѣлый матовый экранъ: ложащееся на него изображеніе, благодаря диффузному свѣту, видно многимъ. Если хотимъ наблюдать спектръ „субъективно", то помѣщаемъ глазъ на продолженіи лучей, идущихъ къ *BH*,—на такомъ разстояніи, чтобы глазъ могъ отчетливо видѣть рисующійся въ воздухѣ спектръ [1]).

§ **163. Спектроскопъ.**—Въ этомъ послѣднемъ случаѣ лучше разсматривать спектръ чрезъ окуляръ L_4, и тогда стекла L_3 и L_4 составятъ *зрительную трубу*. Въ плоскости *f* этой трубы полезно имѣть *микрометръ* (паутинную нить, которую направляютъ параллельно щели и которая можетъ передвигаться винтомъ на извѣстныя мелкія разстоянія) и какую-нибудь *скалу*,—для того чтобъ отмѣчать расположеніе полосъ и линій спектра. Такую скалу можно получить, помѣстивъ сбоку, въ верхней правой части черт. 105, маленькую фотографическую копію *M* раздѣленнаго масштаба (прозрачную и сзади освѣщенную) въ главной фокусной плоскости новой чечевицы L_5 (черт. 106). Лучи отъ всякаго пункта этого масштаба, сдѣлавшись параллельными по выходѣ изъ стекла L_5, упадутъ на грань 2 призмы и оттуда отразятся— при надлежащей установкѣ *M* и L_5—въ объективъ L_3 трубы, гдѣ дадутъ изображеніе въ плоскости *f*.

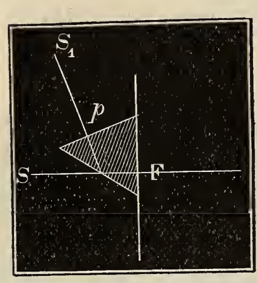


Черт. 106.

Для субъективнаго наблюденія спектра солнца и другихъ источниковъ, описанныя части (кромѣ стекла L_1, которое не всегда

[1]) Призма ставится обыкновенно въ положеніи *наименьшаго отклоненія* (§ 148), ибо оно, какъ показываетъ подробный разборъ вопроса, наиболѣе выгодно для ясности и правильности изображенія (особенно если падающіе на призму пучки лучей—не вполнѣ параллельные). Положеніе *minimum*'а не совсѣмъ одно и то же для различныхъ цвѣтовъ спектра; можно либо сохранять *minimum* для наиболѣе яркихъ (желтозеленыхъ) лучей, либо нѣсколько поворачивать призму, отыскивая *minimum* для той части спектра, которую разсматриваемъ.

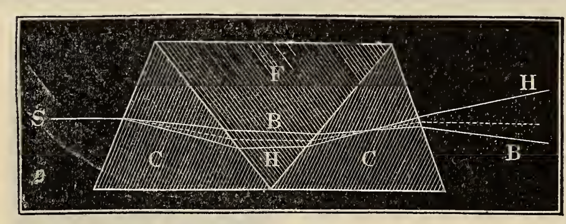
нужно) располагаютъ на одномъ снарядѣ: получаемъ обыкновенный *спектроскопъ*. Щель F и чечевица L_2 помѣщаются въ трубѣ, называемой *коллиматоромъ;* L_3 и L_4 представляютъ зрительную трубу, M и L_5 — особую боковую трубочку. На половину длины щель F прикрываютъ особой призмочкой p, которая позволяетъ, одновременно со спектромъ источника S, получать (благодаря полному внутреннему отраженію) въ трубѣ изображеніе спектра другого источника S_1 (черт. 107).



Черт. 107.

Спектръ будетъ чище и длиннѣе, если лучи проходятъ послѣдовательно *нѣсколько* призмъ, причемъ полное отклоненіе ихъ можетъ достигать 180° и болѣе [1]).

§ 164. **Призма прямого зрѣнія**, т.-е. не отклоняющая средняго направленія лучей, но дающая тѣмъ не менѣе спектръ, составляется изъ нѣсколькихъ призмъ различнаго стекла (*флинта* и *крона*). Такъ какъ тяжелое стекло (флинтъ), при равномъ отклоненіи средняго (желтаго или зеленаго) луча, даетъ большую дисперсію, чѣмъ кронъ, то, комбинируя призмы изъ флинта (F) и крона (C), обращенныя вершинами въ противоположныя стороны, можно достигнуть того, что получится спектръ, лежащій срединой своей по направленію первоначальнаго луча. (Черт. 108 представляетъ одну изъ такихъ комбинацій.) Спектроскопъ, снабженный подобною призмой, называется *спектроскопомъ прямого зрѣнія* (à vision directe).



Черт. 108.

§ 165. **Фраунгоферовы линіи**. — Въ спектрѣ *солнечнаго* свѣта, если онъ достаточно чистъ, замѣтно большое число черныхъ линій. Ихъ впервые обнаружилъ Вульстонъ: нѣкоторые изъ нихъ Фраун-

[1]) Система призмъ помѣщается въ положеніи наименьшаго отклоненія и снабжена особымъ приспособленіемъ, при помощи котораго всѣ призмы нѣсколько поворачиваются такъ, чтобы давать *minimum* для разсматриваемой части спектра.

гоферъ отмѣтилъ буквами: A, B, C (въ красномъ), D (желт.), E (зелен.), F (голуб.), G (син.), H (фіолет.). Эти перерывы или пробѣлы въ спектрѣ соотвѣтствуютъ тѣмъ цвѣтнымъ оттѣнкамъ, которыхъ не имѣется въ составѣ солнечнаго луча. Въ спектрѣ свѣчного или газоваго пламени и въ спектрѣ углей электрической лампы такихъ линій не оказывается. О происхожденіи этихъ черныхъ линій будемъ говорить въ слѣдующей главѣ.

Чѣмъ чище солнечный спектръ и чѣмъ больше увеличеніе зрительной трубы, посредствомъ которой мы его разсматриваемъ (§ 163), тѣмъ большее число черныхъ линій наблюдается. По мѣрѣ того какъ совершенствовались пріемы наблюденія, черная полоса, прежде считавшаяся за одну линію, оказывалась группой нѣсколькихъ, иногда весьма многихъ, отдѣльныхъ линій. На подробныхъ *картахъ солнечнаго спектра,* сдѣланныхъ въ послѣднее время (отъ руки, или лучше — путемъ фотографіи), насчитываются многія тысячи линій.

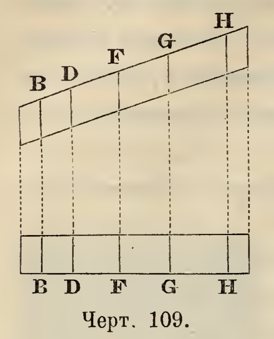
Обиліе и отчетливость линій, открываемыхъ даннымъ спектроскопомъ въ спектрѣ солнца, всего лучше свидѣтельствуетъ о достоинствѣ снаряда. Кромѣ хорошаго качества *призмъ* и *чечевицъ,* важную роль играютъ здѣсь свойства *щели:* она должна имѣть совершенно острые края, вполнѣ правильную форму и достаточно малую ширину (до 0,01 mm).

Относительное расположеніе черныхъ линій нѣсколько измѣняется, смотря по свойству употребленныхъ призмъ (по характеру сообщаемой ими дисперсіи). Но каждая линія соотвѣтствуетъ *вполнѣ опредѣленной длинѣ свѣтовой волны,* независимой отъ свойства призмъ.

Черныя линіи являются естественными и удобными мѣтками, когда требуется точно обозначить ту или другую часть области спектра.

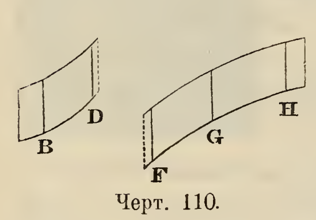
§ 166. Опытъ перекрестныхъ призмъ. — Пусть щель и призма вертикальны и, слѣд. дали бы горизонтальный спектръ на экранѣ. Поставимъ за 1-й призмой вторую, горизонтальную; тогда различныя цвѣтныя полосы окажутся отклоненными въ вертикальномъ направленіи, красныя меньше, фіолетовыя больше, и мы получимъ косой спектръ; всякая цвѣтная полоса смѣстилась при этомъ, съ сохране-

ніемъ своего цвѣта, на разстояніе, соотвѣтственное ея показателю преломленія (черт. 109).



Черт. 109.

Мы предполагали, что обѣ призмы производятъ нормальную дисперсію [1]). Если 2-я сдѣлана изъ *аномально*-разсѣвающаго вещества, видъ смѣщеннаго спектра будетъ иной: нѣкоторыхъ цвѣтовъ въ немъ не будетъ (поглощены или отражены 2-й призмой), и по обѣ стороны перерыва спектръ имѣетъ противоположныя искривленія: показатель преломленія здѣсь измѣняется скачкомъ (§ 160). (Черт. 110 даетъ понятіе о результатѣ опыта въ случаѣ призмы изъ фуксина: линіи *B, D,...* соотвѣтствуютъ линіямъ Фраунгофера).



Черт. 110.

§ 167. Смѣшеніе цвѣтовъ.—Смѣшеніе всѣхъ спектральныхъ цвѣтовъ, заключающихся въ бѣломъ свѣтѣ, даетъ обратно бѣлый свѣтъ. Такую обратную концентрацію разсѣянныхъ призмой лучей (при опытѣ § 161) можно произвести чечевицею, всего лучше—цилиндрической [2]).

Удаляя изъ такой смѣси нѣкоторый цвѣтъ, получимъ въ остаткѣ смѣсь, которая будетъ подобна (*для глаза*) одному изъ спектральныхъ цвѣтовъ; вмѣстѣ съ отброшеннымъ этотъ цвѣтъ составляетъ бѣлый; такіе два цвѣта называются *взаимно дополнительными.*



Черт. 111.

Смѣшивая *попарно* чистые цвѣта спектра, мы только въ одномъ случаѣ получаемъ такой цвѣтъ, подобнаго которому въ спектрѣ нѣтъ: красный съ фіолетовымъ даютъ *пурпуровый.* Во всѣхъ прочихъ случаяхъ смѣсь двухъ цвѣтовъ даетъ либо бѣлый, либо одинъ изъ спектральныхъ цвѣтовъ. При этомъ можно руководствоваться схемой черт. 111, гдѣ кромѣ спектральныхъ оттѣнковъ вставленъ еще пурпуръ (сложный

[1]) Если онѣ изъ одинаковаго вещества, косой спектръ имѣетъ строго-прямолинейное направленіе, какъ и представлено на черт. 109.

[2]) Выпуклое цилиндрическое стекло собираетъ, на подобіе сферическаго, гомо-

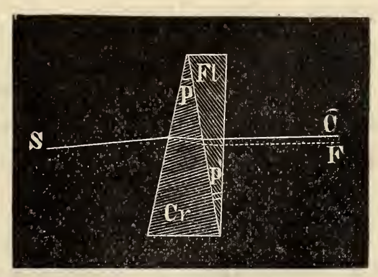
цвѣтъ = красн. + фіолет.). Всякіе два діаметрально-противоположные цвѣта даютъ *бѣлый* (суть взаимно-дополнительные); два не лежащіе на одномъ діаметрѣ даютъ *промежуточный* (надо искать его въ *меньшемъ* промежуткѣ).

Отсюда видно, что изъ *двухъ* спектральныхъ цвѣтовъ *нельзя* составить цвѣта, соотвѣтственные *всѣмъ* цвѣтамъ спектра; но изъ *трехъ* спектральныхъ цвѣтовъ *можно* (нужно только взять три цвѣта такъ, чтобы не было двухъ діаметрально-противоположныхъ и чтобъ они не лежали всѣ три внутри одного полукруга нашей схемы). Такъ, наприм., изъ смѣсей краснаго, зеленаго и фіолетоваго можно получать цвѣта, подобные всѣмъ спектральнымъ. Это *подобіе* существуетъ только для глаза, не вооруженнаго особымъ снарядомъ для анализа разнороднаго свѣта, наприм. призмой; самъ по себѣ глазъ, въ противоположность уху, не обладаетъ способностью такого анализа (§ 105). Изслѣдуя *призмой* лучъ *однородный* и сходный съ нимъ по цвѣту лучъ *смѣшанный,* мы обличимъ ихъ физическое различіе.— Къ цвѣтовымъ ощущеніямъ мы возвратимся въ статьѣ о зрѣніи (§ 212).

Ахроматизмъ.

§ 168. Ахроматическая призма.—Въ противоположность призмѣ прямого зрѣнія (§ 164), можно изъ разныхъ сортовъ стекла составить такую сложную призму, которая будетъ отклонять бѣлый лучъ, не производя замѣтнаго разложенія на цвѣта.

Пусть параллельный пучокъ, составленный изъ *двухъ* монохроматическихъ сортовъ свѣта (наприм. изъ краснаго и голубого, соотвѣтствующихъ сосѣдству линій C и F Фраунгофера), падаетъ на двѣ такія призмы, обращенныя вершинами въ противоположныя стороны и сложенныя (склеенныя) внутренними гранями (черт. 112).



Черт. 112.

Для простоты соображеній примемъ призмы весьма тонкими и уголъ паденія малымъ (§ 149). Пусть будутъ μ_C, μ'_C и μ_F, μ'_F по-

центрическіе лучи, падающіе въ плоскости, перпендикулярной къ оси цилиндра. При опытѣ оно ставится такъ, чтобъ эта ось была параллельна щели, дающей спектръ.

казатели преломленія той и другой призмы для данныхъ лучей. Отклоненіе краснаго будетъ (§ 149):

$$\delta_C = (\mu_C - 1)\ P - (\mu'_C - 1)\ P',$$

отклоненіе голубого:

$$\delta_F = (\mu_F - 1)\ P - (\mu'_F - 1)\ P'.$$

Оба пучка, красный и голубой, выйдутъ изъ составной призмы по одному и тому же направленію, если $\delta_C = \delta_F$, т.-е. если

$$\frac{P'}{P} = \frac{\mu_F - \mu_C}{\mu'_F - \mu'_C}.$$

При этомъ среднее отклоненіе (отклоненіе желтаго луча D) не будетъ $= 0$, если призмы не вполнѣ тождественны [1]): отклоненіе, производимое менѣе острою призмой изъ менѣе разсѣвающаго стекла (изъ крона), преобладаетъ.

§ **169**. Допустимъ, что для обоихъ сортовъ стекла законъ дисперсіи одинаковъ, такъ что обѣ призмы порознь даютъ спектры въ точности подобные одинъ другому [2]), а при равномъ протяженіи— вполнѣ тождественные. Тогда, отъискивая условія параллельнаго выхода для какой-нибудь другой пары лучей, наприм. для B и H, мы пришли бы къ прежней величинѣ отношенія P'/P. Двойная призма, при такомъ выборѣ P'/P, была бы вполнѣ *ахроматическою:* упавшій на нее бѣлый пучокъ вышелъ бы также бѣлымъ [3]), и будучи собранъ (глазомъ или трубою) въ одну точку, далъ бы бѣлое изображеніе.

Но сдѣланное нами допущеніе съ полной точностью не выполняется въ дѣйствительности (§ 159), и призма, соединяющая наприм., лучи C и F, не соединяетъ остальныхъ цвѣтовъ и даетъ

---

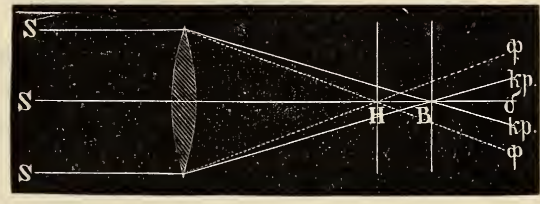
[1]) Оно было бы $= 0$ только при дополнительномъ условіи $(\mu_F - \mu_C)/(\mu_D - 1) = (\mu'_F - \mu'_C)/(\mu'_D - 1)$, которое не выполняется.—Съ другой стороны, дѣлая $P'/P = (\mu_D - 1)/(\mu'_D - 1)$, мы получили бы $\delta_D = 0$, но δ_C и δ_F были бы различны (призмы прямого зрѣнія, § 165).

[2]) Геометрически-подобные относительно размѣщенія Фраунгоферовыхъ линій.

[3]) Только въ случаѣ очень узкой щели можно замѣтить расщепленіе даже при полной тождественности призмъ (составляющихъ одинъ плоскопараллельный слой).

остаточный хроматизмъ (*вторичный спектръ*). Понятно, что съ помощью *трехъ* призмъ различнаго стекла можно въ точности соединить *три* сорта лучей и т. д. На практикѣ довольствуются двойною призмой, ахроматизованной для лучей C и F, ограничивающихъ наиболѣе яркую часть спектра [1]).

§ 170. **Хроматическая аберрація чечевицъ.**—Вслѣдствіе дисперсіи, гомоцентрическій пучокъ бѣлыхъ лучей, по преломленіи чрезъ сферическую поверхность или черезъ чечевицу, не соберется въ одну точку, а образуетъ цѣлую линію: сопряженный фокусъ для фіолетовыхъ лучей ляжетъ ближе къ источнику свѣта, для красныхъ дальше. Черт. 113 представляетъ главные фокусы собирающаго стекла: H—для фіолетовыхъ лучей (намѣченныхъ пунктиромъ) и B—для красныхъ; въ промежуткѣ лежатъ фокусы остальныхъ цвѣтовъ. Понятно, что бѣлаго изображенія



Черт. 113.

точки S мы не получимъ, гдѣ бы ни помѣстили экранъ: всегда получится бѣловатый кружокъ [2]) съ цвѣтною каймой — красною, если экранъ вблизи H, фіолетовою — если вблизи B. Такое несовпаденіе цвѣтныхъ фокусовъ бѣлой точки вообще вредитъ ясности изображеній, доставляемыхъ чечевицами; оно называется *хроматическою аберраціей.*

§ 171. **Ахроматическая чечевица.**—Помощью двухъ сближенныхъ чечевицъ изъ разнаго матеріала можно ослабить хроматическую аберрацію, подобно тому, какъ это сдѣлано для призмъ (§ 168).

---

[1]) Въ послѣднее время стали приготовлять сорта крона и флинта, довольно близко удовлетворяющіе требованію соотвѣтствія дисперсій. Двойная призма изъ такихъ сортовъ въ точности соединяетъ *три* цвѣта и не даетъ *вторичнаго* спектра (остается едва замѣтный *третичный*).

[2]) Внутри кружка во всякую точку попадаютъ многіе цвѣта, хотя не всѣ и не въ нормальной пропорціи (необходимой для совершенно бѣлаго свѣта). Такъ, наприм., когда экранъ помѣщается въ H, въ центрѣ кружка преобладаетъ фіолетовый, тогда какъ внѣ центра онъ отсутствуетъ. (При этихъ соображеніяхъ мы, для простоты, считаемъ источникъ свѣта точкой и забываемъ о сферической аберраціи стекла.)

Пусть требуется совмѣстить главные фокусы красныхъ лучей (C) и голубыхъ (F). Считая обѣ чечевицы безконечно - тонкими и безконечно - близкими, имѣемъ для фокуснаго разстоянія f системы (§ 158).

$$\frac{1}{f(F)}=\frac{1}{f_1(F)}+\frac{1}{f_2(F)} \text{ и } \frac{1}{f(C)}=\frac{1}{f_1(C)}+\frac{1}{f_2(C)}.$$

При этомъ (§ 153)

$$\frac{1}{f_1(F)}=(\mu_F-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),\quad \frac{1}{f_2(F)}=(\mu'_F-1)\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right),$$

$$\frac{1}{f_1(C)}=(\mu_C-1)\left(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}\right),\quad \frac{1}{f_2(C)}=(\mu'_C-1)\left(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}\right),$$

если R_1, R_2—радіусы поверхностей первой чечевицы, R_3, R_4 — второй (они считаются >0 для поверхностей выпуклыхъ).

Условіе совмѣщенія двухъ фокусовъ будетъ

$$\frac{1}{f(F)}=\frac{1}{f(C)},$$

что приводитъ къ соотношенію

$$-\frac{\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}}=\frac{\mu_F-\mu_C}{\mu'_F-\mu'_C}. \qquad (1)$$

Такъ какъ правая часть уравненія >0, то

$$\text{при } \frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}>0 \text{ необходимо } \frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4}<0,$$

или наоборотъ, т.-е. (§ 157) одно изъ стеколъ должно быть собирающимъ, другое—разсѣвающимъ. Если собирающая чечевица изъ крона, то составная чечевица будетъ имѣть характеръ собирающей (черт. 114).

Черт. 114.

Обыкновенно внутреннимъ поверхностямъ даютъ соотвѣтственную кривизну ($R_3=-R_2$), такъ что двѣ чечевицы могутъ быть сложены вплотную (черт. 114) и (для уменьшенія потери свѣта чрезъ отраженія)

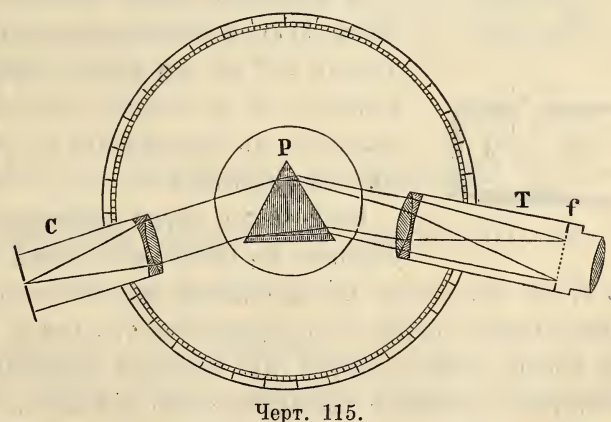
склеены прозрачнымъ клеемъ. Условіе (1) позволяетъ найти R_4, если R_1 и R_2 даны.

По § 168 правую часть уравненія (1) можно замѣнить отношеніемъ P'/P угловъ ахроматической призмы, составленной изъ тѣхъ же сортовъ крона и флинта. Зная это отношеніе, можемъ воспользоваться имъ для разсчета ахроматическихъ чечевицъ.

Такъ ахроматизуются *объективы* оптическихъ инструментовъ. Ахроматизмъ *окуляровъ* достигается обыкновенно другимъ путемъ (при помощи двухъ чечевицъ одинаковаго матеріала, лежащихъ на опредѣленномъ разстояніи, § 202).

Измѣреніе показателей преломленія.

§ 172. Спектрометръ. Метода наименьшаго отклоненія.—Испытуемое вещество, въ формѣ призмы, изслѣдуется на *спектрометрѣ*. Это снарядъ, подобный спектроскопу (§§ 162, 163), съ той особенностью, что части его (коллиматоръ *C*, призма *P* и зрительная труба *T*) помѣщены на раздѣленномъ угломѣрномъ кругѣ (черт. 115); труба и призма могутъ, каждая отдѣльно, вращаться около оси круга и закрѣпляться въ любомъ положеніи, которое отсчитывается посредствомъ ноніусовъ или микроскоповъ.



Черт. 115.

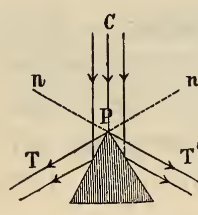
Обыкновенно пользуются методой наименьшаго отклоненія (§ 148). Установивъ призму и трубу такъ, чтобы для данной Фраунгоферовой линіи (или вообще для данной полоски) спектра отклоненіе было приблизительно наименьшее и чтобы паутинная нить трубы (§ 163) [1]) совпала съ этой линіей, от-

[1]) Обыкновенно бываетъ двѣ нити подъ прямымъ угломъ (крестъ нитей); діафрагму, на которой онѣ натянуты, можно поворачивать.

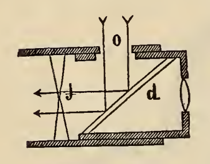
считываютъ на кругѣ положеніе трубы. Затѣмъ отнимаютъ призму и перемѣщаютъ трубу такъ, чтобы она направилась по продолженію коллиматора и паутинная нить покрыла изображеніе щели; снова отсчитываютъ положеніе трубы. Уголъ, пройденный трубою, и будетъ δ_m. Если преломляющій уголъ P призмы извѣстенъ, то μ найдемъ по формулѣ (148):

$$\mu = \frac{\sin \frac{1}{2} (\delta_m + P)}{\sin \frac{1}{2} P}.$$

§ 173. Измѣреніе преломляющаго угла.—Для измѣренія P пользуются гранями призмы, какъ плоскими зеркалами. Укажемъ два способа.



Черт. 116.



Черт. 117.

1) Призму поворачиваютъ въ положеніе, симметричное относительно коллиматора (черт. 116), а трубу—послѣдовательно въ положенія T и T', такъ чтобы на нити получалось изображеніе щели, отраженною то одною, то другою гранью. Уголъ TPT', пройденный трубою, дастъ $2P$.

2) Окуляръ трубы имѣетъ сбоку отверстіе o (черт. 117) и плоскопараллельное стекло p подъ угломъ 45^0 къ оси трубы. (Это—*окуляръ Гаусса*). Сквозь o на p падаютъ лучи свѣта, часть ихъ отражается въ направленіи къ кресту нитей f и далѣе къ объективу.

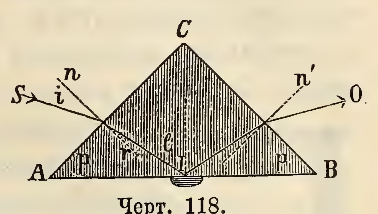
Если такую трубу направимъ почти перпендикулярно къ одной изъ граней угла P, то увидимъ въ трубу *два* креста нитей (черные на свѣтломъ фонѣ): одинъ—дѣйствительный, другой—его отраженное отъ грани изображеніе. Когда оба креста совпали, труба въ точности перпендикулярна къ грани. Отсчитавъ положеніе трубы, наведемъ ее такимъ же образомъ на другую грань. Уголъ, пройденный трубою, будетъ $180^0—P$ [1])

---

[1]) Измѣреніямъ δ_m и P должна предшествовать правильная *установка* спектрометра. А именно: 1) Щель должна быть въ точности въ главномъ фокусѣ линзы коллиматора, и труба установлена „на безконечность" или на „параллельные лучи" (т.-е. такъ, чтобы можно было отчетливо и безъ параллакса видѣть одновременно крестъ нитей и весьма отдаленный предметъ, наприм., звѣзду). 2) Ось коллиматора (прямая, идущая отъ средины щели къ оптическому центру

§ **174. Метода полнаго отраженія.**—Иногда опредѣляютъ μ по величинѣ предѣльнаго угла (§ 136). Здѣсь не нужно призмы изъ испытуемаго вещества и достаточно небольшого количества послѣдняго; вещество притомъ можетъ быть и непрозрачно.

Пусть, наприм., на грань AB стеклянной призмы (черт. 118) наложено при I небольшое количество менѣе преломляющаго вещества 2; стекло призмы обозначимъ черезъ 1, воздухъ черезъ 0. Пустимъ на AC параллельный пучокъ лучей такъ, чтобы онъ встрѣтилъ AB подъ предѣльнымъ угломъ l_{10} ($\sin l_{10} = \mu_{10}$); посредствомъ выходящаго пучка мы увидимъ изъ O свѣтлый фонъ, съ болѣе темнымъ пятномъ у I (гдѣ еще нѣтъ полнаго отраженія). Чтобы это пятно исчезло, нужно постепенно увеличивать уголъ паденія i, такъ чтобы уголъ l при I увеличился и сталъ $= l_{12}$ ($\sin l_{12} = \mu_{12}$). Измѣривъ l_{12}, найдемъ μ_{12} [1]). Измѣреніе удобно произвести, пользуясь спектрометромъ. l_{12} нѣсколько измѣняется, смотря по цвѣтности лучей, и вполнѣ опредѣленная величина μ_{12} получится, если употребимъ монохроматическій свѣтъ.



Черт. 118.

На различныхъ видоизмѣненіяхъ того же способа основаны различные *тотальрефлектометры.*

E. Зрѣніе и оптическіе инструменты.

Объективные оптическіе инструменты

(пролагатели).

§ **175. Камеръ-обскура** въ простѣйшемъ видѣ состоитъ изъ чечевицы, дающей дѣйствительное (слѣд. обратное) и уменьшенное изобра-

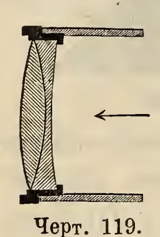
---

линзы) и линія зрѣнія трубы (прямая, идущая отъ пересѣченія нитей къ центру объектива) должны быть параллельны плоскости раздѣленнаго круга (перпендикулярны къ оси вращенія). 3) Щель и ребро P должны быть параллельны оси вращенія.

Если изслѣдуется жидкость или газъ въ стеклянномъ призматическомъ сосудѣ, то нужно убѣдиться, что стѣнки сосуда плоскопараллельны.

[1]) Предполагая, что $\angle C = 90^0$ и $\angle A = \angle B = p$, имѣемъ $l_{12} = p + r$, $\sin r = \sin i/\mu_{01}$. Углы p и i, а также μ_{01}, можно измѣрить по указаніямъ §§ 172 и 173.

женіе предмета на экранѣ (матовомъ стеклѣ, фотографической пластинкѣ); въ особенности употребляется для фотографіи. Принципъ понятенъ изъ § 156; снарядъ дѣйствуетъ подобно темной комнатѣ, описанной въ § 108, съ тѣмъ преимуществомъ, что пользуется болѣе широкими пучками лучей, сходящимися, благодаря свойству стекла, въ отчетливыя изображенія точекъ предмета. Экранъ можетъ помѣщаться ближе или дальше отъ стекла.



Черт. 119.

Черт. 120.

Чечевица («объективъ») обыкновенно употребляется ахроматическая (§ 171)[1]), наприм., въ формѣ черт. 119 (вогнутая сторона обращена къ предмету). Различные недостатки изображенія: астигматизмъ лучей (§ 133, прим.), искаженіе формы у краевъ рисунка, выпуклость изображенія, не соотвѣтствующая плоскому экрану, неравномѣрность освѣщенія,—лучше устраняются посредствомъ комбинаціи двухъ такихъ чечевицъ (дублетъ), черт. 120, при чемъ кривизны поверхностей разсчитаны въ этихъ видахъ. Смотря по назначенію объектива (портретъ, пейзажъ и пр.), тѣ или другія качества особенно принимаются въ разсчетъ при конструкціи.

§ 176. **Проекціонный снарядъ**—для проложенія небольшихъ прозрачныхъ рисунковъ (или аппаратовъ) въ увеличенномъ видѣ въ аудиторіи—состоитъ изъ подобнаго же объектива. Разница въ томъ, что пролагаемый предметъ (буде возможно, въ обратномъ видѣ) помѣщается ближе къ стеклу, на такомъ разстояніи d, что $2f > d > f$ и, въ виду потери освѣщенія съ увеличеніемъ, долженъ быть искусственно освѣщенъ (прямымъ солнечнымъ свѣтомъ или вольтовой дугой). Освѣщающій снарядъ («конденсоръ») есть особая большая чечевица съ короткимъ фокуснымъ разстояніемъ, которая концентрируетъ параллельные лучи на предметъ, стоящій вблизи ея фокуса.

§ 177. **Объективный (солнечный) микроскопъ**.—Если пролагается предметъ микроскопическій, то берется сложный объективъ большой

---

[1]) Для фотографіи на обыкновенныхъ (не ортохромныхъ) пластинкахъ важенъ ахроматизмъ для верхнихъ частей спектра, сильнѣе дѣйствующихъ.

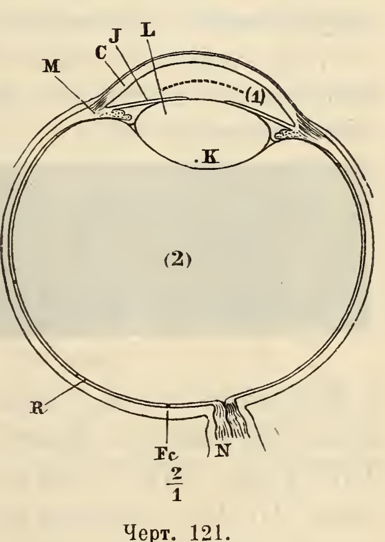
оптической силы (§ 200), и конденсоръ собираетъ лучи въ небольшое пространство, занимаемое предметомъ, для возможно сильнаго освѣщенія [1]).

Увеличеніе всѣхъ этихъ снарядовъ оцѣнивается по правилу § 156.

Зрѣніе.

§ **178. Устройство глаза.**—Глазъ, какъ оптическій снарядъ, уподобляется такой камеръ-обскурѣ, у которой пространство между чечевицей и экраномъ было бы залито водой, а къ чечевицѣ стеклянной приставлена спереди другая чечевица, водяная, выпуклая наружу.

Черт. 121 представляетъ разрѣзъ глаза: (1)—передняя камера, ограниченная снаружи прозрачною *роговой оболочкой* (*C*), а изнутри—*радужной перепонкой* (*J*), имѣющей круглое отверстіе—*зрачокъ*; (2)—задняя камера. Обѣ камеры наполнены прозрачными средами, оптически подобными водѣ (показатель преломленія = около 1,34). Эти среды раздѣлены прозрачнымъ *хрусталикомъ* (*L*), имѣющимъ видъ двояко-выпуклой чечевицы, съ показателемъ преломленія, напоминающимъ легкій кронъ (1,45). «Экраномъ» для изображеній служитъ чувствительная



Черт. 121.

къ свѣту оболочка—*сѣтчатка* (*ретина*), выстилающая заднія стѣнки второй камеры (*R*); эта оболочка представляетъ собою распространеніе *зрительнаго нерва* (*N*). У входа нерва сѣтчатка имѣетъ *слѣпое пятно* (§ 208); сбоку (къ виску) лежитъ *желтое пятно*, съ углубленіемъ въ серединѣ (*центральной ямкой Fc*, § 187).

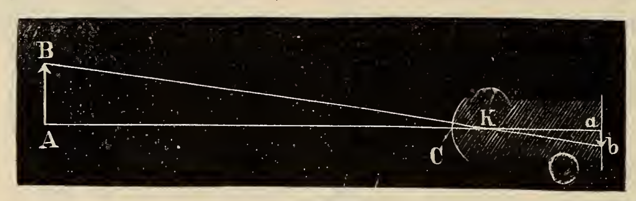
Посредствомъ мышцъ, прикрѣпленныхъ къ глазу, мы можемъ поворачивать его различнымъ образомъ.

---

[1]) Въ предупрежденіе сильнаго нагрѣванія, на пути лучей помѣщаютъ плоско-параллельный сосудъ съ водой (она поглощаетъ темные лучи тепла).

§ 179. Приведенный глазъ.—Лучи, на пути къ глазу, проходятъ черезъ систему трехъ средъ (1, L, 2), ограниченныхъ тремя поверхностями, приблизительно сферическими и центрированными [1]). Зрачокъ допускаетъ только лучи, близкіе къ оси системы. Анализъ такого случая приводитъ къ тому заключенію, что вся система дѣйствуетъ такъ же, какъ дѣйствовала *одна* среда съ *одною* сферической границей: случай, разсмотрѣнный въ §§ 150 — 152. Мысленно замѣняя глазъ такою одной средой, получаемъ *приведенный глазъ*. Два фокусныя разстоянія такой упрощенной системы можно принять — переднее равнымъ 15 mm., заднее = 20 mm. (считая ихъ, какъ въ § 151, черт. 91, отъ вершины C); тогда радіусъ сферы будетъ = 20 — 15 = 5 mm., а показатель преломленія = 20/15 = 1,33 [2]). Центръ сферы назовемъ *узломъ* (узловой точкой); всякій лучъ, направленный къ узлу, сохраняетъ прямолинейное направленіе. На черт. 121 эта воображаемая поверхность приведеннаго глаза обозначена пунктиромъ; узелъ лежитъ въ K [3]).

§ 180. Изображеніе въ глазу.— Черт. 122 представляетъ приведенный глазъ, линейный предметъ AB и изображеніе его ab, которое строится по § 152; K — узелъ. Размѣръ изображенія на экранѣ (сѣтчаткѣ) опредѣляется лучами AKa, BKb; уголъ $AKB = aKb$ есть *уголъ зрѣнія*, подъ которымъ видна линія AB. Если предметъ тѣлесный, то тѣлесный уголъ, обнимаемый лучами, проходящими чрезъ K къ контуру изображенія, будетъ уголъ зрѣнія предмета.



Черт. 122.

Чѣмъ больше уголъ зрѣнія, тѣмъ *ceteris paribus* удобнѣе различить подробности изображенія, предполагая, что оно отчетливо.

---

[1]) Роговая оболочка, какъ въ § 153, прим., не вліяетъ на направленіе лучей, и о ней можно забыть.

[2]) Понятно, что эти числа нѣсколько различны для различныхъ глазъ, и можно говорить только о среднихъ цифрахъ.

[3]) Строго говоря, среды глаза не вполнѣ симметричны, поверхности ихъ не вполнѣ центрированы и не строго-сферическія (отсюда *астигматизмъ* зрѣнія). Глазъ имѣетъ и хроматическую аберрацію (§ 170), но она слаба.

Изображенiе на сѣтчаткѣ будетъ отчетливымъ (т.-е. каждая точка предмета изобразится точкой), если положенiе сѣтчатки соотвѣтствуетъ сопряженной фокусной плоскости предмета AB (что и предположено на чертежѣ). Если предметъ придвинемъ ближе къ глазу, лучи, идущiе изъ A, *еще не* сойдутся у a; если предметъ отдалимъ, лучи сойдутся *ранѣе,* чѣмъ дойдутъ до сѣтчатки. Въ томъ и другомъ случаѣ точка A изобразится на сѣтчаткѣ не точкою, а свѣтлымъ *пятномъ*; ощущаемое изображенiе будетъ *неотчетливое* (размытое).

§ 181. Приспособленiе.—Но въ дѣйствительности глазъ можетъ ясно видѣть предметы, лежащiе отъ него на весьма различныхъ разстоянiяхъ. Это достигается особымъ,—безсознательно нами совершаемымъ,— измѣненiемъ глаза: такъ называемымъ *приспособленiемъ* (*аккомодацiей*).

Главный актъ приспособленiя состоитъ въ томъ, что мы напрягаемъ кольцеобразную мышцу (M, черт. 121), которая обнимаетъ оправу или рамку хрусталика. При этомъ уменьшается то натяженiе (отъ середины къ краямъ), какому подвергался хрусталикъ; послѣднiй (мягкiй и упругiй) принимаетъ болѣе выпуклую форму и дѣйствуетъ, какъ болѣе сильная линза. Когда мышца отдыхаетъ (не напряжена), возстановляется болѣе плоская форма хрусталика, и оптическая сила его уменьшается.

Такимъ образомъ въ «состоянiи отдыха» (безъ усилiя аккомодацiи) глазъ видитъ ясно отдаленные предметы, а употребляя большее или меньшее мышечное усилiе—приспособляется къ близкимъ предметамъ.

§ 182. Сила приспособленiя. — Наиболѣе отдаленная точка (на оптической оси глаза, или точнѣе—на линiи зрѣнiя», § 187), которую глазъ видитъ ясно (въ состоянiи отдыха), называется *дальней точкой* (punctum remotum). Наиболѣе близкая точка, какую глазъ (при наибольшей для него возможной степени приспособленiя) можетъ видѣть ясно, называется *ближней точкой* (punctum proximum).

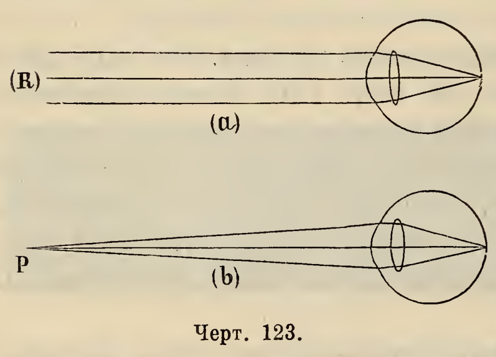
Если бы глазъ *не* измѣнялся, а оставался всегда въ состоянiи отдыха (т. - е. въ томъ видѣ, какъ онъ бываетъ, когда смотритъ на punctum remotum),—то ясное созерцанiе ближней точки получилось бы отъ приставки къ глазу нѣкоторой (собирающей) чечевицы. Опти-

ческая сила такой воображаемой чечевицы будетъ мѣрою *силы приспособленія* (*приспособляемости*) даннаго глаза, каковая слѣд. можетъ быть выражена въ діоптріяхъ (§§ 129, 154).

Назовемъ r разстояніе дальней точки R, p — разстояніе ближней точки P (считая отъ узла). Упомянутая чечевица должна быть такова, чтобы сходимость лучей, идущихъ изъ P, сдѣлалась такою, какую имѣютъ лучи, идущіе изъ R., т.-е. чечевица должна давать въ R изображеніе (мнимое) точки P. Оптическая сила A такой чечевицы будетъ, по § 154 (1′):

$$A = \frac{1}{p} - \frac{1}{r}.$$

Это и есть сила приспособленія глаза [1]).



Черт. 123.

§ 183. Классификація глазъ. — Нормальнымъ положеніемъ дальней точки считается безконечно-удаленное ($r = \infty$). Глазъ называется 1) *эмметропнымъ* (соразмѣрнымъ), если удовлетворяетъ этому условію (черт. 123) [2]). Такой глазъ *можетъ*, и притомъ *безъ* усилія аккомодаціи, видѣть звѣзды и т. п. Смотря по силѣ приспособленія, ближняя точка такого глаза будетъ лежать ближе или дальше; такъ при $A = 10$ (діоптрій), $p = 10$ cm.; при $A = 5^d$, $p = 20$ cm.

Глаза, уклоняющіеся отъ этого типа, называются *аметропными*. Уклоненія могутъ быть двоякаго рода:

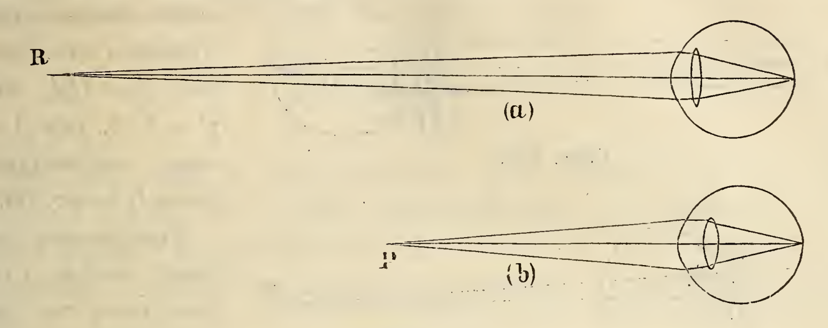
2) Глазъ *брахиметропный* (близорукій): r конечное положительное ($0 < r < \infty$), при чемъ ближняя точка ближе, чѣмъ у эмметропнаго глаза при той же силѣ приспособленія. Глазъ не можетъ ясно видѣть отдаленныхъ предметовъ; зато можетъ разсматривать мелкіе предметы, помѣщая ихъ на близкомъ разстояніи, наприм., читать мел-

---

[1]) Условія аккомодаціи, вытекающія изъ свойствъ *одного* глаза, нѣсколько измѣняются для зрѣнія *двумя* глазами.

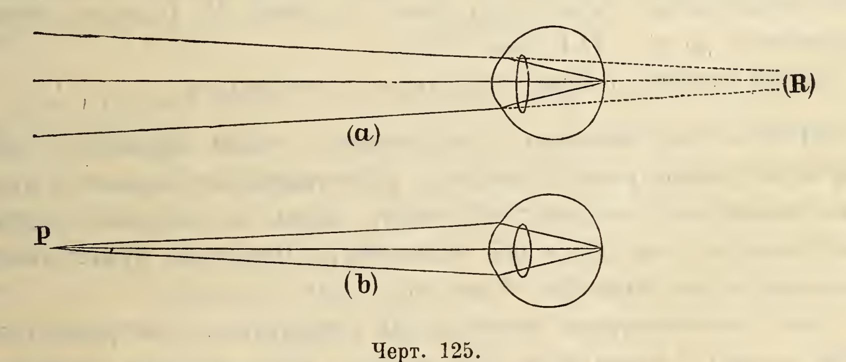
[2]) На черт. 123, 124 и 125 *a* изображаетъ глазъ въ состояніи отдыха, *b*—при наибольшей аккомодаціи.

кую печать (§ 180). Такъ бываетъ, когда глазъ слишкомъ длиненъ въ осевомъ направленіи (черт. 124).



Черт. 124.

3) Глазъ *гиперметропный* (чрезмѣрный): r конечное отрицательное ($0 > r > -\infty$), т.-е. точка R мнимая (лежитъ позади глаза). Глазъ въ состояніи отдыха сводитъ на сѣтчаткѣ лучи уже *сходившіеся;* для разсматриванія дѣйствительныхъ предметовъ (даже безконечно-далекихъ) онъ долженъ дѣлать усиліе. Такъ бываетъ, когда глазъ слишкомъ коротокъ по оси (черт. 125).

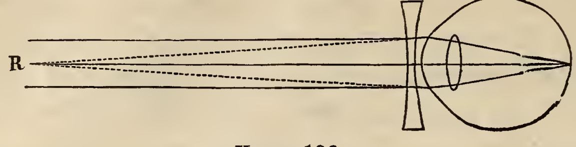


Черт. 125.

Съ годами приспособляемость уменьшается (иногда до нуля), т.-е. ближняя точка отдаляется, и тогда глазъ становится старчески-*дальнозоркимъ* (*пресбіопнымъ*). Кромѣ того, измѣняется съ возрастомъ и дальняя точка: близорукій глазъ становится эмметропнымъ, эмметропный—гиперметропнымъ.

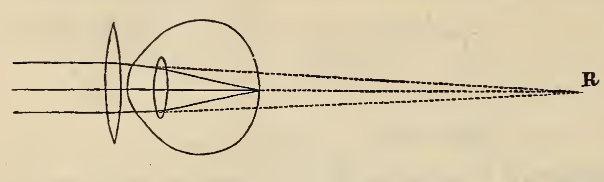
§ **184. Очки.**—Близорукій глазъ можно сдѣлать какъ бы эмметропнымъ, приставивъ къ нему *разсѣвающую* чечевицу, коей оптическая сила $= -1/r$. Назначеніе чечевицы будетъ въ томъ, чтобы

лучи параллельные сдѣлать расходящимися изъ точки R. Ближняя точка глаза при этомъ отодвигается до P', и разстояніе ея p' (въ частяхъ метра) опредѣляется изъ условія $A = 1/p'$, или $p' = 1/A$, гдѣ A — сила аккомодаціи глаза[1]) (черт. 126).



Черт. 126.

Гиперметропный глазъ можно сдѣлать какъ бы эмметропнымъ, приставляя *собирающую* чечевицу силы $= -1/r$ (на этотъ разъ эта величина > 0): чечевица будетъ дѣлать параллельные лучи сходящимися къ точкѣ R. Ближняя точка придвинется до $p' = 1/A$ (черт. 127).



Черт. 127.

Таково значеніе *очковъ*—вогнутыхъ и выпуклыхъ.

§ **185.** — Очки *выпуклыя* употребляются также временно — для старчески-дальнозоркихъ глазъ, при разсматриваніи близкихъ и мелкихъ предметовъ, которые безъ очковъ видны не подробно (вслѣдствіе малости угла зрѣнія при большомъ p). При этомъ нужно, чтобъ очки придвигали ближнюю точку до $p' = 25 - 30$ cm.

Очки слабо-*вогнутыя* полезны для близорукихъ при разсматриваніи мелкихъ предметовъ (при чтеніи), чтобъ избѣгать слишкомъ большихъ усилій по аккомодаціи и по сведенію глазныхъ осей (§ **218**).

§ **186.** **Освѣщеніе** (или объективная яркость) изображенія въ глазу измѣряется напряженностью свѣтовыхъ волнъ на сѣтчаткѣ (§ **44**), другими словами—тѣмъ количествомъ свѣта, которое приходится на единицу площади изображенія (§ 109). Пусть будетъ Ω—поверхность предмета[2]), Δ_0 — разстояніе его отъ зрачка (или, что почти то же,

---

[1]) Сильная близорукость указываетъ на болѣзненное состояніе глаза и требуетъ особыхъ мѣръ.

[2]) Если поверхность предмета видна подъ значительнымъ угломъ зрѣнія, и состоитъ изъ элементовъ, неодинаково удаленныхъ отъ глаза или неодинаково яркихъ, то подъ Ω разумѣемъ одинъ элементъ.

отъ узла глаза), σ — площадь зрачка. Количество свѣта, входящее въ глазъ, будетъ $E.\sigma/\Delta_0^2$; если s_0 — площадь, занимаемая на сѣтчаткѣ изображеніемъ, то освѣщеніе изображенія будетъ

$$i_0 = \frac{E.\sigma}{\Delta_0{}^2.s_0}\ .$$

Если разстояніе Δ_0 измѣняется (но глазъ остается на оси того же пучка лучей), то s_0 будетъ пропорціональна углу зрѣнія, а уголъ зрѣнія обратно пропорціоналенъ $\Delta_0{}^2$; такъ что $\Delta_0{}^2 s_0$ остается постояннымъ. Поэтому освѣщеніе i не зависитъ отъ разстоянія предмета [1]).

Но если предметъ на всѣхъ разстояніяхъ рисуется въ глазу точкой (s_0 ничтожно-мало и остается почти одинаковымъ), какъ, напр., бываетъ въ случаѣ звѣзды или ея оптическаго изображенія, — то яркость изображенія измѣряется полнымъ количествомъ свѣта $i_0 s_0 = E.\sigma/\Delta_0{}^2$, которое обратно пропорціально $\Delta_0{}^2$.

§ 187. **Прямое зрѣніе.**—Центральная ямка («мѣсто прямого зрѣнія») въ серединѣ желтаго пятна (§ 178) есть наиболѣе чувствительное мѣсто; ея уголъ зрѣнія $= 1^0$. Прямая, идущая черезъ узелъ къ центральной ямкѣ, есть *линія* (прямого) *зрѣнія*. Она не совсѣмъ совпадаетъ съ оптической осью глаза. Чтобы хорошо видѣть предметъ, мы смотримъ *прямымъ зрѣніемъ* («фиксируемъ» предметъ), т.-е. наводимъ на него линію зрѣнія, поворачивая глазъ.

Такимъ образомъ, хотя *поле зрѣнія* глаза (полный уголъ зрѣнія всего, что мы видимъ одновременно) весьма велико (120^0—160^0),— ясно видимъ мы (при надлежащей аккомодаціи) только то, что рисуется на центральной ямкѣ. Ясное зрѣніе (повидимому — сразу) *большого предмета* получается, благодаря большой подвижности глаза, который быстро фиксируетъ одну точку за другою.

---

[1]) Мы отвлекаемся здѣсь отъ вліянія поглощенія лучей (воздухомъ) и предполагаемъ, что зрачокъ не измѣнился.

Субъективные оптическіе снаряды.

(*Вооруженное зрѣніе*).

§ 188. **Общія замѣчанія.**—Инструменты этого рода приставляются къ глазу для болѣе подробнаго разсматриванія предметовъ отдаленныхъ или мелкихъ, которые—практически, или по физіологической причинѣ (вслѣдствіе предѣла аккомодаціи)—не могутъ быть приближены къ глазу настолько, чтобъ уголъ зрѣнія (§ 180) былъ достаточно великъ. Глазъ разсматриваетъ, вмѣсто предмета, его оптическое изображеніе, полученное при помощи стеколъ или зеркалъ, на удобномъ разстояніи и подъ большимъ угломъ зрѣнія.

Только въ случаѣ *звѣздъ* инструментъ не увеличиваетъ угла зрѣнія, а даетъ большее *освѣщеніе* (§ 186); въ остальныхъ случаяхъ освѣщеніе въ глазу вооруженномъ вообще меньше, чѣмъ при зрѣніи предмета простымъ глазомъ. *Поле зрѣнія* (§ 187) черезъ снарядъ всегда несравненно меньше, чѣмъ для свободнаго глаза.

Подъ именемъ *увеличенія*, даваемаго снарядомъ этого рода, разумѣютъ отношеніе между размѣрами изображенія *въ глазу* при зрѣніи черезъ снарядъ и безъ снаряда, другими словами—отношеніе *угловъ зрѣнія* въ этихъ двухъ случаяхъ. Такое опредѣленіе совпадаетъ съ прежнимъ (§ 156) только тогда, если предметъ и то оптическое изображеніе, которое доставляется снарядомъ и замѣняетъ глазу предметъ, разсматриваются на одинаковомъ разстояніи (что, напр., возможно въ случаѣ микроскоповъ).

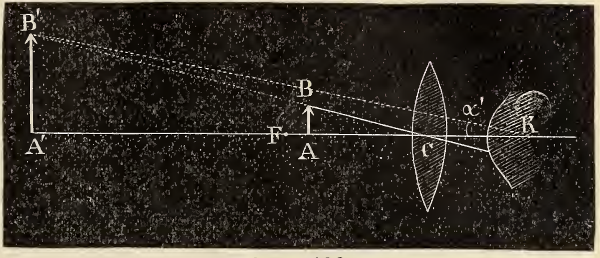
При устройствѣ инструмента заботятся о томъ, чтобъ изображеніе въ глазу было по возможности отчетливое (точка предмета должна изображаться точкой), геометрически вѣрное (не искаженное по формѣ) и ахроматическое (не искаженное по окраскѣ) [1]).

§ 189. **Лупа (простой микроскопъ).**—Чтобы разсмотрѣть подробно мелкій предметъ, надо его приблизить къ глазу; но предѣломъ

---

[1]) Мы даемъ только элементарную теорію инструментовъ; бо̀льшія подробности не соотвѣтствовали бы размѣру и цѣли книги. Замѣтимъ, что точная теорія вооруженнаго зрѣнія выходитъ за предѣлы „геометрической оптики", требуя соображеній изъ области интерференціи и диффракціи свѣта.

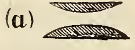
приближенія является ближняя точка P. Чтобы ясно видѣть на меньшемъ разстояніи (подъ бо́льшимъ угломъ зрѣнія), къ глазу приставляютъ собирающую чечевицу (черт. 128), которая отъ предмета AB дастъ мнимое увеличенное изображеніе на разстояніи, удобномъ для аккомодаціи ($=p$ или $>p$).



Черт. 128.

Предметъ долженъ помѣщаться между стекломъ и его переднимъ главнымъ фокусомъ F (въ самомъ фокусѣ, если глазъ—эмметропный въ состояніи отдыха). Такая чечевица называется *лупой*.

Лупа тѣмъ сильнѣе, чѣмъ короче ея фокусное разстояніе. Чтобы не слишкомъ уменьшать размѣръ стекла, полезно составлять лупу (§ 158) изъ двухъ, трехъ стеколъ (дублетъ, триплетъ). Это выгодно и въ томъ отношеніи, что позволяетъ ослабить сферическую и хроматическую аберрацію. (Че́рт. 129, *a*, *b*, *c*).

(a) 

(b)

(c) 

Черт. 129.

§ 190. Увеличеніе лупы.—Безъ лупы мы смотрѣли бы на линейный предметъ AB на разстояніи p, подъ угломъ зрѣнія $\alpha = AB/p$ (малый уголъ измѣряемъ его тангенсомъ). Уголъ зрѣнія чрезъ лупу будетъ $\alpha' = A'B'/p'$, если глазъ теперь аккомодированъ на разстояніе p'. Слѣд. (§ 188) увеличеніе на сѣтчаткѣ будетъ

$$g = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{p}{p'} = G . \frac{p}{p'},$$

гдѣ G—увеличеніе лупы объективное (въ смыслѣ § 156). При $p = p'$, $g = G$.

Мы знаемъ (§ 156), что

$$G = \frac{\mathrm{f} + (p' - \delta)}{\mathrm{f}},$$

гдѣ δ—разстояніе центра лупы отъ узла глаза [1]). Слѣд.

[1]) Разстоянію d' (§ 156) соотвѣтствуетъ $-(p' - \delta)$; знакъ $-$, ибо изображеніе мнимое.

$$g = \left(\frac{f + p' - \delta}{f}\right)\frac{p}{p'} = \frac{p}{f}\left(1 + \frac{f - \delta}{p'}\right). \qquad (1)$$

Такъ какъ $(f - \delta)/p'$ — малая дробь, то можно принять

$$g = \frac{p}{f}. \qquad (2)$$

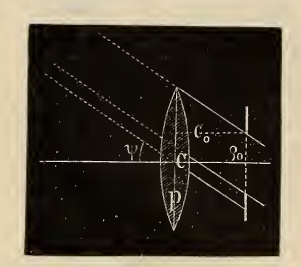
Та же формула (2) въ точности даетъ g для случая, когда глазъ, смотрящій въ лупу, есть эмметропный въ состояніи отдыха (*«нормальное»* увеличеніе).

Чтобъ имѣть мѣру увеличенія, независимую отъ индивидуальности глаза, условно принимаютъ $p = 0{,}25$ m [1]).

§ **191. Освѣщеніе поля зрѣнія лупы.**—Назовемъ P — радіусъ свободнаго отверстія лупы; ρ_0 — радіусъ значка; c_0 — разстояніе зрачка отъ лупы; i — освѣщеніе изображенія, даваемаго лупою въ глазу; 2ψ — уголъ зрѣнія, соотвѣтствующій *вполнѣ освѣщенной* части поля. Для простоты полагаемъ, что выходящіе изъ лупы пучки лучей—параллельные. Могутъ быть два случая:

a) $P > \rho_0$ (черт. 130). Наибольшая ширина пучка, входящаго въ глазъ, опредѣляется размѣромъ зрачка, слѣд. $i = i_0$ (освѣщенію для простого глаза). Такими полными пучками освѣщены точки, лежащія внутри двойного угла

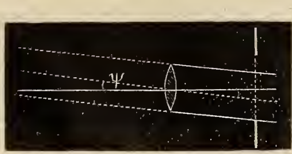
$$\psi = \frac{P - \rho_0}{c_0}.$$



Черт. 130.

b) $P < \rho_0$ (черт. 131). Наибольшая ширина пучка опредѣляется размѣромъ лупы, слѣд. $i/i_0 = P^2/\rho_0^2$ (освѣщеніе уменьшено лупой). Вполнѣ освѣщенному полю соотвѣтствуетъ

$$\psi = \frac{\rho_0 - P}{c_0}.$$



Черт. 131.

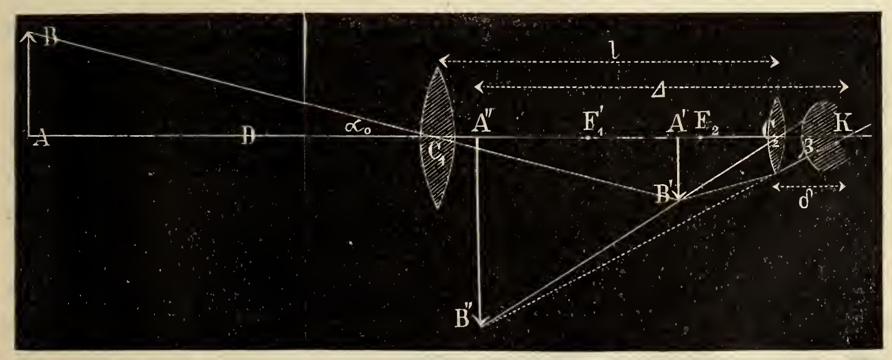
---

1) Такъ что по (2) $g = {}^1/_4$ числа діоптрій, выражающаго оптическую силу лупы § 154).

Въ обоихъ случаяхъ это внутреннее поле окружено кольцеобразною частью, въ которой освѣщеніе уменьшается отъ полнаго до нуля.

§ 192. Общая схема сложнаго діоптрическаго инструмента. — Вмѣсто того, чтобы пользоваться мнимымъ изображеніемъ, увеличеніе угла зрѣнія предмета можно получать съ помощью *дѣйствительныхъ* изображеній; такой способъ примѣнимъ и тогда, когда предметъ виденъ неподробно не по его малости, а по дальности разстоянія. Разсматривать это дѣйствительное изображеніе можно было бы *непосредственно*, помѣщая глазъ на дальнѣйшемъ пути сошедшихся лучей; но несравненно выгоднѣе разсматривать это изображенія *черезъ лупу*, или вообще черезъ новое стекло, которое бы давало его мнимое изображеніе.

Такъ образуется въ схематическомъ видѣ *сложный инструментъ*, состоящій изъ 1) *объектива* (стекла, обращеннаго къ предмету) и 2) *окуляра* (стекла, обращеннаго къ глазу). Смотря по назначенію и подробностямъ устройства, снарядъ будетъ либо *сложный микроскопъ* (для мелкихъ предметовъ), либо *зрительная труба* (*рефракторъ*) [1] — для предметовъ отдаленныхъ.



Черт. 132.

Эта схема представлена на черт. 132: AB — предметъ, C_1 — объективъ, $A'B'$ — данное имъ изображеніе, C_2 — окуляръ, $A''B''$ — второе изображеніе (отъ $A'B'$ чрезъ окуляръ), K — узелъ глаза. Вся система центрирована (всѣ главныя оси совпадаютъ).

[1]) Послѣднее названіе дается въ отличіе отъ *рефлекторовъ*, гдѣ объективомъ служитъ вогнутое зеркало (§ 206). Трубы и рефлекторы называются также *телескопами*.

Польза отъ такой сложной системы—не только въ томъ, что можно достигнуть *бóльшихъ увеличенiй* (окуляръ усиливаетъ въ этомъ смыслѣ дѣйствiе объектива), но и въ томъ, что при большомъ увеличенiи получается сравнительно большое *освѣщенiе* изображенiй въ глазу и достаточное *поле зрѣнiя*. Вообще объективъ имѣетъ цѣлью воспользоваться возможно широкими пучками лучей, идущихъ отъ точекъ предмета; окуляръ же суживаетъ (концентрируетъ) эти пучки, чтобы глазъ могъ утилизировать ихъ возможно полнѣе.

Для указаннаго назначенiя объективъ, въ случаѣ *трубы,* долженъ имѣть большой размѣръ. Въ случаѣ *микроскопа,* широкiе пучки лучей получаются вслѣдствiе близости предмета къ объективу, а условiе большого увеличенiя заставляетъ здѣсь брать объективъ большой силы, и слѣд. малаго размѣра.

Описанная схема, при небольшомъ измѣненiи въ расположенiи частей, можетъ служить и для проекцiй, подобно снарядамъ §§ 175—177.

Разсмотримъ общiя условiя схематическаго сложнаго снаряда [1]).

§ **193. I. Увеличенiе.** — Назовемъ D—разстоянiе предмета отъ (центра) объектива (AC_1), черт. 132); Δ—разстоянiе (окончательнаго) изображенiя отъ (узла) глаза ($A''K$); Δ_0 — разстоянiе предмета при разсматриванiи безъ инструмента. Въ случаѣ зрительной трубы D и Δ_0 даны (и обыкновенно могутъ считаться равными); въ случаѣ микроскопа D можно измѣнять. Величина Δ должна заключаться въ предѣлахъ аккомодацiи глаза; этого достигаютъ частiю — измѣняя D (когда это возможно), частiю—измѣняя разстоянiе между стеклами (вдвигая или выдвигая окулярную трубку).

Назовемъ β — уголъ зрѣнiя чрезъ снарядъ, α — уголъ зрѣнiя для простого глаза. Увеличенiе g (въ смыслѣ § 188) будетъ — β/α (знакъ—, такъ какъ изображенiе обратное), или

$$g = -\frac{A''B''}{\Delta} : \frac{AB}{\Delta_0} = -\frac{A'B'}{AB} \cdot \frac{A''B''}{A'B'} \cdot \frac{\Delta_0}{\Delta} = G_1 G_2 \cdot \frac{\Delta_0}{\Delta},$$

гдѣ G_1 и G_2 — увеличенiя двухъ чечевицъ (въ смыслѣ § 156). По § 156

---

[1]) При этомъ будемъ имѣть въ виду, какъ нормальный случай, что окуляръ — собирающiй. Разсѣвающiй окуляръ, въ настоящее время употребляемый только въ нѣкоторыхъ трубахъ, разсмотрѣнъ особо (§ 205).

$$G_1 = \frac{f_1}{f_1 - D}, \quad G_2 = \frac{f_2 + \Delta - \delta}{f_2},$$

гдѣ f_1 и f_2 — главныя фокусныя разстоянія объектива и окуляра, δ—растояніе послѣдняго отъ K. Слѣд.

$$g = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{f_2 + \Delta - \delta}{D - f_1} \cdot \frac{\Delta_0}{\Delta} = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{\Delta_0}{D - f_1}\left(1 + \frac{f_2 - \delta}{\Delta}\right). \qquad (1)$$

Если глазъ видитъ въ трубу *параллельными* лучами (эмметропный въ состояніи отдыха), то увеличеніе называется *нормальнымъ* (g_n). Въ этомъ случаѣ первое изображеніе ($A'B'$) приходится въ главной фокусной плоскости окуляра, $\Delta \infty$ и

$$g_n = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{\Delta_0}{D - f_1}. \qquad (2)$$

§ 194. Частные случаи. a) *Микроскопъ.* Въ этомъ случаѣ можно принять $\Delta_0 = p$ (разстоянію ближней точки). Въ уравненіи (2) можно исключить D, пользуясь формулой объектива:

$$\frac{1}{D} + \frac{1}{l - f_2} = \frac{1}{f_1},$$

(гдѣ l—длина C_1C_2 трубы). Тогда получимъ

$$g_n = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{l - f_2 - f_1}{f_1^2} \cdot p,$$

или

$$g_n = \frac{p}{\varphi}, \text{ гдѣ } \varphi = \frac{f_1 f_2}{f_1 + f_2 - l}.$$

Въ этомъ видѣ g_n представляется такъ же, какъ для лупы (§190), при чемъ роль фокуснаго разстоянія играетъ величина φ.

b) *Труба* (астрономическая, § 203). Здѣсь Δ_0 велико, и можно считать $\Delta_0 = D$ (пренебречь длиной трубы). Получаемъ изъ (1)

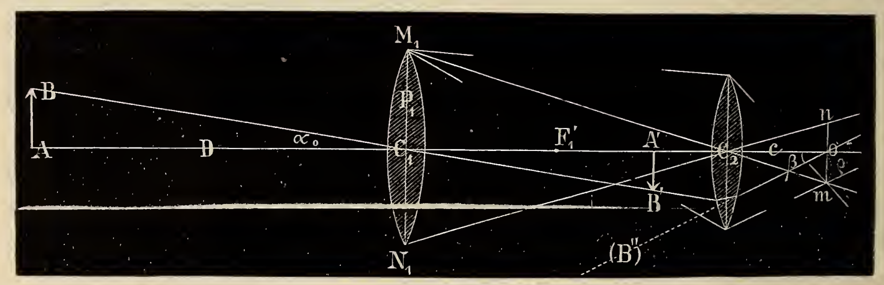
$$g = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{D}{D - f_1}\left(1 + \frac{f_2 - \delta}{\Delta}\right); \quad g_n = -\frac{f_1}{f_2} \cdot \frac{D}{D - f_1}.$$

Для весьма отдаленныхъ предметовъ можно принять $D = \infty$ (труба установлена «на безконечность»); тогда

$$g = -\frac{f_1}{f_2}\left(1 + \frac{f_2 - \delta}{\Delta}\right); \quad g_n = -\frac{f_1}{f_2}.$$

Замѣтимъ, что при наблюденіи *звѣздъ* изображеніе *не* увеличивается: звѣзда въ трубу, какъ и безъ трубы, рисуется въ глазу точкой (занимаетъ ничтожно-малую площадь, при чемъ можно принять $g = 1$). Въ этомъ случаѣ труба даетъ только выигрышъ въ яркости (§ 197).

§ **195. Глазной кружокъ.** — Объективъ, какъ предметъ, стоящій передъ окуляромъ (при чемъ $C_1 C_2 > f_2$), даетъ свое дѣйствительное изображеніе въ mn (черт. 133); оно называется *глазнымъ кружкомъ*,



Черт. 133.

а центръ его (o) — *глазною точкой* (o есть сопряженный фокусъ точки C_1 по отношенію къ окуляру). Глазъ всего выгоднѣе помѣщать такъ, чтобы центръ зрачка приходился въ глазной точкѣ; съ этой цѣлью у окуляра дѣлается діафрагма, къ которой прикладываютъ глазъ.

Въ самомъ дѣлѣ, черезъ кругъ mn выходятъ всѣ лучи внѣшнихъ предметовъ, прошедшіе черезъ объективъ и окуляръ; тѣ изъ этихъ лучей, которые упали на объективъ при M_1, сойдутся въ m, и т. д. Понятно, что *передъ* и *за* плоскостью mn эти лучи занимаютъ болѣе широкое сѣченіе, въ mn они наиболѣе сближены и здѣсь-то долженъ находиться зрачокъ.

Если зрачокъ не меньше глазного кружка, то всѣ вообще лучи, прошедшіе чрезъ оба стекла, будутъ утилизированы; если зрачокъ меньше, то края объектива безполезны и ихъ можно прикрыть діафрагмой, такъ чтобы глазной кружокъ сравнялся со зрачкомъ (что и будемъ предполагать сдѣланнымъ въ этомъ случаѣ). Для *микроскопа*, вслѣдствіе малости объектива, глазной кружокъ гораздо меньше зрачка.

§ **196**. Разстояніе $C_2 o = c$ глазного кружка отъ окуляра опредѣляется условіемъ

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{l} = \frac{1}{\mathfrak{f}_2}, \text{ или } c = \frac{l\mathfrak{f}_2}{l - \mathfrak{f}_2}. \tag{3}$$

Называя ρ радіусъ глазного кружка, P_1 — радіусъ отверстія объектива, имѣемъ

$$\frac{\rho}{P_1} = -\frac{c}{l} = -\frac{\mathfrak{f}_2}{l - \mathfrak{f}_2}. \tag{4}$$

(знакъ —, потому что изображеніе объектива обратное).

Назовемъ α_0 тотъ уголъ зрѣнія, подъ которымъ предметъ казался бы простому глазу, помѣщенному въ C_1; для глаза у o уголъ зрѣнія будетъ $\alpha_0 . D/\Delta_0 = \alpha$; слѣд. (§ 193)

$$g = -\frac{\beta}{\alpha_0} \cdot \frac{\Delta_0}{D} = -\frac{l}{c} \cdot \frac{\Delta_0}{D}, \tag{1'}$$

или, по (4),

$$g = \frac{P_1}{\rho} \cdot \frac{\Delta_0}{D}. \tag{1''}$$

Для *трубы* $\Delta_0 = D$, слѣд. $g = P_1/\rho$; увеличеніе будетъ извѣстно, если измѣримъ P_1 и ρ.

§ **197**. **III. Освѣщеніе**.—При разсматриваніи предмета простымъ глазомъ мы имѣли (§ 186)

$$i_0 = \frac{E \cdot \sigma}{\Delta_0^2 s_0}.$$

Пусть будетъ Σ_1—площадь объектива, и снарядъ такъ устроенъ, что всѣ лучи, упавшіе на объективъ, проникаютъ въ глазъ; s—площадь изображенія въ глазу вооруженномъ. Освѣщеніе изображенія будетъ теперь очевидно

$$i = \frac{E \cdot \Sigma_1}{D^2 s}.$$

Слѣд.

$$\frac{i}{i_0} = \frac{\Sigma_1}{\sigma} \cdot \left(\frac{\Delta_0}{D}\right)^2 \frac{s_0}{s}. \tag{5}$$

Если предметъ—звѣзда, то $s_0 = s$ (§ 194), $\Delta_0 = D$; въ этомъ случаѣ $i/i_0 = \Sigma_1/\sigma$.

Но когда предметъ рисуется не точкой, а площадью, то i/i_0 не можетъ быть >1. Предыдущее выраженіе можно написать такъ:

$$\frac{i}{i_0} = \frac{\Sigma_1}{a} \cdot \frac{a}{\sigma} \cdot \left(\frac{\Delta_0}{D}\right)^2 \frac{s_0}{s}.$$

гдѣ a площадь глазного кружка. Но $\Sigma_1/a = P_1{}^2/\rho^2$, слѣд. $\Sigma_1\Delta_0{}^2/aD^2 = g^2$ (§ 196), а $s_0/s = 1/g$. Итакъ

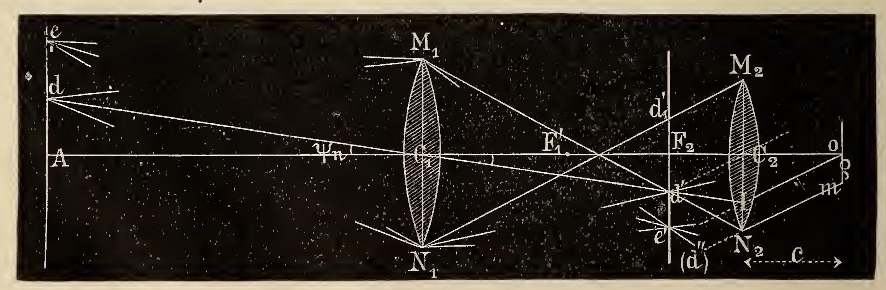
$$\frac{i}{i_0} = \frac{a}{\sigma}. \qquad (5')$$

Въ наивыгоднѣйшемъ случаѣ ($a=\sigma$) освѣщеніе будетъ такое же, какъ безъ снаряда; это будетъ для *трубы*, если размѣръ объектива достаточно великъ (именно, $\Sigma_1 = g^2\sigma$). Въ сущности, даже и въ этомъ случаѣ освѣщеніе нѣсколько меньше, вслѣдствіе потери свѣта отъ поглощенія и отраженія стеклами.

Для *микроскопа* a/σ малая дробь, и въ такомъ же отношеніи уменьшено освѣщеніе. Это заставляетъ сильно освѣщать предметъ подъ микроскопомъ — посредствомъ особаго зеркальца или конденсора (§ 177).

Итакъ, только звѣзды кажутся чрезъ трубу ярче, чѣмъ простымъ глазомъ,—тѣмъ болѣе еще, что фонъ кажется при этомъ темнѣе. Въ этомъ и состоитъ польза трубъ при наблюденіи звѣздъ.

§ 198. IV. **Поле зрѣнія**.—Въ предыдущемъ § предполагалось, что всѣ лучи какой-либо точки предмета, принятые объективомъ, попадаютъ въ окуляръ и могутъ проникнуть въ глазъ. Но этого не будетъ для такихъ точекъ, которыя лежатъ слишкомъ далеко отъ оси



Черт. 134.

снаряда; эти точки будутъ имѣть *неполное освѣщеніе* и ихъ слѣдуетъ устранить. Чтобы отдѣлить въ изображеніи, полученномъ отъ

объектива, ту часть, которая будетъ имѣть въ глазу *полное* освѣщеніе, проводимъ конусъ (M_1N_2, N_1M_2, черт. 134): всѣ лучи внутренней части $d'd'$ попадаютъ въ окуляръ и въ глазъ; тогда какъ пучки, выходящіе изъ точекъ внѣшней части (наприм., изъ e'), частью прошли бы мимо.

Этимъ конусомъ опредѣляется отверстіе *діафрагмы*, которая помѣщается въ плоскости $d'd_1'$ съ цѣлью устранить въ главномъ изображеніи точки не вполнѣ освѣщенныя. Діафрагма обыкновенно имѣетъ нятянутыя паутинныя нити для визированія (§§ 163, 172).

§ **199.** Уголъ 2ϕ, подъ которымъ изъ центра объектива виденъ діаметръ діафрагмы (или діаметръ видимаго круга предметной плоскости), служитъ мѣрою *поля зрѣнія* снаряда.

Найдемъ ϕ въ томъ частномъ случаѣ, когда глазъ — эмметропный въ состояніи отдыха; въ этомъ случаѣ діафрагма должна совпадать съ главной фокусной плоскостью окуляра. Такъ какъ лучи, идущіе изъ d', должны выдти изъ окуляра параллельными оси $d'C_2$, и при этомъ лучъ $C_1d'I$ долженъ идти къ o, а $M_1d'N_2$ къ m ($m\,o = \rho$), то прямыя $I\,o$ и $N_2\,m$ параллельны и $I\,N_2 = \rho$. Имѣемъ

$$\phi_n = \frac{C_2 I}{l} = \frac{P_2 - \rho}{l}, \qquad (6)$$

гдѣ P_2—радіусъ отверстія окуляра; или, выражая l по (1'), § 196:

$$\phi_n = -\frac{P_2 - \rho}{c} \cdot \frac{\Delta_0}{D} \cdot \frac{1}{g_n}. \qquad (6')$$

Ясно, что при равномъ увеличеніи поле зрѣнія для микроскопа больше, чѣмъ для трубы [1]).

§ **200. Объективная система.** — Въ дѣйствительныхъ трубахъ и микроскопахъ какъ объективъ, такъ и окуляръ — сложные. Этимъ достигается уменьшеніе сферической и хроматической аберраціи, а также иногда и другія выгоды.

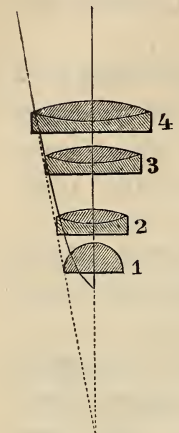
Объективъ *трубы* ахроматизуется обыкновенно по указанію § 171 (черт. 114). Для большихъ увеличеній объективъ дѣлается большого размѣра, что затрудняетъ соблюденіе однородности матеріала и его

---

[1]) Слѣдующіе параграфы (§§ 200—203) имѣютъ чисто-описательный характеръ и ограничиваются самыми главными чертами.

обработку. Объективы величайшихъ современныхъ рефракторовъ имѣютъ до 1 метра въ діаметрѣ.

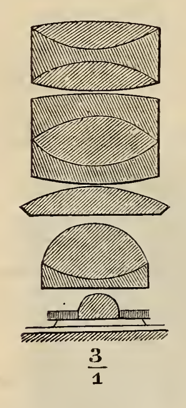
Объективъ *микроскопа* представляетъ болѣе сложную систему; одна изъ формъ ея представлена на черт. 135. Лучи предмета падаютъ на первую чечевицу широкимъ пучкомъ (она имѣетъ, какъ говорятъ, большое *„отверстіе“* или *„апертуру“*). Въ слѣдующихъ двойныхъ стеклахъ (изъ крона и флинта) пучокъ становится менѣе расходящимся. Кривизны и матеріалъ стеколъ подобраны такъ, чтобы, при большой апертурѣ, возможно лучше устранять неясность и искаженіе изображеній.



Черт. 135.

Микроскопическій предметъ обыкновенно покрывается тонкою стекляной пластинкой («покровнымъ стекломъ»), которая болѣе или менѣе, смотря по своей толщинѣ, измѣняетъ пути лучей. Чтобъ уменьшать неясность, могущую произойти отъ этой причины, верхнія стекла (3, 4) могутъ быть нѣсколько приподняты или опущены.

§ 201. Иммерсія. — Апохроматъ. — Вредное вліяніе покровнаго стекла гораздо лучше устраняется въ *иммерсіонномъ объективѣ:* между первой чечевицей и покровнымъ стекломъ разстилается капля жидкости, — воды, или лучше, кедроваго масла ($\mu_D = 1{,}5$); въ послѣднемъ случаѣ два стекла и соединяющій ихъ жидкій слой составляютъ почти оптически-однородную среду (*однородная иммерсія*). Иммерсіей достигаются и другія выгоды: уменьшаются потери свѣта вслѣдствіе отраженій и получается возможность пользоваться большей апертурой безъ ущерба для ясности.



Черт. 136.

Черт. 136 представляетъ наиболѣе совершенный типъ микроскопнаго объектива, — *апохроматъ;* онъ имѣетъ между прочимъ ту особенность, что освобожденъ отъ вторичнаго спектра (§ 170) [1]).

---

[1]) Чертежъ сдѣланъ въ тройную величину; оптическая сила объектива = 500 діоптрій (какъ у лупы при f=2 mm).

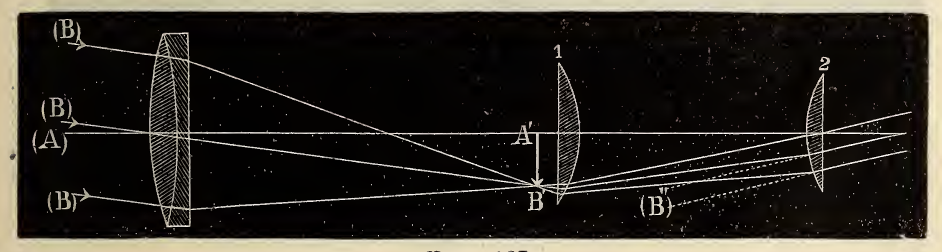
§ **202. Окулярная система.**—Она и у трубъ (астрономическихъ), и у микроскоповъ составляется обыкновенно изъ двухъ плосковыпуклыхъ стеколъ, на нѣкоторомъ разстояніи одно отъ другого. Кривизны и разстояніе стеколъ разсчитаны такъ, чтобы не портить ахроматизма, достигнутаго объективомъ, или компенсировать остаточный хроматизмъ послѣдняго, и давать возможно отчетливое и неискаженное изображеніе.

Что касается ахроматизма окуляра, достаточно, чтобъ отдѣльныя цвѣтныя точки, служащія мнимыми изображеніями данной точки предмета, совпадали *для глаза*, т.-е. лежали на одной линіи зрѣнія (хотя бы и не вполнѣ совпадая въ пространствѣ). Оказывается, что этому условію можно удовлетворить, принявъ

$$\frac{f_1 + f_2}{2} = e \qquad (1)$$

гдѣ f_1, f_2—фокусныя разстоянія первой («коллективной») и второй («глазной») чечевицы, e—ихъ разстояніе.

§ **203. Окуляры Рамсдена и Гейгенса.**—Для устраненія и другихъ недостатковъ, оказывается выгоднымъ, соблюдая условіе (1), принять слѣдующія расположенія:



Черт. 137.

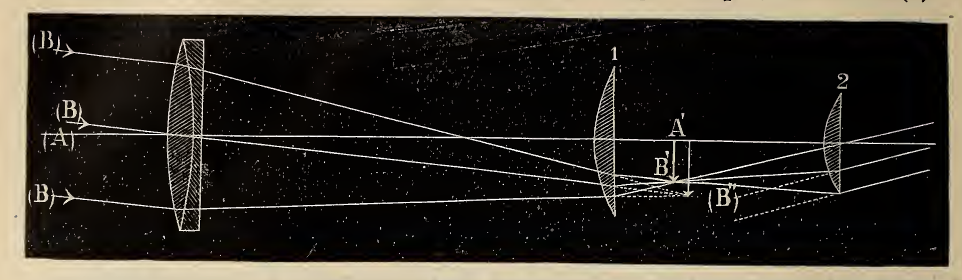
a) Окуляръ *Рамсдена* (черт. 137) [1]: здѣсь $f_1 = f_2$ $(= e)$. Чечевицы обращены выпуклыми сторонами одна къ другой. Изображеніе, производимое объективомъ, ложится передъ первымъ стекломъ окуляра; такимъ образомъ діафрагма съ крестомъ нитей помѣщена *внѣ* окулярной трубки, что удобнѣе для трубъ (дающихъ обратное

---

[1]) На черт. 137, 138 и 140 - 144 предметъ предполагается безконечно-далекимъ и входящіе въ глазъ лучи—параллельными.

изображенiе,—*астрономическихъ)* [1]. Можетъ служить отдѣльно въ качествѣ лупы.

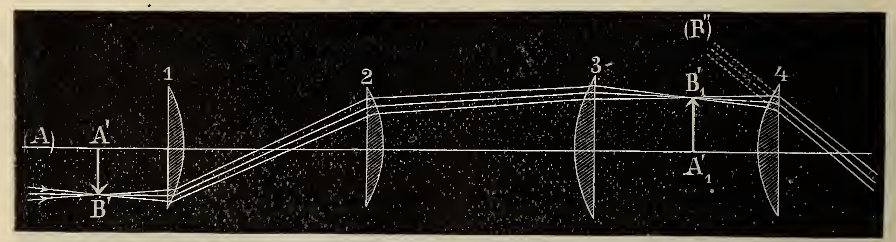
b) Окуляръ *Гейгенса* (черт. 138): здѣсь $f_1 = 2f_2$ (слѣд. по (1)



Черт. 138.

$e = 3f_2/2$). Оба стекла обращены выпуклостью къ объективу. Дѣйствительное изображенiе образуется уже по проходѣ лучей черезъ первую чечевицу окуляра и лежитъ между нею и второю, такъ что дiафрагма—внутри окулярной трубки. Употребляется болѣе въ микроскопахъ, гдѣ не требуется креста нитей.

§ 204. **Земной окуляръ.** — Описанные нами инструменты даютъ *обратное* изображенiе предмета, что неудобно для трубъ, предназначаемыхъ для разсматриванiя земныхъ предметовъ. Въ такихъ *зем-*



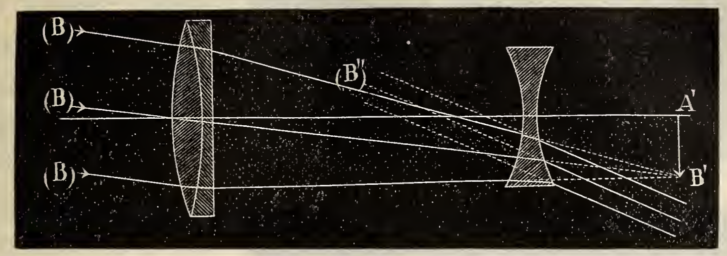
Черт. 139.

ныхъ трубахъ къ окуляру, со стороны объектива, придается добавочная система двухъ стеколъ, которая обращаетъ изображенiе (черт. 139).

§ 205. **Разсѣвающiй окуляръ. — Галилеева труба.** — Въ этой трубѣ, доселѣ употребительной для малыхъ увеличенiй, окуляръ—въ

[1]) Дiафрагма можетъ быть нѣсколько перемѣщаема; ее ставятъ такъ, чтобъ она пришлась въ плоскости изображенiя даннаго объективомъ (о чемъ судятъ по отсутствiю параллакса). Окулярную трубку вдвигаютъ или выдвигаютъ (не трогая дiафрагмы) настолько, чтобъ изображенiе и нити были ясно видны.

отличіе отъ разсмотрѣнной нами схемы—*разсѣвающій*. Дѣйствительнаго изображенія здѣсь нѣтъ (такъ что нельзя употреблять нитей для визированія): окуляръ предупреждаетъ образованіе того изобра-



Черт. 140.

женія $A'B'$, которое далъ бы объективъ, дѣлаетъ сходившіеся лучи расходящимися (или параллельными) и даетъ мнимое изображеніе — *прямое* (черт. 140).

Формулы §§ 193—196 прилагаются и здѣсь, только $f_2 < 0$. Глазной кружокъ—*мнимый*, лежитъ внутри трубы, и помѣщать въ немъ глазъ нельзя, равнымъ образомъ нельзя выдѣлить діафрагмою вполнѣ освѣщенную часть поля зрѣнія. Эта часть опредѣляется иначе, чѣмъ въ § 197 и окружена не вполнѣ освѣщеннымъ кольцомъ; она зависитъ отъ величины зрачка и увеличивается съ приближеніемъ зрачка къ трубѣ. Освѣщеніе внутри этой части въ обыкновенномъ случаѣ такое же, какъ для простого глаза [1]).

§ 206. **Рефлекторы (катоптрическіе телескопы).** — Въ прежнее время, когда считали хроматическую абберацію объективовъ неустранимою, объективъ телескопа замѣняли металлическимъ *вогнутымъ зеркаломъ* [2]). Въ новѣйшее время Фуко ввелъ употребленіе стеклянныхъ зеркалъ, посеребренныхъ съ передней (отражающей) стороны; они допускаютъ болѣе совершенную обработку. Такъ какъ дѣйстви-

---

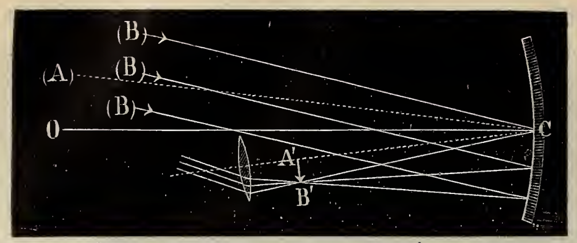
[1]) Соображенія о ψ и i здѣсь подобны тѣмъ, какія выше сдѣланы для лупы (§ 191), при чемъ роль отверстія лупы играетъ мнимый глазной кружокъ. Полагая $\rho > \rho_0$, получимъ для вполнѣ освѣщеннаго поля

$$\psi_n = \frac{\rho - \rho_0}{c'} \cdot \frac{1}{g_n}, \quad i/i_0 = 1,$$

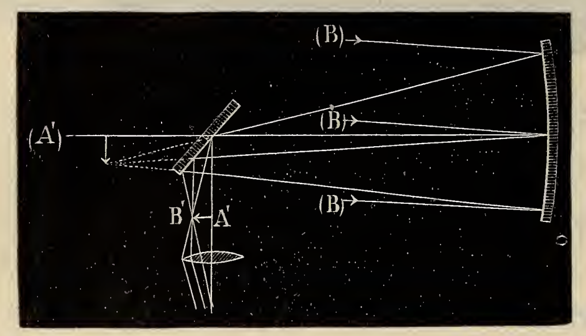
гдѣ c'— разстояніе зрачка отъ глазного кружка. (Если $\rho < \rho_0$, то ψ_n мѣняетъ знакъ и $i/i_0 = \rho^2/\rho_0^2$).

[2]) Величайшее изъ такихъ зеркалъ (въ телескопѣ лорда Росса) имѣетъ 1,8 m въ діаметрѣ отверстія (16 m фокуснаго разстоянія).

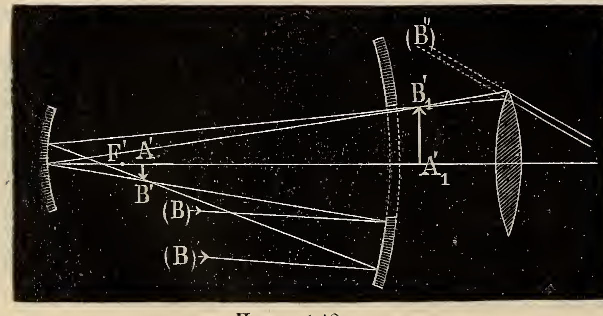
тельное изображеніе предмета ложится передъ зеркаломъ, то для разсматриванія (въ окуляръ) этого изображенія нужна особая уловка. Въ телескопѣ Гершеля зеркало стоитъ слегка наклонно къ оси AC трубы: разсматриваемый предметъ (наприм., планета) лежитъ вверхъ отъ главной оси зеркала и даетъ изображеніе внизу трубы, такъ что голова наблюдателя не застилаетъ много свѣта (черт. 141). — У Ньютона изображеніе отбрасывается въ сторону плоскимъ зеркаломъ (черт. 142). — У Грéгори — оно разсматривается *изъ-за* зеркала (сквозь отверстіе въ срединѣ послѣдняго), будучи предварительно приближено къ окуляру вторымъ отраженіемъ отъ малаго вогнутаго зеркала: здѣсь окончательное изображеніе — прямое (черт. 143).—У Кассегрéна это второе зеркало — выпуклое,



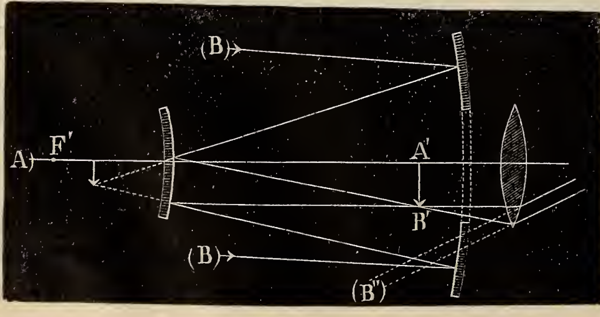
Черт. 141.



Черт. 142.



Черт. 143.



Черт. 144.

оно помѣщено такъ, что предупреждаетъ образованіе перваго изображенія (черт. 144). Нетрудно обсудить условія увеличенія и поля зрѣнія для этихъ случаевъ; освѣщеніе у рефлекторовъ вообще меньше, чѣмъ у рефракторовъ, при равныхъ прочихъ условіяхъ.

Дополнительныя свѣдѣнія о зрѣніи.

§ 207. **Чувствительность сѣтчатки.** — Всякое раздраженіе чувствительныхъ частей сѣтчатки, хотя бы оно происходило не отъ объективнаго свѣта, а, наприм., отъ механическаго или электрическаго стимула, ощущается нами какъ свѣтъ [1]. Нужно однакожъ, чтобы раздраженіе длилось нѣкоторое время (для яркаго свѣта молніи, повидимому, достаточно 0,000001 сек.) и имѣло извѣстную силу; иначе ощущеніе не возникнетъ. Раздраженія различныхъ и не слишкомъ близкихъ частей сѣтчатки мы ощущаемъ раздѣльно (локализируемъ). Въ центральной ямкѣ (§ 187) двѣ свѣтлыя точки, раздѣленныя угломъ зрѣнія=около 1′, уже различаются нами.

§ 208. **Слѣпое пятно.** — Невдалекѣ отъ желтаго пятна имѣется на сѣтчаткѣ такое мѣсто, которое къ свѣту совершенно нечувствительно,—*слѣпое пятно* (уголъ зрѣнія его=около 6°). Закрывъ лѣ-



Черт. 145.

вый глазъ и фиксируя правымъ *крестикъ* черт. 145, мы, при извѣстномъ разстояніи глазъ отъ бумаги (около 25 cm), не увидимъ *кружка* (изображеніе его ляжетъ на слѣпое пятно).

§ 209. **Ощущенія цвѣтовъ.** — Во всякомъ ощущеніи цвѣтного свѣта можно различить: 1) яркость, 2) тонъ (оттѣнокъ) цвѣта, 3) гу-

[1]) По общему физіологическому закону (Мюллера), всякій чувствительный нервъ доставляетъ только ощущенія, принадлежащія къ области *одного* изъ чувствъ (слуховой нервъ—слуховыя, и т. д.)

стоту. *Тонъ* цвѣта всегда соотвѣтствуетъ одному изъ тоновъ спектра или дополняющаго ихъ пурпура (§ 167). *Густота* опредѣляется меньшей или большей примѣсью бѣлаго. Цвѣта чистаго солнечнаго спектра суть вообще наиболѣе густые объективные цвѣта (изъ нихъ особенно густыми кажутся красный и фіолетовый, наименѣе густымъ желтый). Ощущеніе густоты можетъ быть еще усилено, если глазъ предварительно утомленъ дополнительнымъ цвѣтомъ (§ 216).

При малыхъ яркостяхъ глазъ наиболѣе чувствителенъ къ желто-зеленымъ тонамъ. При очень большой яркости, всякій цвѣтъ кажется бѣлѣе (тонъ слабѣетъ).

Видимый спектръ ограничивается длинами волнъ [1]): $\lambda = 0^{\mu},8$ (темнокрасные лучи) и $\lambda = 0^{\mu},38$ (крайніе фіолетовые), что составляетъ, выражаясь языкомъ Акустики, немного болѣе одной октавы. Но при старательномъ устраненіи прочихъ лучей можно видѣть и *ультрафіолетовые* лучи — до верхняго конца солнечнаго спектра ($\lambda=0^{\mu},295$) и даже, можетъ быть, до $\lambda = 0^{\mu},2$ (въ случаѣ спектра вольтовой дуги). Цвѣтъ этихъ лучей—голубовато-сѣрый; ихъ видимость и цвѣтъ, вѣроятно, болѣе или менѣе зависятъ отъ флуоресценціи сѣтчатки.

§ **210**. **Яркость**. — Ощущеніе *яркости* (субъективная яркость) *ceteris paribus*, обусловливается объективною яркостью (§ 186); но чѣмъ больше эта яркость, тѣмъ нечувствительнѣе становится глазъ къ ея прибавкѣ [2]): различеніе двухъ яркостей тѣмъ ненадежнѣе чѣмъ онѣ больше [3]). Мы можемъ различать двѣ близкія по вели-

---

1) 1μ (микронъ)=0,001 mm.

2) Это—законъ для напряженности всѣхъ вообще ощущеній (законъ Фехнера). Мы не говорили о немъ въ Акустикѣ (§ 87), ибо при зрительныхъ ощущеніяхъ онъ выражается явственнѣе. Различимость интерваловъ по относительнымъ (а не абсолютнымъ) числамъ колебаній представляетъ другую сторону того же закона въ его болѣе общемъ видѣ.

3) Этимъ объясняется, почему бѣлая облатка на черномъ фонѣ кажется больше, чѣмъ точно такая же черная облатка на бѣломъ (*иррадіація*). Вслѣдствіе несовершенной отчетливости изображенія на сѣтчаткѣ (особенно при недостаточной аккомодаціи), у контура черное передано нѣсколько свѣтлѣе, а бѣлое нѣсколько темнѣе, чѣмъ вдали отъ контура. Но прибавокъ яркости къ темному ощущается сильнѣе, чѣмъ такой же убавокъ яркости въ свѣтломъ; потому бѣлое какъ бы вторгается въ область чернаго, но не наоборотъ.

чинѣ яркости, когда объективная ихъ разница не меньше (приблиз.) $^1/_{100}$ доли одной изъ нихъ. Этимъ опредѣляется степень точности фотометрическихъ сравненій (§§ 110 — 111). Яркость неодинаковыхъ цвѣтовъ можно сравнивать только тогда, когда они близки по тону.

§ **211. Бѣлый и черный цвѣтъ.**—Свѣтъ безъ сильно-выраженнаго тона мы называемъ *бѣлымъ*, считая нормою его свѣтъ солнца. Мы признаемъ (даже и при цвѣтномъ освѣщеніи) тѣломъ «бѣлаго цвѣта» такое, которое по возможности вполнѣ отражаетъ свѣтъ. Два «бѣлые» предмета могутъ оказаться далеко не одноцвѣтными, если видѣть ихъ рядомъ (отсюда затрудненіе при фотометріи, §§ 112 прим., 210); на этомъ отчасти основано явленіе цвѣтныхъ тѣней (§ 216).— *Чернымъ* «цвѣтомъ» мы называемъ отсутствіе свѣта (обыкновенно— только относительное) *внутри* (*не внѣ*) поля зрѣнія. Слабый бѣлый цвѣтъ называется *сѣрымъ*. Различіе бѣлаго и чернаго есть различіе яркости; черный бархатъ, освѣщенный солнцемъ, объективно ярче, чѣмъ снѣгъ, освѣщенный полною луной.

§ **212. Три основные цвѣта.**—То обстоятельство, что всѣ цвѣта для глаза могутъ быть воспроизведены посредствомъ *трехъ* (§ 167), напр., краснаго, зеленаго и фіолетоваго, — привело къ гипотезѣ о *трехъ основныхъ цвѣтовыхъ ощущеніяхъ*. По теоріи Юнга, развитой Гельмгольтцомъ, всякій объективный свѣтъ вызываетъ въ насъ одновременно три отдѣльныя ощущенія—ощущенія краснаго, зеленаго, фіолетоваго; они воспринимаются вѣроятно особыми, трехъ родовъ, нервными элементами. Красный цвѣтъ спектра вызываетъ въ сильной степени ощущеніе краснаго, въ слабой степени—ощущеніе двухъ другихъ цвѣтовъ (слабо дѣйствуя на соотвѣтственные нервные элементы); желтый цвѣтъ есть тотъ, который одновременно вызываетъ сильныя ощущенія краснаго и зеленаго; и т. д. Эта гипотеза объясняетъ опытные законы смѣшенія цвѣтовъ (§ 167). Въ ея пользу говорятъ также случаи *цвѣтовой слѣпоты* [1]) и факты цвѣтового утомленія (§ 216).

---

[1]) Чаще встрѣчается „красная слѣпота“ или дальтонизмъ (химикъ Дóлтонъ имѣлъ этотъ недостатокъ), иногда—„зеленая слѣпота“. Для такихъ людей всѣ цвѣта можно составить изъ *двухъ* остальныхъ.

§ **213. Сохраненіе ощущеній.**—Зрительное ощущеніе не исчезаетъ въ тотъ самый моментъ, когда устранилась его объективная причина: оно длится нѣкоторое время (оставляетъ въ глазу *«положительный слѣдъ»*),—обыкновенно менѣе 1 сек., а послѣ прямого солнечнаго свѣта болѣе 1 мин.,—при чемъ къ концу ослабѣваетъ. «Слѣдъ», яркаго неподвижнаго предмета замѣчается, если закроемъ глаза, или переведемъ на болѣе темный фонъ. Свѣтлая точка, имѣющая быстрое движеніе (напр., падающая звѣзда), представляется свѣтлою линіей (оставляетъ слѣдъ движенія), будучи видна сразу во всѣхъ своихъ положеніяхъ; то же будетъ, если точка неподвижна, но наблюдатель быстро движетъ головой. Этимъ мы пользовались для многихъ опытовъ Акустики (§§ 9, 27, 29, 60, 73).

Быстро повторяющіяся (не менѣе 10—30 разъ въ 1 сек.) тождественныя дѣйствія на одни и тѣ же мѣста сѣтчатки сливаются въ одно постоянное впечатлѣніе. Колесо, быстро вертящееся на неподвижной оси, кажется неподвижнымъ, сплошнымъ (безъ спицъ) и полупрозрачнымъ. Кружокъ, раздѣленный на цвѣтные секторы, при такомъ вращеніи представляется окрашеннымъ въ свѣтъ смѣшенія (§ 167); это хорошій способъ для изслѣдованія законовъ смѣшенія цвѣтовъ, а также—цвѣтной слѣпоты (§ 212) [1].

§ **214. Стробоскопъ.**—Если же повторяющіеся образы не вполнѣ одинаковы, то отъ сліянія впечатлѣній получается образъ непрерывно измѣняющійся. Такъ при опытахъ Лиссажу (§ 29, черт. 22) съ двумя бьющимися камертонами, мы видимъ постепенный переходъ фигуры чрезъ формы черт. 13. — Этимъ пользуются при устройствѣ *стробоскоповъ*: глазу представляются, въ быстрой смѣнѣ, изображенія одного и того же предмета въ тѣхъ послѣдовательныхъ положеніяхъ, какія онъ принимаетъ, когда совершаетъ нѣкоторое движеніе: получается впечатлѣніе предмета движущагося. (Такъ, напр., смотря сквозь горизонтальную щель на чертежъ, подобный черт. 24 и движущійся вдоль страницы, будемъ видѣть какъ бы идущую по линіи волну).

§ **215. Притупленіе чувствительности.**—Сильный свѣтъ на нѣкоторое время «ослѣпляетъ» насъ, утомляетъ сѣтчатку и притуп-

---

[1]) Всѣ эти иллюзіи исчезаютъ, если освѣщеніе предмета (не самосвѣтящагося) производится мгновенною электрическою искрой.

ляетъ ея чувствительность. Утомленіе будетъ *мѣстное* (на извѣстныхъ частяхъ сѣтчатки), когда мы смотрѣли достаточно долго на яркій предметъ среди темнаго фона; переводя или закрывъ глазъ, или устранивъ предметъ, увидимъ *темное* изображеніе послѣдняго («*отрицательный слѣдъ*»).

§ **216. Цвѣтовое утомленіе. Контрастъ цвѣтовъ.** Если предметъ былъ цвѣтной, глазъ утомится только для этого цвѣта: тогда «слѣдъ» (на бѣломъ или сѣромъ фонѣ) окрашенъ дополнительнымъ цвѣтомъ («субъективнымъ»). Утомивъ глаза пурпуровымъ цвѣтомъ (красн.+фіол.), мы увидимъ зеленый цвѣтъ спектра болѣе густымъ, чѣмъ обыкновенно (§ 209).

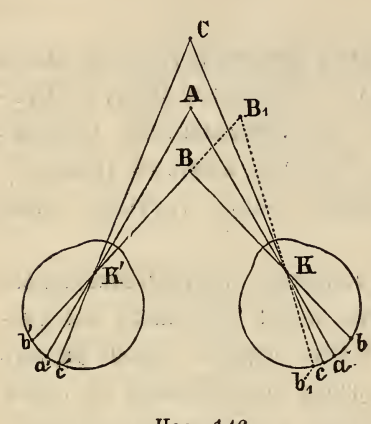
На этомъ «цвѣтовомъ утомленіи» основанъ *послѣдовательный контрастъ* цвѣтовъ. Цвѣтъ кажется ярче, послѣ того какъ мы смотрѣли на цвѣтъ ему дополнительный. Имѣя передъ собой рядомъ красную и желтую облатку (при чемъ взоръ перебѣгаетъ съ одной на другую), мы видимъ желтую—зеленоватою, красную—пурпуровою.

«Контрастъ» бываетъ и при другихъ условіяхъ, когда онъ объясняется болѣе *сужденіемъ*, чѣмъ непосредственнымъ ощущеніемъ. Таковъ опытъ *цвѣтныхъ тѣней*. Отъ предмета бросаютъ на бѣлый фонъ двѣ тѣни,—одну, напр., посредствомъ лампы, другую—помощію дневного свѣта (сквозь отверстіе ставня); *первая* тѣнь кажется *голубою, вторая—оранжевою*. Это—тѣ цвѣта, которые мы называемъ «бѣлымъ», одинъ—при дневномъ свѣтѣ, другой—при ламповомъ; но при опытѣ цвѣтъ фона (освѣщеннаго обоими источниками) даетъ намъ фальшивый масштабъ бѣлаго цвѣта, и по сравненію съ нимъ одна тѣнь имѣетъ избытокъ голубого, другая—избытокъ краснаго и желтаго.

§ **217. Пространственное зрѣніе.**—Наши представленія о видимыхъ предметахъ, о ихъ формѣ и расположеніи, не суть непосредственный результатъ ощущеній; они пріобрѣтаются, при участіи соображенія и при повѣркѣ зрѣнія осязаніемъ и «мышечнымъ чувствомъ», путемъ упражненій въ младенческомъ возрастѣ.

Каждую точку изображенія на сѣтчаткѣ мы относимъ во внѣшній міръ по направленію той линіи зрѣнія, которая соотвѣтствуетъ этой точкѣ при нормальномъ положеніи глаза. Такимъ образомъ получается представленіе о полѣ зрѣнія, какъ о нѣкоторой внѣ насъ

лежащей поверхности, разныя части которой отмѣчены извѣстною яркостью и цвѣтомъ. Представленіе о *глубинѣ* различныхъ частей этого поля, т.-е. о разстояніи отъ насъ предметовъ и ихъ частей, достигается главнымъ образомъ благодаря зрѣнію обоими глазами.



Чер. 146.

§ 218. Зрѣніе двумя глазами. — Точка *A*, на которую фиксированы оба глаза (черт. 146), даетъ въ нихъ изображенія, соотвѣтственно расположенныя (въ «мѣстахъ *a*, *a′* прямого зрѣнія»); эту точку мы признаемъ за *одну*. Другія точки, напр., B_1, изображающіяся на «соотвѣтственныхъ мѣстахъ» (b_1, b') двухъ сѣтчатокъ мы также видимъ не вдвойнѣ. Всѣ остальныя точки *B*, *C*, ... поля, представляются двойными, хотя мы обыкновенно не замѣчаемъ этой двойственности и она не вводитъ насъ въ обманъ. При нѣкоторомъ вниманіи легко убѣдиться, что, когда мы фиксируемъ двумя глазами близкій предметъ, предметы отдаленные двоятся и наоборотъ.

Для фиксированія мы должны повернуть оба глаза такъ, чтобъ обѣ линіи зрѣнія сошлись въ фиксируемой точкѣ, при чемъ употребляемъ большее или меньшее мышечное усиліе. Это усиліе главнымъ образомъ и даетъ намъ мѣрку для сужденія о разстояніи точки отъ насъ. Представленіе о *рельефѣ* тѣлъ составляется на основаніи того ряда мышечныхъ усилій, которыя мы употребляемъ при быстромъ обзорѣ предмета, фиксируя то одну, то другую точку тѣла [1]). Представленіе о *величинѣ* предмета сославляется по углу зрѣнія и по оцѣнкѣ разстоянія.

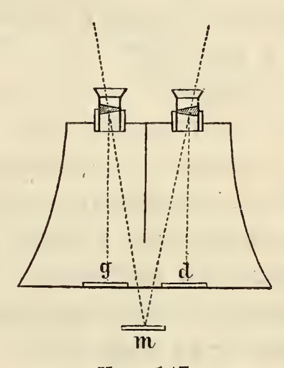
Чѣмъ больше разстояніе, тѣмъ менѣе точно сужденіе о немъ, основанное на углѣ глазныхъ осей. При оцѣнкѣ большихъ разстоя-

---

[1]) Кромѣ главнаго критерія (угла глазныхъ осей), мы руководимся отчасти степенью приспособленія (§ 181) и воображеніемъ. Плоскій рисунокъ предметовъ, которыхъ формы и размѣры намъ знакомы, даетъ впечатлѣніе рельефа, благодаря соблюденіе геометрической перспективы и распредѣленію свѣта и тѣни; это впечатлѣніе однакожъ не бываетъ такъ живо, какъ въ стереоскопѣ (§ 219).

ній мы, наоборотъ, руководимся угломъ зрѣнія предмета, величина котораго намъ знакома (напр., человѣка, дерева).—При всѣхъ подобныхъ сужденіяхъ нерѣдки различнаго рода ошибки.

§ **219. Стереоскопъ.**—Уитстонъ показалъ, что впечатлѣніе рельефнаго предмета можно получить съ помощью двухъ плоскихъ рисунковъ. Изображенія, получаемыя отъ предмета на сѣтчаткахъ двухъ глазъ, не вполнѣ тождественны: относительное расположеніе точекъ различно проектируется въ этихъ двухъ «камеръ-обскурахъ». Сдѣлаемъ съ предмета два снимка: такъ, какъ онъ проектируется въ правомъ глазу, и какъ—въ лѣвомъ (всего удобнѣе это сдѣлать путемъ фотографіи, нѣсколько смѣщая аппаратъ). Эти два рисунка положимъ рядомъ, каждый противъ соотвѣтственнаго глаза, и направимъ глаза такъ, чтобъ они фиксировали (каждый въ своемъ рисункѣ) одну и ту же точку изображеннаго предмета: тогда увидимъ *одно*, но *рельефное* изображеніе.



Чер. 147.

Чтобъ облегчить такое фиксированіе, вооружаютъ глаза тонкими стеклянными призмами, или половинками выпуклой чечевицы, расположенными, какъ показано на черт. 147. Два рисунка кладутся въ d и g; благодаря стекламъ, они представляются совмѣстно въ m. Получается снарядъ, называемый *стереоскопомъ*.



Чер. 148.

Глядя такимъ образомъ, наприм., на рисунки, подобные черт. 148, мы увидимъ конусъ, обращенный вершиной впередъ; перемѣстивъ d на мѣсто g и обратно, увидимъ конусъ съ вершиною назадъ.

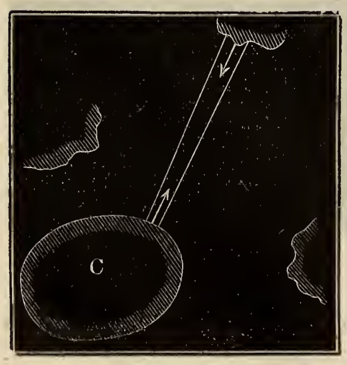
F. Испусканіе и поглощеніе лучей. Анализъ излученій

испусканіе.

§ 221. Два рода испусканія.—Мы уже знаемъ (§ 106), что всякое тѣло, и при всякой температурѣ, въ большей или меньшей мѣрѣ *испускаетъ лучи*—либо только темные (если тѣло не «накалено»), либо и свѣтовые.

Въ нормальномъ случаѣ, когда во время испусканія тѣло не претерпѣваетъ другихъ измѣненій, оно теряетъ тепловую энергію, которая и переходитъ въ окружающій эѳиръ, превращаясь въ эквивалентное количество «лучистой энергіи» (энергіи эѳирныхъ волнъ). При этомъ испускающее тѣло *охлаждается,* если упадокъ температуры не пополняется притокомъ теплоты извнѣ.

Но въ нѣкоторыхъ особыхъ случаяхъ «свѣченія» (§ 260 и слѣд.) тѣло испускаетъ свѣтлые лучи, не будучи накалено, и при этомъ не охлаждается замѣтнымъ образомъ. Такая способность временно вызывается и поддерживается особыми причинами (механическими и химическими дѣйствіями, нагрѣваніемъ, освѣщеніемъ, электрическими разрядами). По устраненіи этихъ причинъ способность свѣченія скоро *истощается,* и самое это истощеніе свидѣтельствуетъ о томъ, что во время испусканія тѣло претерпѣваетъ какія-то молекулярныя измѣненія.



Чер. 149.

Мы будемъ большею частію говорить только о *первомъ* (нормальномъ) случаѣ, хотя на практикѣ иногда трудно разграничить одинъ родъ испусканія отъ другого.

§ 222. Испускательная способность.—Разсмотримъ какое-нибудь тѣло C (черт. 149) температуры t, среди пустого пространства (свободнаго эѳира). Выдѣлимъ мысленно тонкій каналъ, опирающійся на элементъ Ω поверхности тѣла C и идущій къ другимъ тѣламъ или мимо ихъ; ось канала пусть будетъ r. Количество энергіи E, испускаемое тѣломъ C въ

единицу времени въ видѣ пучка лучей, идущихъ отъ Ω внутри канала, назовемъ *испускательною способностью* тѣла при данныхъ условіяхъ (при данной температурѣ, въ данномъ пучкѣ или каналѣ).

E зависитъ *только* отъ свойствъ тѣла *C* (не зависитъ отъ прочихъ тѣлъ). Кромѣ температуры вліяетъ природа тѣла *C* и въ особенности — тонкаго слоя при его поверхности. Мѣдный кубическій сосудъ, наполненный горячею водой и имѣющій одну стѣнку полированную, другую шероховатую, третью—закопченную, и т. д.,—всего менѣе испускаетъ чрезъ полированную сторону, всего болѣе — чрезъ закопченную (опытъ можно сдѣлать съ термоскопами §§ 247 — 249). *Совершенно-зеркальная* поверхность (т.-е. сполна отражающая всѣ падающіе на нее лучи) вовсе не испускала бы лучей; тѣло *вполнѣ прозрачное* для всѣхъ лучей—также [1]).

§ **223**. Кромѣ общей или полной испускательной способности, мы можемъ еще разсматривать такую способность *для лучей опредѣленнаго періода* (опредѣленной длины волны) въ отдѣльности. Раздѣлимъ весь комплектъ лучей, испускаемыхъ внутри канала, на категоріи по длинамъ волнъ (отъ λ_0 до $\lambda_0 + \varepsilon$, отъ $\lambda_0 + \varepsilon$ до $\lambda_0 + 2\varepsilon$ и т. д., гдѣ ε произвольно-малая величина): очевидно

$$E = \Sigma E_\lambda,$$

гдѣ E_λ — испускательная способность для лучей одной категоріи (имѣющихъ длины волнъ въ предѣлахъ λ и $\lambda + \varepsilon$).

Обыкновенно E_λ различна, смотря по значенію λ.

§ **224**. **Законъ испусканія.**—Изъ §§ 109 и 111 мы знаемъ, что въ случаѣ *перпендикулярнаго испусканія* (т.-е. когда $\angle(r, \Omega) = 90^\circ$), лучистая энергія, доставляемая на единицу площади ω (представляющей сѣченіе канала на разстояніи *r*), есть

$$\frac{J\,\Omega \cos\varphi}{r^2},$$

---

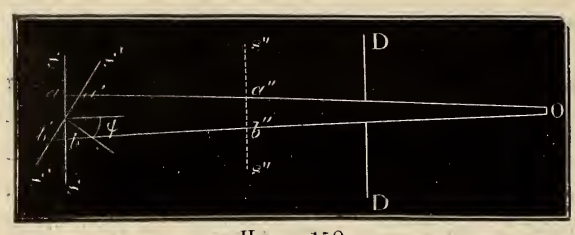
[1]) Если бы тѣло было окружено не пустотой, а прозрачною средой съ показателемъ преломленія μ, то E повысилась бы *ceteris paribus*, въ отношеніи $\mu^2 : 1$ („законъ Клаузіуса“).

гдѣ φ—уголъ между нормалью ω и лучомъ (линіей r). Слѣд. вся энергія, испускаемая внутри такого канала, будетъ

$$E_0 = \frac{J\Omega\,\omega\cos\varphi}{r^2}.$$

Энергія, испускаемая по другимъ направленіямъ, вообще меньше. Во многихъ случаяхъ это уменьшеніе происходитъ по простому закону, а именно: для „угла испусканія" ϕ (уголъ между r и нормалью испускающаго элемента Ω) энергія будетъ $E\phi = E_0 \cos\phi$.

Такъ, наприм., мы видимъ солнце, раскаленный кусокъ металла и проч. какъ бы *плоскими:* всѣ части свѣтящей поверхности одинаково ярки, хотя разсматриваются подъ рзными углами. Точно такъ же дѣйствіе горячаго куба (§ 222) на термоскопъ O (черт. 150) чрезъ отверстіе діафрагмы DD будетъ одинаково, стоитъ ли испускающая сторона перпендикулярно къ лучу (въ SS), или наклонно (въ $S'S'$). Это значитъ, что опредѣленный пучокъ лучей (ограниченный діафрагмой DD) приноситъ одинаковое количество лучистой энергіи на площадь O (сѣтчатки или термоскопа), каковъ бы ни былъ уголъ испусканія ϕ. Но въ положеніи SS лучи доставляются площадью ab ($=\Omega$), въ $S'S'$—площадью $a'b'$ ($=\Omega'$); слѣд. $J\Omega = J'\Omega'$. Но $\Omega' = \Omega/\cos\phi$; слѣд. $J' = J\cos\phi$. [1]).



Черт. 150.

Въ такихъ случаяхъ испускательная способность по направленію ϕ будетъ:

$$E\phi = \frac{J\Omega\,\omega\cos\phi\cos\varphi}{r^2}, \qquad (1)$$

---

[1]) Замѣтимъ еще, что дѣйствіе на O не измѣнится, если испускающая поверхность приблизится или удалится: ибо при двухъ разстояніяхъ r и r'' отъ O (въ SS и $S''S''$) испусканія отъ единицы площади относятся какъ $r''^2 : r^2$ а величины площадей испускающихъ (ab, $a''b''$) относятся какъ r^2, r''^2.

гдѣ J—постоянная [1]), зависящая только отъ свойствъ тѣла и отъ его температуры [2]) (*коэффиціентъ испусканія*).

Сортируя лучи по длинамъ волнъ (§ 223), мы можемъ говорить о коэффиціентахъ J_λ для каждой категоріи лучей отдѣльно.

Спектры испусканія.

§ 225. **Типы спектровъ испусканія: 1) непрерывный.**—Направляя спектроскопъ на данный источникъ и наблюдая „спектръ испусканія", мы получаемъ понятіе о составѣ излученій (анализируемъ ихъ). Видимые лучи спектра признаются непосредственно глазомъ и могутъ количественно оцѣниваться фотометрами; невидимые лучи требуютъ для своего обнаруженія и измѣренія особыхъ методъ.

По своему характеру спектры распадаются на два главные вида:

1. Спектръ *непрерывный* — безъ перерывовъ (темныхъ полосъ или линій). Таковъ спектръ, испускаемый раскаленнымъ твердымъ или жидкимъ тѣломъ, наприм., угольною нитью калильной электрической лампы, концами углей (но не *дугой*) лампы дуговой. По мѣрѣ повышенія температуры тѣла, спектръ удлиняется на верхнемъ концѣ (подбавляются болѣе и болѣе мелкія волны, § 106). У такихъ тѣлъ величины E_λ и J_λ суть *непрерывныя* функціи отъ λ.

§ 226. 2) **Спектръ линейный**, состоящій изъ отдѣльныхъ свѣтлыхъ линій или узкихъ полосъ, рѣзко раздѣленныхъ темными промежутками. Болѣе широкія полосы оказываются, при большей чистотѣ и увеличеніи спектра, группами многихъ узкихъ полосъ. Таковъ спектръ газовъ и паровъ, особенно — простого химическаго состава, при достаточно высокихъ температурахъ, при не слишкомъ большой толщинѣ испускающаго слоя и не слишкомъ высокомъ давленіи. Такія тѣла имѣютъ испусканіе *избирательное* (изъ двухъ смежныхъ категорій свѣта одна испускается, другая нѣтъ); E_λ и J_λ суть *прерывныя* функціи λ: значенія ихъ отличны отъ нуля только

---

[1]) Впрочемъ, пропорціональность $E\psi$ съ $\cos\psi$ не всегда строго выполняется; въ такихъ случаяхъ J надо считать зависящимъ отъ ψ.

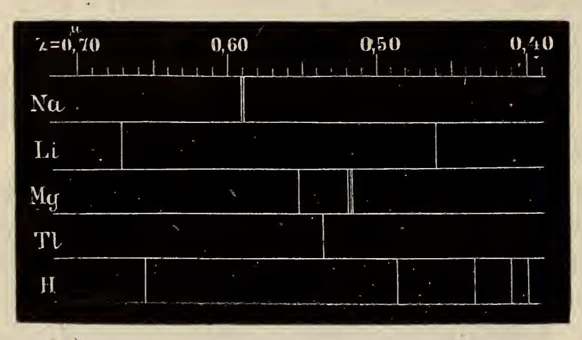
[2]) Есть основанія думать, что J пропорціоналенъ 4-й степени абсолютной температуры T ($=t+273$):

$$J = C \,.\, T^4$$

(„законъ Стефана").

для нѣкоторыхъ, вполнѣ опредѣленныхъ величинъ λ. Аналогично звучащей струнѣ (§ 67), газъ имѣетъ опредѣленное число „собственныхъ тоновъ“ свѣта (не составляющихъ однако гармоническаго ряда).

Нѣкоторые изъ такихъ газовыхъ спектровъ имѣютъ небольшое число яркихъ линій. Таковы, наприм., спектры паровъ: *натрія* (двѣ близкія линіи въ оранжево-желтомъ), *литія* (одна линія въ красномъ, другая въ голубомъ), *таллія* (зеленая линія), спектръ *водорода* (линіи красная, голубая, синяя и фіолетовыя), черт. 151 [1]). Съ повышеніемъ температуры прибавляются новыя свѣтлыя линіи. Нѣкоторые пары (наприм., *желѣза* въ вольтовой дугѣ) имѣютъ весьма большое число линій, тѣмъ не менѣе спектръ сохраняетъ линейный характеръ. Съ увеличеніемъ плотности или толщины слоя газа, спектръ его приближается по характеру къ спектру непрерывному [2]).



Черт. 151.

§ 227. **Спектральный анализъ.** — *Всякій спектръ характеренъ для испускающаго вещества и можетъ обличать его присутствіе.* Этотъ признакъ особенно простъ и надеженъ, когда наблюдаемъ спектры химически-простыхъ газовъ при высокихъ температурахъ (при которыхъ соединенія распадаются). На этомъ основанъ *спектральный анализъ* состава тѣлъ, предложенный Кирхгоффомъ и Бунзеномъ. Помощію его были впервые открыты металлы: цезій, рубидій, таллій, галлій и др.

Спектръ нѣкоторыхъ небесныхъ тѣлъ (туманностей, «выступовъ» и «короны» солнца, хвоста кометъ) представляетъ линейный характеръ и содержитъ линіи, соотвѣтственныя земнымъ веществамъ (H,

---

[1]) Представлены только наиболѣе яркія линіи видимаго спектра; масштабъ даетъ длины волнъ въ микронахъ, или тысячныхъ доляхъ миллиметра (1 μ=0,001 mm).

[2]) Промежуточную форму представляютъ *полосатые* спектры.

Na, Mg и пр.). Такимъ образомъ открывается возможность судить о химическомъ составѣ этихъ тѣлъ.

Положеніе спектральныхъ линій замѣчаютъ или по вспомогательной скалѣ спектроскопа (§ 163), или по сопоставленію съ Фраунгоферовыми линіями одновременно наблюдаемаго солнечнаго спектра (ibid., черт. 107).

Мы увидимъ далѣе, что средства спектральнаго анализа существенно расширяются наблюденіемъ спектровъ поглощенія (§§ 231, 236).

§ 228. **Полученіе газовыхъ спектровъ.**—Чтобы получить спектръ металлическихъ паровъ, вводятъ въ пламя Бунзеновой горѣлки (само по себѣ почти не свѣтящее) кусочекъ металла или его соли. Если эта температура (около 2000°) недостаточна, пользуются индуктивными искрами (Румкорфова снаряда), пропуская ихъ между электродами изъ испытуемаго металла; или вводятъ металлъ въ вольтову дугу (въ углубленіе, сдѣланное въ нижнемъ углѣ), которая даетъ около 3500_0.

Весьма удобны для такихъ наблюденій *спектральныя* (*Гейсслеровы*) *трубки* съ разрѣженными газами или парами (черт. 152): чрезъ впаянные въ трубку платиновые электроды пропускаютъ токъ высокаго напряженія, при чемъ газъ или паръ раскаляется. Средняя часть трубочки имѣетъ форму прямого капиллярнаго канала, такъ что необходимая для спектроскопа свѣтящая линія получается прямо, безъ помощи щели.



Черт. 152.

Поглощеніе.

§ 229. **Общія замѣчанія.**—Всякое тѣло *поглощаетъ* часть лучей, падающихъ на него отъ окружающихъ тѣлъ. Вполнѣ *прозрачною* для всѣхъ лучей средою (т.-е. вовсе *не поглощающею*) представляется только „пустота“ (свободный эѳиръ); воздухъ и друг. газы, въ большой толщѣ, оказываютъ замѣтное поглощеніе. Изъ твердыхъ тѣлъ почти вполнѣ прозрачными для *всякихъ* лучей мужно считать *каменную соль* (NaCl) и *сильвинъ* (натуральный KCl).

Тѣло, вполнѣ поглощающее всякіе вообще лучи, представляетъ другой предѣльный случай, тоже идеальный; такое тѣло называютъ

совершенно чернымъ. Обыкновенно же часть лучей отражается правильнымъ или диффузнымъ отраженіемъ, часть пропускается. Тонкія металлическія пленки не вполнѣ непрозрачны. Къ типу совершенно-чернаго тѣла приближается тѣло, покрытое слоемъ *сажи* (копоти) [1]).

§ 230. **Поглощательная способность.**—Пусть будетъ K—та энергія, которая приносится тѣлу C (черт. 149) со стороны окружающихъ тѣлъ внутри тонкаго канала, опирающагося на элементъ Ω [2]), и пусть изъ этой энергіи тѣло C поглощаетъ долю $A \cdot K$. Число A называется *поглощательною способностью* тѣла C въ данныхъ условіяхъ; A заключается между предѣлами 0 и 1. Сортируя лучи, можемъ говорить объ испускательной способности для лучей данной категоріи отдѣльно (A_λ).

Тѣло можетъ быть хорошо-прозрачно для свѣтлыхъ лучей и малопрозрачно для инфракрасныхъ (вода, стекло). Наоборотъ, тѣло можетъ быть *теплозрачно* (діатерманно) для инфракрасныхъ лучей, не будучи оптически прозрачнымъ (растворъ іода въ двусѣрнистомъ углеродѣ). Вода, кварцъ, флуоритъ (безцвѣтный плавиковый шпатъ, CaF_2) хорошо-прозрачны для ультрафіолетовыхъ лучей, стекло — только для нѣкоторой части ихъ; тонкіе слои металловъ (Ag, Al) также пропускаютъ эти лучи.

§ 231. **Спектры поглощенія.**—Пропуская лучи, имѣющіе образовать непрерывный спектръ (наприм., отъ углей электрической лампы), сквозь слой испытующаго вещества, получаемъ *спектръ поглощенія* для этого вещества. Онъ такъ же характеренъ для вещества, какъ и спектръ испусканія (§ 227), и имѣетъ съ этимъ послѣднимъ, какъ увидимъ далѣе, простое соотношеніе (§ 235).

Большинство твердыхъ и жидкихъ тѣлъ поглощаютъ широкія области спектральныхъ лучей: спектръ поглощенія представляетъ широкія полосы затемненія, не вполнѣ черныя и не рѣзко ограничен-

---

[1]) Впрочемъ, диффузія лучей происходитъ и отъ сажи. Чтобы вполнѣ уничтожить отраженіе, было бы нужно равенство показателей преломленія тѣла и окружающей среды; густой паръ іода въ соприкосновеніи съ воздухомъ, черная смола—со стекломъ, болѣе удовлетворяютъ этому условію, чѣмъ сажа на воздухѣ.

[2]) Если окружающія тѣла—совершенно черныя, то вся энергія K приносится прямо *испусканіемъ* и слѣд. выразится формулой (1), § 224, при чемъ ω—испускающій элементъ, φ—уголъ испусканія, J—относится къ испускающимъ тѣламъ.

ныя. Иногда поглощеніе замѣтнѣе на нижнемъ, иногда на верхнемъ концѣ, иногда въ среднихъ частяхъ спектра. Весьма рѣдко пропускается лишь узкая, почти монохроматическая полоса (красное стекло, окрашенное мѣдью).

Нѣкоторыя изъ твердыхъ и жидкихъ тѣлъ (наприм., экстрактъ хлорофилла, кровь, стекло съ примѣсью дидима) даютъ узкія и рѣзкія черныя полосы поглощенія,—поглощаютъ *избирательно* [1]).

Всѣ газы и пары обнаруживаютъ такое избирательное поглощеніе. Такъ пары іода и бурые пары, выдѣляющіеся изъ дымящейся азотной кислоты, даютъ множество рѣзкихъ линій поглощенія. Съ увеличеніемъ толщины слоя или плотности, поглощеніе приближается къ непрерывному.

§ 232. **Коэффиціентъ прозрачности**.—Пропорція пропущенныхъ лучей становится тѣмъ меньше, чѣмъ толще пройденный ими слой вещества, и можетъ быть различна для лучей различной длины волны. Пусть слой толщины=1 пропускаетъ долю $D\lambda$ входящей энергіи, когда лучи имѣютъ длину волны λ (при этомъ $0 < D_\lambda < 1$). Слой двойной толщины пропуститъ долю $D_\lambda{}^2$ и т. д.; слой толщины e — долю $D^{\lambda e}$. [2])

D_λ есть *коэффиціентъ пропусканія* (*прозрачности*) для такихъ лучей.

§ 233. **Цвѣта тѣлъ: а) чрезъ пропусканіе**.—Тѣло, предпочтительно прозрачное для нѣкоторыхъ сортовъ свѣта, въ проходящемъ свѣтѣ кажется окрашеннымъ въ соотвѣтственный цвѣтъ. Большею частію это—цвѣтъ смѣшенія (объективно-сложный), и два такія тѣла, кажущіяся одинаковыми по цвѣту, могутъ имѣть весьма различный составъ пропускаемаго спектра. Изъ § 232 ясно, что цвѣтъ можетъ измѣняться съ толщиною слоя.

Замѣчая составъ пропущеннаго свѣта для *каждой* изъ двухъ пластинокъ (наприм., двухъ цвѣтныхъ стеколъ), мы предскажемъ какого цвѣта будетъ свѣтъ, прошедшій чрезъ *обѣ* пластинки. *Синее* стекло можетъ, наприм., пропускать либо—зеленый, синій и фіолето-

---

[1]) Въ связи съ этимъ, дисперсія въ такихъ тѣлахъ болѣе или менѣе аномальная (§ 159).

[2]) Предполагается, что вещество однородно и внутри его не происходитъ ни отраженія, ни диффузіи.

вый, либо — синій и нѣсколько краснаго. Наложивъ на синее стекло—*желтое* (пропускающее красный, желтый и зеленый), мы получимъ; въ 1-мъ случаѣ — проходящій цвѣтъ *зеленый,* во 2-мъ — *красный.*

§ 234. b) **Черезъ отраженіе.** — Въ отраженномъ (диффузномъ) свѣтѣ тѣло кажется окрашеннымъ соотвѣтственно составу отраженныхъ лучей. Тѣло, отражающее только красные лучи, кажется чернымъ, если освѣтить его другими лучами спектра. Тѣло, отражающее красные и зеленые лучи и кажущееся желтымъ при бѣломъ освѣщеніи, будетъ краснымъ въ красныхъ лучахъ и зеленымъ — въ зеленыхъ.

При этомъ лишь въ немногихъ случахъ цвѣтъ зависитъ отъ избирательнаго отраженія, производимаго *самою поверхностью* тѣла (таковъ зеленый поверхностный цвѣтъ фуксина, § 159). Большею же частію тонкій поверхностный слой тѣла избирательно-прозраченъ, и лучи отражаются какъ съ поверхности (бѣлые), такъ и съ нѣкоторой глубины (цвѣтные, пропускаемые тонкимъ слоемъ тѣла). Если тѣло окрашено смѣсью двухъ красокъ, то отражаетъ тѣ цвѣтные лучи, какіе пропускаются и тѣмъ и другимъ пигментомъ. (Такъ, наприм., смѣсь гуммигута и кобальта даетъ зеленую краску, хотя соотвѣтственные простые цвѣта тѣхъ же тоновъ, желтый и синій, даютъ въ смѣси бѣлый).

Отсюда видимъ, что смѣшеніе *красокъ* не даетъ правильнаго заключенія о смѣшеніи соотвѣтственныхъ *цвѣтовъ.*

§ 235. **Обратность спектровъ поглощенія и спектровъ испусканія.**—Одно и то же тѣло (въ опредѣленномъ состояніи, т.-е. при данной температурѣ и проч.) даетъ спектръ поглощенія *обратный спектру испусканія,* т.-е. образуетъ при поглощеніи черныя полосы на тѣхъ именно мѣстахъ, гдѣ оно даетъ свѣтлыя цвѣтныя полосы въ собственномъ своемъ спектрѣ. Это соотношеніе указано Кирхгоффомъ, который далъ ему и теоретическое объясненіе (§ 246).

Такъ, наприм., пропуская сквозь раскаленный (въ Бунзеновой горѣлкѣ) паръ натрія лучи отъ раскаленныхъ углей дуговой электрической лампы, получаемъ въ спектрѣ послѣднихъ темную линію (собственно—двѣ близкія линіи) на томъ самомъ мѣстѣ желтой области спектра (при $\lambda = 0\mu,59$), гдѣ получилась бы желтая (двойная) линія спектра самого натрія. На черт. 153 верхняя часть изобра-

жаетъ спектръ поглощенія паровъ натрія, нижняя — ихъ спектръ испусканія. Опытъ называется *обращеніемъ спектра*.



Черт. 153.

Чтобы обнаружить это появленіе темной линіи, необходимо имѣть поглощающій паръ при температурѣ *болѣе низкой*, чѣмъ источникъ спектра. Такъ и будетъ, когда натрій—въ пламени горѣлки, а источникомъ служатъ угли вольтотой дуги. Въ противномъ случаѣ натрій, поглотивъ извѣстные желтые лучи углей, испуститъ *столько же* лучей той же категоріи (въ случаѣ равенства температуръ), или даже *болѣе* (въ случаѣ если паръ теплѣе чѣмъ источникъ), такъ что измѣненія въ спектрѣ не обнаружится, или возникнетъ болѣе яркая желтая линія. Въ случаѣ же, когда температура натрія нѣсколько *ниже*, характеръ поглощенія останется тотъ же, но испускаемое натріемъ количество свѣта не возмѣститъ поглощеннаго, и образуется черная полоса. Эта чернота—относительная: полоса освѣщена парами натрія, но это освѣщеніе сравнительно слабо.

§ 236. **Происхожденіе Фраунгоферовыхъ линій.** — Многія изъ Фраунгоферовыхъ линій солнечнаго спектра оказались точно совпадающими по мѣсту со свѣтлыми линіями спектровъ испусканія нѣкоторыхъ газовъ (или—съ темными линіями соотвѣтственныхъ спектровъ поглощенія.) Такъ, двойная линія D соотвѣтствуетъ двойной линіи пара натрія; группа линій b (въ зеленомъ) — группѣ линій пара магнія; C, F и h—линіямъ водорода, и т. д. Въ случаѣ такого совпаденія, оно простирается на *всѣ* линіи даннаго вещества. Такъ, напр., *всѣ* многочисленныя линіи, составляющія спектръ паровъ желѣза, имѣютъ соотвѣтственныя имъ черныя линіи въ спектрѣ солнца; здѣсь въ особенности представлялось бы мало вѣроятнымъ признать такое совпаденіе случайностью.

Обнаруживъ такія совпаденія, Кирхгоффъ объяснилъ Фраунгоферовы линіи какъ результатъ поглощенія, претерпѣваемаго лучами внутренней болѣе горячей массы солнца, на пути чрезъ наружныя, болѣе холодныя части солнца, состоящія изъ газообразныхъ H, Na, Mg, Fe и пр. Такъ впервые открылась возможность химическаго анализа небесныхъ тѣлъ, примѣненнаго потомъ и къ другимъ свѣтиламъ. Иногда этотъ анализъ основывается на спектрахъ испусканія (§ 227).

§ 237. **Земныя линіи.**—Нѣкоторыя изъ Фраунгоферовыхъ линій имѣютъ *земное* (*теллурическое*) происхожденіе: онѣ, очевидно, образовались чрезъ поглощеніе лучей солнца земною атмосферой; онѣ дѣлаются болѣе рѣзкими при закатѣ и восходѣ солнца, менѣе рѣзкими—при наблюденіи съ высокихъ пунктовъ. Такія линіи соотвѣтствуютъ кислороду, водяному пару и пр.; тѣ же линіи удавалось воспроизводить искусственно, пропуская свѣтъ электрической лампы сквозь большую толщу кислорода (или сквозь слой сгущеннаго кислорода) и т. д.

§ 238 **Принципъ Допплера - Физо.**—Принципъ Допплера (§ 85), примѣненный Физо къ свѣтовымъ волнамъ, ведетъ къ тому, что показатель преломленія даннаго монохроматическаго луча долженъ *повышаться* (кажущійся періодъ—уменьшаться), если источникъ свѣта *приближается* къ наблюдателю; при удаленіи источника, преломляемость луча должна уменьшаться. Это значитъ, всѣ линіи въ спектрѣ источника должны смѣщаться въ направленіи къ верхнему (фіолетовому) концу спектра—въ первомъ случаѣ, къ нижнему (красному)—во второмъ.

Такія смѣщенія наблюдаются въ спектрахъ небесныхъ свѣтилъ, и даютъ возможность судить о направленіи и скорости движенія тѣхъ массъ, которыя испускаютъ или поглощаютъ свѣтъ.

§ 239. **Превращенія поглощенной лучистой энергіи.**—1) Поглощеніе лучей тѣломъ, если оно не ведетъ къ какимъ-либо химическимъ или молекулярнымъ измѣненіямъ его, всегда сопровождается *нагрѣваніемъ* тѣла. Въ этомъ случаѣ вся поглощенная энергія эѳирныхъ волнъ обращается въ теплоту, которая и представляетъ точный эквивалентъ той энергіи.—2) Но въ нѣкоторыхъ тѣлахъ эта поглощенная энергія можетъ производить химическія или молекулярныя измѣненія, вызывать электрическія явленія, возбуждать или погашать самосвѣченіе. Въ этихъ случаяхъ часть поглощаемой энергіи превращается *не* въ теплоту, и соотвѣтственно уменьшается нагрѣваніе тѣла.

Тепловое дѣйствіе лучей есть самое универсальное: оно принадлежитъ всякаго рода лучамъ, видимымъ и невидимымъ, *подъ условіемъ, чтобъ они поглощались* воспринимающимъ тѣломъ. Лучистая энергія солнца есть главный источникъ теплоты на землѣ. Сосре-

доточивая солнечные лучи въ фокусѣ большого вогнутаго зеркала или большой выпуклой чечевицы, можно плавить самые упорные металлы; чечевица можетъ быть ледяная—и тѣ же лучи оставляютъ ледъ нерасплавленнымъ.

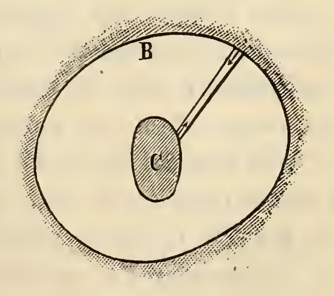
Тепловое дѣйствіе лучей.

§ 240. Тепловая оцѣнка лучей. — Поглощая лучи совершенно-чернымъ тѣломъ (§ 229) *первой* катогоріи § 239, т.-е. тѣломъ, не претерпѣвающимъ отъ лучей никакихъ другихъ дѣйствій кромѣ теплового,—мы превратимъ всю энергію лучей въ теплоту, и измѣреніе этой теплоты дастъ намъ точную объективную оцѣнку лучистой энергіи. (Мы уже знаемъ, что «фотометрія» даетъ намъ оцѣнку только *свѣтового* дѣйствія на глазъ).

Когда дѣло идетъ о полномъ излученіи сильнаго источника, любой термоскопъ можетъ обнаружить тепловое дѣйствіе лучей, любой калориметръ можетъ послужить для измѣренія этой теплоты,—предполагая, что снаряды приспособлены къ *поглощенію* лучей. Таковы термометры съ законченнымъ резервуаромъ, различные актинометры и пиргеліометры.

Но въ случаѣ когда источникъ слабъ, или когда желаемъ изслѣдовать малую долю его лучей (напр., тонкую полоску спектра),—прибѣгаютъ къ особенно чувствительнымъ снарядамъ, основаннымъ на нѣкоторыхъ электрическихъ дѣйствіяхъ, вызываемыхъ даже ничтожными количествами теплоты. Три такихъ снаряда описаны въ §§ 247—249.

§ 241. Подвижное равновѣсіе температуры. — Представимъ себѣ какое угодно тѣло C (черт. 154), помѣщенное внутри «непроницаемой для теплоты» оболочки B. (Такая оболочка, такъ сказать, изолируетъ систему отъ всѣхъ другихъ тѣлъ въ тепловомъ отношеніи). Оболочка, отдѣленная отъ тѣла C пустотою, пусть поддерживается какимъ-либо способомъ при неизмѣнной температурѣ t. Какъ тѣло C, такъ и оболочка пусть принадлежатъ къ *первой* категоріи § 239. Каждое изъ двухъ тѣлъ испускаетъ лучи и взамѣнъ поглощаетъ часть лучей, отраженныхъ, диффузно разбросанныхъ, или испущенныхъ другимъ тѣломъ.



Черт. 154.

Если тѣло C въ началѣ имѣетъ ту же температуру t, какая дана оболочкѣ, то оно будетъ сохранять ее безъ измѣненія.

Въ самомъ дѣлѣ, если бы тѣло C стало нагрѣваться (вслѣдствіе перевѣса прибыли надъ убылью энергіи), мы имѣли бы *переходъ теплоты изъ болѣе холоднаго тѣла (B) въ болѣе теплое (C)*. Если бы тѣло C охлаждалось, мы имѣли бы опять переходъ тепла изъ болѣе холоднаго тѣла (C) въ болѣе теплое (B). Такіе переходы теплоты, не сопровождаемые никакими другими явленіями, противорѣчатъ «второму закону» Термодинамики.

Мы имѣемъ здѣсь примѣръ такъ называемаго *подвижного равновѣсія температуры*: неизмѣнность теплового состоянія тѣла C происходитъ не отъ того, что тѣло не пріобрѣтаетъ и не теряетъ теплоты, а отъ точнаго равенства между прибылью и убылью за любой промежутокъ времени.

Если тѣло C теплѣе, чѣмъ B, оно будетъ охлаждаться, если холоднѣе — нагрѣваться, при чемъ упадокъ или приростъ температуры опредѣляется разницей между убылью и прибылью тепла. Въ обоихъ случаяхъ тѣло C стремится, въ предѣлѣ, принять температуру t оболочки, и не можетъ перейти за этотъ предѣлъ.

§ 242. **Кажущееся испусканіе холода.**—Такимъ образомъ, подобно тому, какъ тѣло болѣе теплое въ присутствіи болѣе холодныхъ служитъ для нихъ *источникомъ тепла* (нагрѣваетъ ихъ на счетъ своей лучистой энергіи), такъ тѣло болѣе холодное служитъ какъ бы *источникомъ холода* для окружающихъ болѣе теплыхъ (охлаждаетъ ихъ). Въ этомъ послѣднемъ случаѣ дѣло не въ томъ, что холодное тѣло «испускаетъ лучи холода», а въ томъ, что оно даетъ тѣламъ меньше тепла, чѣмъ они теряютъ.

Эти кажущіеся «лучи холода» можно концентрировать зеркалами и чечевицами. Если, напр., въ опытѣ съ двумя зеркалами (§ 63, черт. 36), въ фокусѣ F одного помѣстимъ кусокъ льда, а въ фокусѣ другого F′—термоскопъ, то послѣдній будетъ охлаждаться: испусканіе имъ лучей будетъ такое же, какъ если бы льда не было (оно зависитъ отъ температуры термоскопа), а приходъ лучистой энергіи со стороны M будетъ уменьшенъ.

§ 243. **Связь между испусканіемъ и поглощеніемъ.**—Изъ § 241 можно вывести, что при подвижномъ равновѣсіи температуры тѣла

C внутри оболочки B, каковы бы они ни были, всегда $E = A \,.\, K$, гдѣ E и A соотвѣтственныя (т.-е. отнесенныя къ одному и тому же каналу) величины для тѣла C, а K — энергія, доставляемая оболочкой (внутри даннаго канала).

1) Пусть оболочка—совершенно черная; тогда вся энергія K происходитъ отъ *испусканія* оболочкой, и не зависитъ отъ свойствъ тѣла C (§ 230, прим.). Если внутри такой оболочки имѣются послѣдовательно различныя совершенно черныя тѣла 1, 2,... (при той же температурѣ t), то $E_1 = K$, $E_2 = K$... (ибо всѣ $A = 1$), или $E_1 = E_2 = \ldots = K$. Т.-е. для всѣхъ совершенно черныхъ тѣлъ испускательная способность при данной температурѣ одинакова, и слѣд. зависитъ *только* отъ температуры.

Пусть оболочка совершенно черная, а тѣла C послѣдовательно различныя (при той же t). Имѣемъ $E_1 = A_1 K$, $E_2 = A_2 K, \ldots$ (гдѣ K, по предыдущему, одно и то же). Слѣд. $E_1/A_1 = E_2/A_2 = \ldots K$, или

Отношеніе между испускательной и поглощательной способностью не зависитъ отъ свойствъ тѣла, а зависитъ только отъ его температуры.

Отсюда: a) Тѣло вполнѣ прозрачное или совершенно зеркальное не могутъ испускать лучей. b) Чѣмъ больше тѣло испускаетъ, тѣмъ, *ceteris paribus*, больше поглощаетъ лучей; наибольшимъ испусканіемъ, при данной температурѣ, обладало бы совершенно черное тѣло.—Эти заключенія согласны съ опытомъ.

§ **244. Законъ Кирхгоффа**.—Кирхгоффъ доказалъ, что теорема § 243 имѣетъ силу и *для всякой категоріи лучей* въ отдѣльности, т.-е. что для какой-либо длины волны λ.

Отношеніе E_λ/A_λ одинаково у всѣхъ тѣлъ при одной и той же температурѣ [1]).

§ **245. Слѣдствія**.—1) При нагрѣваніи всѣ тѣла начинаютъ *при одной и той же температурѣ* испускать лучи даннаго періода, напр. одновременно достигаютъ краснаго каленія. Ибо, пока $E_\lambda/A_\lambda = 0$ (вслѣдствіе того что $E = 0$) для *одного* тѣла, то же должно быть и для

---

[1]) Надо еще прибавить, что у Кирхгоффа лучи испускаемые и поглощаемые отнесены къ *опредѣленной плоскости поляризаціи* (т.-е. взяты слагающія каждаго луча по данному поперечному направленію.

другого. Это найдено и прямо изъ опыта («законъ Дрепера»). Но количества E_λ испускаемой при этомъ энергіи не одинаковы для разныхъ тѣлъ и пропорціональны соотвѣтственнымъ A_λ [1]). Тѣло, которое оставалось бы вполнѣ свѣтопрозрачнымъ при высокихъ температурахъ, *не* свѣтило бы при каленіи.

§ **246**. 2) Если испускаются тѣломъ, въ большей или меньшей мѣрѣ, *всякіе* лучи, то всякіе и поглощаются имъ въ соотвѣтственной мѣрѣ при той же температурѣ. Таковы твердыя и жидкія раскаленныя тѣла, имѣющія непрерывный спектръ (§ 225). Совершенно черныя тѣла должны имѣть, при данной температурѣ, вполнѣ одинаковый непрерывный спектръ.

Если же тѣло, при опредѣленной температурѣ, даетъ разрывный спектръ (испускаетъ избирательно, § 226), т.-е. E_λ отлично отъ нуля только для опредѣленныхъ значеній λ, то и поглощеніе будетъ избирательное: поглощаться тѣломъ будутъ лучи тѣхъ же длинъ волны. (Иначе у этого тѣла отношеніе E_λ/A_λ для нѣкоторой величины λ обращалось бы въ нуль, тогда какъ у другого тѣла, при той же t, этого нѣтъ.) Это и значитъ, что спектръ поглощенія есть обратный спектру испусканія (235) [2]).

Поглощающее тѣло уподобляется резонатору, откликающемуся на тѣ звуковыя волны, которыя соотвѣтствуютъ собственнымъ его тонамъ (§§ 33, 64 и др.). Эта аналогія — не случайная или поверхностная: она вытекаетъ изъ одинаковости механическихъ условій.

Актинометрія.

§ **247. Чувствительные термоскопы: 1) Термомультипликаторъ.**—Снаряды, позволяющіе обнаруживать и измѣрять теплоту, получаемую чрезъ поглощеніе малыхъ количествъ лучистой энергіи

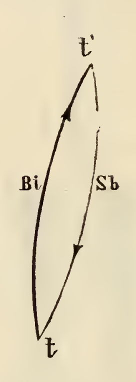
---

[1]) Если раскаленное тѣло, благодаря малымъ величинамъ E_λ и A_λ для красныхъ лучей, испускаетъ слишкомъ мало краснаго свѣта, то можетъ *казаться*, что каленіе начинается прямо съ желто-зеленаго цвѣта (къ которому глазъ болѣе чувствителенъ, § 209).

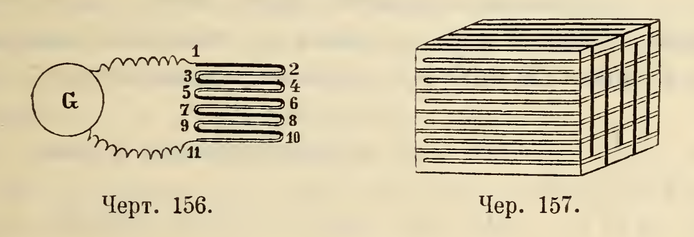
[2]) Обратность остается въ большей или меньшей мѣрѣ и при нѣкоторой разницѣ температуръ испусканія и поглощенія, какую мы должны были принять при опытѣ обращенія спектра, § 235.

(§ 240), суть *термомультипликаторъ* (Нòбили и Меллòни), *микрорадiометръ* (Бойса) и *болометръ* (Ланглея). Первые два основаны на принципѣ термоэлектричества, третiй — на измѣненiи электрическаго сопротивленiя тѣлъ въ зависимости отъ температуры.

1) Цѣпь, составленная изъ двухъ металлическихъ прутьевъ (всего лучше—изъ висмута и сурьмы, или нѣкоторыхъ сплавовъ), становится мѣстомъ электрическаго тока, какъ скоро два спая имѣютъ неодинаковую температуру (черт. 155, гдѣ $t' > t$): это—*термоэлектрическiй элементъ*. Соединяя «послѣдовательно» 2, 3,...n такихъ элементовъ въ *батарею* или *столбикъ* (черт. 156) и подвергая спаи 1-й, 3-й, 5-й,...—одной температурѣ, а 2-й, 4-й... —другой, получимъ токъ съ электродвижущею силою въ n разъ большею [1]). Токъ можетъ быть обнаруженъ гальваноскопомъ и измѣренъ, если этотъ послѣднiй градуированъ [2]); при малой разницѣ температуръ сила тока, *ceteris paribus*, ей пропорцiональна. Совокупность такой батареи и гальваноскопа назвали *термомультипликаторомъ*. Двѣ стороны батареи (одна — со спаями 1, 3, 5,... другая со спаями 2, 4,...) могутъ имѣть либо форму уз-



Черт. 155.



Черт. 156. Чер. 157.

кихъ полосъ («линейную»), что удобно при изслѣдованiи полосокъ спектра (черт. 156),—либо форму квадратныхъ площадокъ (чер. 157) 3). Стороны покрываютъ копотью.

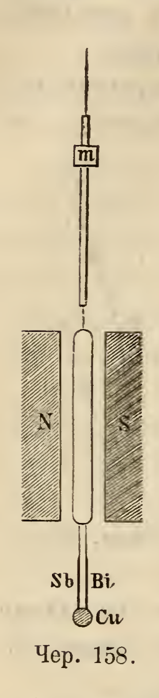
---

1) Сопротивленiе батареи въ n разъ больше, чѣмъ у одного элемента; но обыкновенно оно незначительно передъ сопротивленiемъ гальваноскопа.

2) Присоединенiе мѣдной проволоки гальваноскопа не вноситъ новой электродвижущей силы, если оба мѣста, гдѣ эта проволока соединяется съ остальною частью цѣпи, находятся при одной и той же температурѣ.

3) Промежутки между металлическими прутиками залиты изолирующимъ веществомъ.

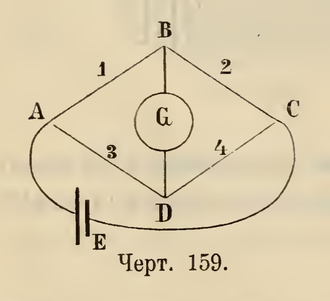
§ **248**. 2) **Микрорадіометръ** состоитъ изъ одного весьма легкаго термоэлектрическаго элемента, подвѣшеннаго, на тонкой кварцевой нити, между полюсами NS сильнаго магнита (черт. 158). Развитіе тока сопровождается отклоненіемъ висящей системы на нѣкоторый уголъ. Внизу металлы соединены кружочкомъ или полоской, на которую направляютъ лучи; вверху имѣется зеркальце m, при помощи котораго наблюдаютъ (по способу «зеркальнаго отсчета») малыя отклоненія. Снарядъ какъ бы совмѣщаетъ въ себѣ обѣ части термомультипликатора. Чувствительность тѣмъ больше, чѣмъ сильнѣе магнитное поле.



Чер. 158.

§ **249**. 3) **Болометръ**.—При нагрѣваніи металлической проволоки или пластинки увеличивается ея электрическое сопротивленіе. При данномъ количествѣ поглощаемой лучистой энергіи, производимое ею нагрѣваніе будетъ тѣмъ быстрѣе и сильнѣе, чѣмъ тоньше слой поглощающаго тѣла.

Представимъ себѣ комбинацію, называемую «Уитстоновымъ мостомъ» (черт. 159): 1, 2, 3, 4—четыре проводника, точки A и C соединены съ полюсами гальванической батареи E, точки B и D — съ борнами гальванометра G. Если сопротивленіе r_1, r_2, r_3, r_4 «плечъ» 1, 2, 3, 4 удовлетворяютъ условію



Черт. 159.

$$r_1 : r_2 = r_3 : r_4,$$

то въ гальванометрѣ токъ $= 0$. Но какъ скоро одно изъ плечъ нагрѣемъ или охладимъ, «равновѣсіе токовъ» нарушится, и гальванометръ обнаружитъ и измѣритъ это измѣненіе температуры.

«Плечо», нагрѣваемое лучами, дѣлаютъ изъ тончайшей металлической (Pt, Pd, Fe), или угольной нити или ленты (отъ 0,01 до 0,002 mm. толщиной, 0,5 — 0,05 mm. шириной), прямолинейной или въ видѣ рѣшотки (черт. 160). Чувствительность методы зависитъ отъ батареи и гальванометра.

Черт. 160.

Болометромъ, равно какъ и микрорадіометромъ. удавалось обнаруживать разницу температуръ меньше 0,000001°.

§ 250. Изслѣдованіе инфракраснаго спектра. — Своимъ термомультипликаторомъ Меллони могъ изслѣдовать невидимые инфракрасные лучи и показать, что они подчиняются тѣмъ же законамъ (отраженія, преломленія, дисперсіи и пр.), какъ и лучи свѣта. Разнородность инфракрасныхъ лучей по длинѣ волны (или по мѣсту въ спектрѣ) онъ называлъ *термохрозомъ* (теплоцвѣтностью). Позднѣйшія изслѣдованія показали, что эти лучи обнаруживаютъ также всѣ явленія интерференціи, диффракціи, двойного преломленія и пр. Въ инфракрасной части солнечнаго спектра были обнаружены «холодныя полосы»—перерывы, аналогичные Фраунгоферовымъ линіямъ видимаго спектра. Съ болометромъ удавалость прослѣдить инфракрасные лучи въ спектрѣ солнца до $\lambda=3\mu$, а отъ земныхъ источниковъ—до $\lambda=30$ (т.-е. 0,030 mm).

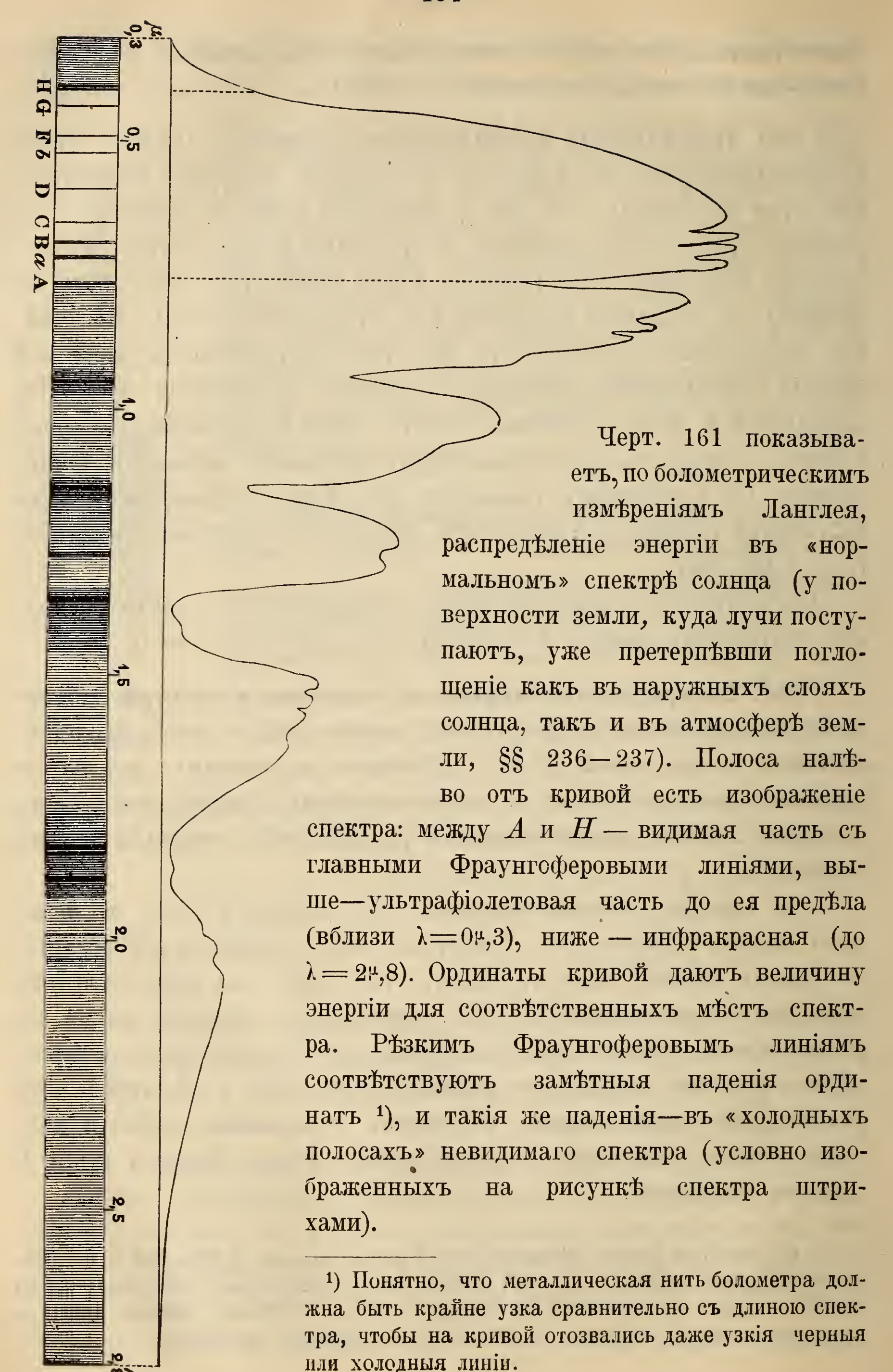
Для полученія возможно-полнаго инфракраснаго спектра слѣдуетъ употреблять призмы и чечевицы изъ каменной соли (§ 229).

§ 251. Распредѣленіе энергіи въ солнечномъ спектрѣ.—Актинометры, описанные въ §§ 247—249, даютъ общую методу для оцѣнки *всѣхъ* вообще лучей (§ 239). Измѣряя по частямъ энергію отдѣльныхъ равно-широкихъ полосокъ солнечнаго спектра, мы можемъ построить кривую, представляющую распредѣленіе энергіи въ этомъ спектрѣ.

Если спектръ полученъ призмою (изъ каменной соли), то *maximum* энергіи окажется въ извѣстной части инфракрасной области. Но призма вводитъ насъ въ обманъ, такъ какъ она гуще собираетъ лучи менѣе преломляемые [1]). Въ «нормальномъ спектрѣ», какой получается отъ диффракціонной рѣшотки, лучи распредѣляются равномѣрно—въ томъ смыслѣ, что равнымъ приростамъ λ соотвѣтствуютъ равныя доли длины спектра. Въ такомъ нормальномъ спектрѣ наиболѣе теплою оказывается область вблизи Фраунгоферовой линіи C (уже въ красномъ).

---

[1]) Въ этомъ не трудно убѣдиться изъ формулы $\mu(\lambda_0)$ въ § 160. Всѣ лучи значительной длины волны (до $\lambda_0=\infty$) имѣютъ почти одинаковый показатель ($=M$) и слѣд. упадутъ на одну и ту же линію, которая и будетъ рѣзкимъ нижнимъ предѣломъ спектра. (Рѣзкаго *верхняго* предѣла формула не дастъ).



Черт. 161.

Черт. 161 показываетъ, по болометрическимъ измѣреніямъ Ланглея, распредѣленіе энергіи въ «нормальномъ» спектрѣ солнца (у поверхности земли, куда лучи поступаютъ, уже претерпѣвши поглощеніе какъ въ наружныхъ слояхъ солнца, такъ и въ атмосферѣ земли, §§ 236—237). Полоса налѣво отъ кривой есть изображеніе спектра: между A и H — видимая часть съ главными Фраунгоферовыми линіями, выше—ультрафіолетовая часть до ея предѣла (вблизи $\lambda = 0^{\mu},3$), ниже — инфракрасная (до $\lambda = 2^{\mu},8$). Ординаты кривой даютъ величину энергіи для соотвѣтственныхъ мѣстъ спектра. Рѣзкимъ Фраунгоферовымъ линіямъ соотвѣтствуютъ замѣтныя паденія ординатъ [1]), и такія же паденія—въ «холодныхъ полосахъ» невидимаго спектра (условно изображенныхъ на рисункѣ спектра штрихами).

---

[1]) Понятно, что металлическая нить болометра должна быть крайне узка сравнительно съ длиною спектра, чтобы на кривой отозвались даже узкія черныя или холодныя линіи.

Химическія дѣйствія лучей.

§ 252. **Общія замѣчанія.**— Фотохимическія измѣненія, производимыя поглощенными лучами въ извѣстнаго рода тѣлахъ (изъ второй категоріи § 239), представляются то какъ соединенія, то какъ разложенія. Такъ смѣсь сухихъ газовъ H и Cl при освѣщеніи даетъ взрывъ, образуя соединеніе HCl. Съ другой стороны, отъ дѣйствія лучей галоидныя соли серебра (AgCl и пр.) разлагаются, выдѣляя часть галогена ($2AgCl = Ag_2Cl + Cl$), а если онѣ при этомъ—въ смѣси съ $AgNO_3$ или органическими веществами, то выдѣляютъ металлическое серебро. На этихъ реакціяхъ основаны дагерротипія и фотографія (§§ 255—256) [1].

§ 253. **Есть ли «химическіе лучи»?**—Прежде думали, что химическое дѣйствіе принадлежитъ только лучамъ высокой преломляемости и что ультрафіолетовые лучи суть *химическіе* по преимуществу. Это мнѣніе оказалось неточнымъ: недѣятельность красныхъ и др. лучей происходила главнымъ образомъ оттого, что они *не поглощались* свѣточувствительнымъ веществомъ. Прибавляя къ послѣднему такія примѣси (пигменты), которыя поглощали бы желтые, красные, инфракрасные лучи,—мы достигаемъ того, что разложеніе будетъ происходить и отъ этихъ лучей. Такимъ образомъ удалось фотографировать желтую, красную и инфракрасную область спектра (§ 254), фотографировать теплый, но не раскаленный предметъ въ темной комнатѣ.

Разложеніе углекислоты, всасываемой изъ атмосферы зелеными частями растеній, происходитъ преимущественно на счетъ красныхъ лучей солнца, которые поглощаются зеленымъ пигментомъ (хлорофилломъ) [2].

---

[1]) Наконецъ, въ нѣкоторыхъ тѣлахъ лучи вызываютъ какія-то молекулярныя измѣненія: бѣлый фосфоръ превращаютъ въ красный, аморфный селенъ—въ кристаллическій. Этотъ послѣдній при освѣщеніи становится болѣе электропроводящимъ; на этомъ основанъ *фотофонъ* для передачи звука. (Гибкое зеркало, вибрируя отъ падающихъ на него звуковыхъ волнъ, производитъ перемѣнное освѣщеніе селеновой пластинки, введенной, вмѣстѣ съ телефономъ, въ гальваническую цѣпь, и вызываетъ звучаніе пластинки телефона).

[2]) Этимъ лучамъ соотвѣтствуетъ наиболѣе рѣзкая черная полоса въ спектрѣ поглощенія хлорофилла, § 231.

Такимъ образомъ, приготовивъ вещество, по возможности равночувствительное ко всякимъ лучамъ, можно было бы пользоваться химическимъ дѣйствіемъ, такъ же какъ и тепловымъ, для измѣренія энергіи лучей вообще. Но такое измѣреніе не будетъ такъ точно, какъ тепловое, и всегда дастъ результаты нѣсколько различные, смотря по свойству употребленнаго вещества.

§ 254. **Фотограммы спектра.**—Зато химическое дѣйствіе даетъ лучшій способъ для точнаго *изображенія* спектра, въ томъ числѣ и его невидимыхъ глазу частей.

Бросая спектръ на обыкновенную фотографическую пластинку, мы получаемъ весьма быстро отпечатокъ верхнихъ частей (синей, фіолетовой, ультрафіолетовой), который проявляется и фиксируется по извѣстнымъ пріемамъ (§§ 255 — 256). Продленіемъ экспозиціи и употребленіемъ примѣсей (§ 253) удается фотографировать и остальныя части, даже инфракрасныя. Въ невидимыхъ частяхъ отпечатываются своего рода черныя (холодныя) линіи, т.-е. перерывы спектра, аналогичные Фраунгоферовымъ линіямъ (§ 250).

Обыкновенно фотографируютъ не призматическій, а диффракціонный (нормальный) спектръ, при чемъ прямо видны, по масштабу, длины волнъ. Таковы подробныя фотографіи солнечнаго спектра, снятыя и изданныя Ро́ландомъ [1]). Методы прилагаются не только къ спектру солнца, но и — другихъ источниковъ (наприм., металлическихъ паровъ въ вольтовой дугѣ, § 258).

Въ случаѣ солнечнаго свѣта, даже при употребленіи кварца вмѣсто стеколъ (§ 230), ультрафіолетовая часть не длинна (оканчивается на $\lambda = 0\mu,295$); вѣроятно, солнце испускаетъ и болѣе короткія волны, но онѣ не доходятъ до поверхности земли, ибо поглощаются атмосферой.

§ 255. **Понятіе о способахъ фотографіи: 1) Дагерротипія.**—Непосредственно пользуясь потемнѣніемъ серебряныхъ солей (особенно $AgCl$) отъ дѣйствія свѣта, мы можемъ получить остающееся

[1]) На нихъ, наприм., „линія“ натрія занимаетъ не менѣе 2 cm ширины (двѣ сложныя черныя полосы, между которыми видны до 17 другихъ линій, не принадлежащихъ натрію).

изображенie предмета въ камеръ-обскурѣ (на посеребренной и подвергнутой дѣйствiю хлора пластинкѣ) изображенie *негативное*. Но такой способъ требуетъ очень долгой экспозицiи. Для того, чтобы потомъ сдѣлать пластинку нечувствительною къ дальнѣйшему дѣйствiю свѣта, необходимо смыть (растворить) неразложенное AgCl, напримѣръ, растворомъ сѣрноватистокискаго натрiя (сѣрноватистонатровой соли, $Na_2S_2O_3+5H_2O$).

Дагерръ нашелъ, что, еще гораздо ранѣе замѣтнаго потемнѣнiя, пораженныя свѣтомъ мѣста пластинки прiобрѣтаютъ свойство осаждать пары ртути (прилипающiе въ видѣ *бѣлыхъ* шариковъ). Такимъ образомъ время экспозицiи сокращается и изображенiе получается прямо *позитивное*. (При этомъ способѣ AgJ дѣйствуетъ быстрѣе чѣмъ AgCl).

Полный процессъ *дагерротипiи* состоитъ слѣд. изъ трехъ операцiй: 1) экспозицiи, 2) «проявленiя» (парами ртути) изображенiя, дотолѣ невидимаго, и 3) «фиксированiя» его (удаленiя AgJ).

При замѣнѣ AgJ смѣсью AgJ съ AgBr и усовершенствованiи камеробскурныхъ объективовъ, время экспозицiи сократилось до нѣсколькихъ секундъ.

§ 256. **2) Дальнѣйшiе успѣхи фотографiи.**—Этотъ прiемъ уступилъ мѣсто другому, ведущему начало отъ То́лбота. Сущность его въ томъ, что получаютъ сперва *негативное* изображенiе (обыкновенно на стеклѣ, покрытомъ эмульсiею изъ бѣлка, желатины или коллодiя, пропитанныхъ AgJ и AgBr); потомъ—*позитивное* (на сухой чувствительной бумагѣ, пропитанной AgCl), которое можно снимать съ негатива въ произвольномъ числѣ экземпляровъ. Проявленiе негатива совершается чрезъ осажденiе Ag (въ видѣ *темнаго* порошка, прилипающаго на мѣстахъ, гдѣ подѣйствовалъ свѣтъ), посредствомъ обливанiя пластинки растворомъ желѣзнаго купороса, или пирогалловой кислоты, и пр. Позитивъ требуетъ только фиксированiя.

Позже стали употреблять для позитивовъ уже готовыя сухiя пластинки, вмѣсто того, чтобы приготовлять пластинку передъ самою экспозицiей и употреблять въ мокромъ видѣ.

Прежнiе дагерротипы и фотографiи невѣрно передавали оттѣнки разноцвѣтныхъ предметовъ: синее и фiолетовое выходило слишкомъ

бѣлымъ, красное и желтое—слишкомъ чернымъ. Въ настоящее время, пользуясь пріемомъ, который упомянутъ выше (§ 253), приготовляютъ *ортохромныя пластинки*: свѣточувствительная смѣсь поглощаетъ различные цвѣтные лучи въ той мѣрѣ, въ какой они представляются болѣе или менѣе яркими для глаза, и позитивъ получается съ правильнымъ соблюденіемъ оттѣнковъ [1]).

Лучи и электричество.

§ 257. **Электрическіе лучи Гертца.**—При электрическихъ разрядахъ (Румкорфова снаряда) были обнаружены (электрическими способами) эѳирныя волны съ весьма большими длинами волнъ (отъ нѣсколькихъ миллиметровъ до нѣсколькихъ метровъ), замѣтныя въ обыкновенномъ воздухѣ даже на нѣсколькихъ десяткахъ метровъ отъ разрядника или «вибратора» (§ 103). Онѣ составляютъ какъ бы продолженіе инфракраснаго спектра, подчиняются всѣмъ законамъ обыкновенныхъ лучей (отраженіе, преломленіе, интерференція и пр.), отъ которыхъ объективно отличаются только значительными величинами λ; пропускаются непроводниками электричества («діэлектриками»), не пропускаются металлами [2]).

§ 258. **Лучи малыхъ періодовъ.**—Съ другой стороны, спектръ электрическихъ источниковъ (вольтовой дуги, свѣтлыхъ разрядовъ) обиленъ лучами высокой преломляемости, какихъ нѣтъ въ спектрѣ солнца (§ 254). Дуговая электрическая лампа даетъ спектръ весьма длинный въ ультрафіолетовую сторону,—въ особенности, когда между углями имѣются металлы Al, Cd, Zn (въ случаѣ алюминія—

---

[1]) О цвѣтной фотографіи см. § 285.

Быстрота воспріимчивости (до $1/_{40000}$ сек.) новыхъ чувствительныхъ пластинокъ позволяетъ снимать „мгновенныя“ фотографіи и анализировать, посредствомъ ряда послѣдовательныхъ снимковъ, столь быстрыя движенія, какъ паденіе тѣлъ, полетъ птицы, движеніе пули, колебаніе струны. Съ другой стороны, накопленіе химическаго дѣйствія при долгой экспозиціи даетъ возможность фотографировать звѣзды, не видимыя даже посредствомъ телескоповъ.

[2]) Съ точки зрѣнія электромагнитной теоріи свѣта (§ 103), частицы обыкновеннаго источника свѣта и тепла представляются наподобіе электрическихъ вибраторовъ весьма малаго размѣра.

до $\lambda=0\mu,185$). Въ спектрѣ разрѣженнаго водорода (§ 228) обнаружены (фотографически) волны съ $\lambda=0\mu,100$ [1]).

§ 259. Электрическое дѣйствіе лучей.—Энергія обыкновенныхъ лучей, поглощаясь тѣлами, производитъ электрическія дѣйствія: незаряженное тѣло заряжается положительнымъ электричествомъ, отрицательно-заряженное—разряжается. Въ обыкновенныхъ случаяхъ такъ дѣйствуютъ только тѣ ультрафіолетовые лучи, которые не пропускаются стекломъ; на нѣкоторыя тѣла (K, Na, Rb и ихъ амальгамы) дѣйствуютъ и свѣтлые лучи. Дѣйствіе происходитъ черезъ воздухъ и другіе газы, въ которыхъ при этомъ обнаруживается конвективное теченіе электричества; дѣйствіе возрастаетъ съ разрѣженіемъ газа до извѣстнаго предѣла, затѣмъ опять слабѣетъ. Полагаютъ, что оно находится въ связи съ химическимъ дѣйствіемъ лучей на газъ (расщепленіемъ частицъ газа на атомы); впрочемъ, сущность явленія еще не выяснена.

Лучи и самосвѣченіе.

§ 260 Свѣченіе, производимое лучами.—Многія тѣла, подъ дѣйствіемъ свѣтлыхъ, а въ особенности—ультрафіолетовыхъ (и «катодныхъ») лучей, становятся временно самосвѣтящимися, не будучи накалены (§ 221). У иныхъ тѣлъ (алмазъ, нѣкоторые сѣрнистые металлы и проч.) свѣченіе длится болѣе или менѣе долго и по прекращеніи освѣщенія («инсоляціи»): тогда оно называется *фосфоресценціей* [2]).

---

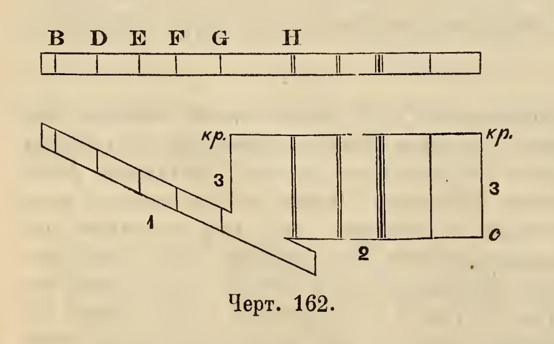
[1]) При разрядѣ въ крайне-разрѣженномъ газѣ отрицательный электродъ (катодъ) испускаетъ такъ называемые „катодные лучи", темные сами по себѣ, но способные вызывать свѣченіе газа и встрѣчаемыхъ преградъ, обладающіе фотографическимъ и сильнымъ тепловымъ дѣйствіемъ. Явленіе разсматривалось какъ потокъ частицъ разрѣженной матеріи; но возможно, что здѣсь мы имѣемъ настоящіе *лучи* особенно-высокой преломляемости. Эти „катодные лучи" слабо пропускаются даже газами; но сквозь тончайшія пленки (стекла, слюды, даже металловъ) могутъ проходить. Будучи выпущены изъ разрядной трубки сквозь такую пленку въ возможно-совершенную пустоту, они наблюдались на протяженіи >1 метра. Окончательно характеръ явленія еще не выясненъ. Рѣзкой особенностью катодныхъ лучей служитъ то, что ихъ можно отклонять дѣйствіемъ магнита.

[2]) Тѣмъ же именемъ называютъ длящееся свѣченіе, производимое другими причинами; мы говоримъ здѣсь только о фосфоресценціи чрезъ инсоляцію.

У другихъ тѣлъ оно исчезаетъ, повидимому, мгновенно, какъ скоро внѣшніе лучи устранены: это—*флуоресценція* (изслѣдована Стоксомъ). Такъ, наприм., въ пучкѣ лучей солнца или дуговой лампы—полномъ, или пропущенномъ сквозь фіолетовое стекло (и содержащемъ только синіе, фіолетовые и часть ультрафіолетовыхъ лучей)—эскулинъ и кислый сѣрнокислый хининъ (въ растворѣ) свѣтятся голубымъ свѣтомъ; стекло, окрашенное ураномъ, и флуоресцеинъ—зеленымъ, эозинъ — мутно-желтымъ; хлорофиллъ (экстрактъ) — краснымъ.

Лучи, возбуждающіе свѣченіе, претерпѣваютъ въ свѣтящемся тѣлѣ поглощеніе. Такимъ образомъ лучи, прошедшіе чрезъ толстый слой флуоресцирующаго тѣла, уже лишены способности вызывать флуоресценцію въ другомъ слоѣ того же тѣла.

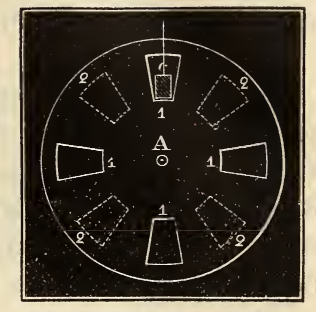
§ **261. Спектръ флуоресценціи.**—Если принять спектръ солнца и т. п. на экранъ, покрытый или пропитанный флуоресцирующимъ веществомъ, то видимый спектръ удлинняется: ультрафіолетовая часть становится явственно видимой и получаетъ ту или другую окраску. Получивъ спектръ отъ короткой вертикальной щели и разсматривая его сквозь горизонтальную призму, мы увидимъ, кромѣ обычнаго косого спектра (1) перекрестныхъ призмъ, еще придатокъ (2)—результатъ разложенія возбужденныхъ лучей (черт. 162; ср. § 166, черт. 109). (Въ этомъ придаткѣ цвѣтныя полосы горизонтальны, и линіи, соотвѣтственныя Фраунгоферовымъ, идутъ поперекъ черезъ всѣ цвѣта).



Черт. 162.

§ **262. Фосфороскопъ.**—Въ сущности, флуоресцирующія тѣла *не мгновенно* теряютъ свое свѣченіе, и различаются отъ фосфоресцирующихъ только тѣмъ, что съ устраненіемъ внѣшнихъ лучей свѣченіе теряется *быстрѣе*. Чтобы доказать, что оно все-таки по прекращеніи освѣщенія длится нѣкоторое время, хотя очень короткое, употребляютъ *фосфороскопъ*. Тѣло *c* (черт. 163) помѣщается между двумя кружками цилиндриче-

ской коробки; изъ нихъ передній (обращенный къ наблюдателю) имѣетъ окошечки 1, 1,..., а задній (принимающій лучи свѣта) окошечки 2, 2,... Оба кружка приводятся во вращеніе около оси *A*. Если оно медленно, то предметъ *c* невидимъ; но если вращеніе быстро, то свѣченіе, возбужденное лучами, не успѣетъ исчезнуть къ тому времени, когда отверстіе 2 замѣнится отверстіемъ 1: предметъ *c* все время свѣтится и все время видимъ.



Черт. 163.

§ 263. Истощеніе фосфоресценціи.— Свѣченіе, возбужденное путемъ предварительной инсоляціи, быстрѣе истощается при нагрѣваніи фосфоресцирующаго тѣла. То же дѣйствіе оказываютъ инфракрасные лучи. Часть такой свѣтящейся поверхности, пораженная инфакрасными лучами, сперва свѣтится сильнѣе, а затѣмъ, быстрѣе истощивъ свою способность свѣченія, представляется темною на окружающемъ (еще свѣтящемся) фонѣ, на который не дѣйствовали такіе лучи. Такимъ путемъ можно получать «фосфорограмму» инфракраснаго спектра (она будетъ *негативная,* т.-е. холодныя полосы представляются свѣтлыми, теплыя мѣста—темными).

§ 264 Измѣненіе періода лучей при флуоресценціи. Калоресценція. — Вообще лучи, испускаемые флуоресцирующимъ тѣломъ, имѣютъ болѣе низкія степени преломляемости, чѣмъ лучи возбуждающіе (внѣшніе), какъ видно изъ черт. 162. Такимъ образомъ здѣсь происходитъ какъ бы превращеніе лучей въ лучи *большаго періода.* Общее правило о неизмѣнности періода (§ 105) этимъ однакожъ не нарушается: превращеніе не есть непосредственное, а является какъ слѣдствіе поглощенія: энергія короткихъ волнъ исчезаетъ, сообщая тѣлу способность испускать болѣе длинныя волны.

Съ другой стороны, собирая инфракрасные лучи источника высокой температуры (напр., лучи солнца, прошедшіе чрезъ растворъ J въ CS_2, § 230) въ фокусѣ чечевицы или зеркала, мы можемъ этими невидимыми лучами раскалить до красна платиновую проволоку и т. п. Здѣсь тоже происходитъ какъ бы превращеніе невидимыхъ лу-

чей въ видимые—чрезъ *повышеніе преломляемости;* правильнѣе сказать: поглощая только инфракрасные волны, тѣло начинаетъ испускать и болѣе короткія волны, дѣйствующія на глазъ. Явленіе называется *калоресценціей* [1]).

§ 265. Обзоръ дѣйствій лучистой энергіи.—Мы видимъ, что отъ различныхъ источниковъ свѣта и тепла могли быть обнаружены волны различной длины, примѣрно отъ 30μ до 0μ,1 (т.-е. болѣе 8 октавъ, выражаясь акустически); эти предѣлы расширяются еще больше, если причислять лучи Гертца, получаемые при электрическихъ разрядахъ.

Всѣмъ этимъ лучамъ, въ большей или меньшей мѣрѣ, свойственны слѣдующія дѣйствія на тѣла, которыми они поглощаются: 1) нагрѣваніе; 2) измѣненіе химическаго или молекулярнаго строенія; 3) возбужденіе электрическихъ зарядовъ и токовъ; 4) возбужденіе или измѣненіе самосвѣченія.

Только немногія изъ эѳирныхъ волнъ (въ предѣлахъ отъ 0μ,8 до 0μ,3 или 0μ,2, т.-е. не болѣе двухъ октавъ) имѣютъ, кромѣ того, свойство: 5) вызывать непосредственно ощущеніе свѣта.

§ 266. Неразлучность этихъ дѣйствій.—Въ прежнія времена была мысль, что лучъ теплый, лучъ свѣтлый, лучъ химическій суть явленія объективно-различныя, хотя и сопровождающія другъ друга; что спектръ, нами изслѣдуемый, есть совмѣщеніе (наложеніе) отдѣльныхъ спектровъ—теплового, свѣтового, химическаго; что въ каждую точку спектра падаютъ три или болѣе лучей, съ одинаковымъ періодомъ, но съ различными свойствами и дѣйствіями.

Опыты Меллони и всѣ позднѣйшіе показали, что это не такъ: всякая попытка — выдѣлить изъ даннаго монохроматическаго луча такую часть, которая бы *только* свѣтила, не нагрѣвая, или только грѣла, не дѣйствуя на глазъ, и т. п., — оказывается несостоятельною. Превращеніе свѣтлаго *и* теплаго пучка (напр., бѣлаго) въ столь

---

[1]) При этомъ опытѣ существенно-необходимо, чтобъ источникъ лучей имѣлъ *болѣе высокую* температуру, чѣмъ та, какой мы хотимъ достигнуть. Лучи, даже и при концентраціи ихъ зеркалами и чечевицами, не могутъ сообщить тѣлу температуры выше той, какую имѣетъ источникъ (это противорѣчило бы второму закону Термодинамики).

же свѣтлый, но менѣе теплый (напр., по проходѣ сквозь стекло), происходитъ не оттого, что свѣтъ луча прошелъ, а теплота задержана,— а оттого, что теплые *свѣтлые* лучи прошли, а теплые *темные* (инфракрасные) не были пропущены.

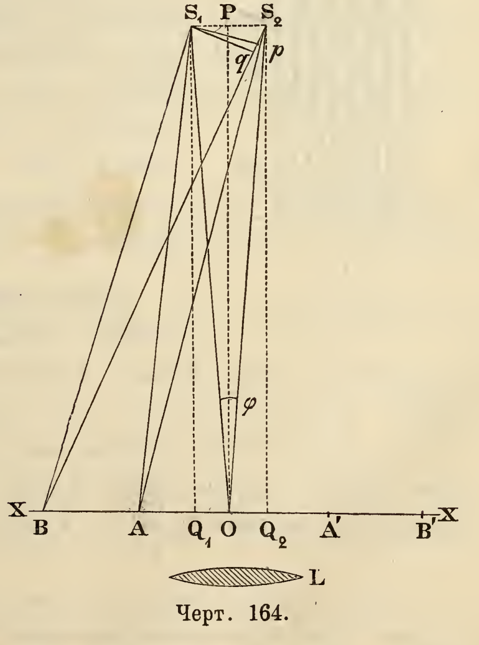
Такимъ образомъ всѣ свойства даннаго простого луча *неразлучны*, какъ аттрибуты *одного и того же* объективнаго явленія (эѳирной волны съ извѣстнымъ періодомъ колебаній). Всякое ослабленіе, напр., свѣтового дѣйствія такого луча сопровождается соотвѣтственнымъ ослабленіемъ теплового и др. дѣйствій. Говорить объ отдѣльныхъ спектрахъ—тепловомъ, свѣтовомъ и пр.—неправильно.

G. Интерференція свѣта.

Опыты Френеля и др.—Стоячія волны свѣта.

§ 267 **Принципъ опыта.**—Принципъ интерференціи волнъ (§ 53) впервые примѣненъ въ Оптикѣ Юнгомъ. Этимъ принципомъ мы пользовались, объясняя отраженіе и преломленіе волнъ. Нижеслѣдующіе опыты имѣютъ цѣлью показать существованіе интерференціи свѣта болѣе прямымъ и очевиднымъ путемъ.

Пусть будутъ S_1 и S_2 (черт. 164) двѣ тожественныя свѣтящія точки, испускающія монохроматическій свѣтъ съ длиною волны λ. Пусть эти точки весьма сближены, такъ что въ каждую точку даже не очень отдаленнаго экрана XX лучи изъ S_1 и изъ S_2 проходятъ подъ малымъ угломъ.



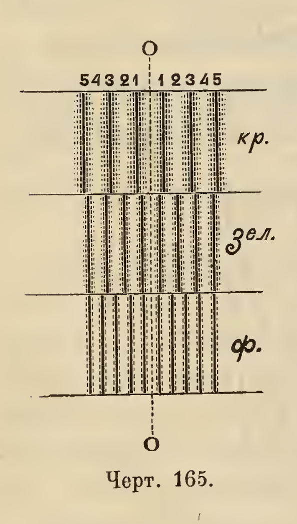
Черт. 164.

Лучи $S_1 O$ и $S_2 O$, идущіе къ точкѣ O, проходятъ путями равной длины; слѣд., если они вышли изъ S_1 и S_2 съ одинаковою фазой, то придутъ въ O также согласными.

Но въ сторонѣ отъ O, напр. въ A и A', найдутся такія точки, что $S_2A - S_1A = S_2p = \lambda/2$. Такіе два луча, S_2A и S_1A, имѣющіе равный періодъ, равную амплитуду и (почти) одинаковое направленіе, въ точкѣ A *погасятъ* другъ друга. Въ A и A' получатся *темныя* точки.

Для точекъ B и B', гдѣ разность хода лучей ($S_2B - S_1B = S_2q) = 2.\lambda/2$, получится взаимное подкрѣпленіе лучей. И т. д.

Слѣд. на линіи XX образуется рядъ чередующихся *maxima* и *minima* освѣщенія: отъ O до A освѣщеніе убываетъ почти до нуля, а отъ A до B вновь возрастаетъ до maximum'а, и т. д. На экранѣ образуется рядъ свѣтлыхъ и темныхъ полосъ, изъ которыхъ средняя (свѣтлая)—въ точности, а прочія—приблизительно прямолинейны и перпендикулярны къ плоскости чертежа [1]).



Черт. 165.

§ 268. Явленіе въ различныхъ цвѣтахъ.—Употребляя монохроматическій свѣтъ большей или меньшей длины волны, мы должны получать большія или меньшія разстоянія между полосами (черт. 165). Въ случаѣ бѣлаго свѣта, maxima и minima различныхъ цвѣтовъ не совпадаютъ, и полосы будутъ *окрашены* (вообще говоря, смѣшанными цвѣтами); только центральная полоса, гдѣ разность хода $x = 0$ для всѣхъ цвѣтовъ, будетъ *бѣлая*.

§ 269. Зеркала и бипризма Френеля. — Чтобы получить двѣ тожественныя и близкія свѣтящія точки, Френель прибѣгалъ къ отраженію или преломленію.

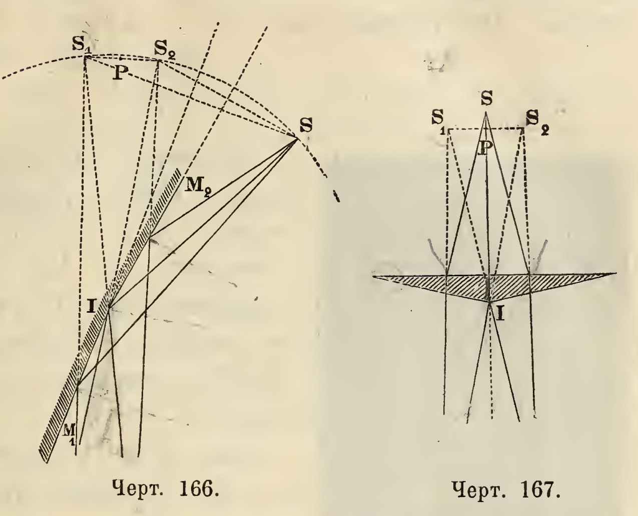
1) На черт. 166 представлены *два зеркала, сходящіяся подъ очень тупымъ* (почти 180°) *угломъ;* свѣтящая точка S даетъ (на окружности, описанной около I радіусомъ IS) два мнимыя изобра-

---

[1]) Строго говоря, совокупность точекъ пространства, къ коимъ лучи изъ S_1 и S_2 приходятъ съ одинаковой разностью хода, составитъ *гиперболоидъ вращенія* (съ осью S_1S_2 и фокусами въ S_1 и S_3). Пересѣченіе его съ экраномъ даетъ *гиперболы.*

женія S_1 и S_2; лучи, идущіе отъ S_1 и S_2, и даютъ интерференцію. (Зеркала должны быть съ *одной* отражающей поверхностью, т. - е. изъ чернаго стекла, или изъ стекла посеребреннаго спереди [1]).

2) На черт. 167 представлена *бипризма*, состоящая какъ бы изъ двухъ тонкихъ призмъ, сросшихся основаніями. Лучи свѣтящей точки S, по преломленіи, даютъ два пучка приблизительно гомоцентрическіе, выходящіе изъ двухъ точекъ S_1 и S_2; они и подвергаются интерференціи.



Черт. 166.

Черт. 167.

Вмѣсто *точки* S лучше брать свѣтящую *линію* (освѣщенную щель), ставя ее параллельно ребру встрѣчи зеркалъ (I), или ребрамъ бипризмы. Полосы ярче, чѣмъ отъ свѣтящейся точки, и прямолинейны.

§ 270. **Измѣреніе длины волнъ**.—Такіе опыты, съ монохроматическимъ свѣтомъ, могутъ служить для измѣренія длины свѣтовыхъ волнъ.

Называя (черт. 164) $S_1S_2 = 2a$ $PO = D$, $AO = x_1$, имѣемъ $AQ_2 = x_1 + a$, $AQ_1 = x_1 - a$; слѣд.

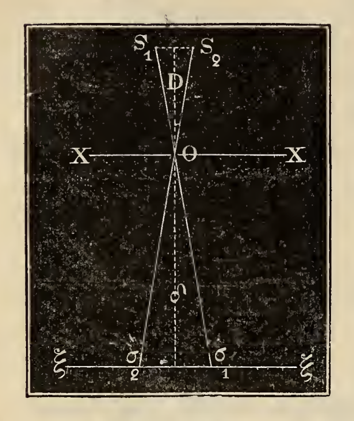
$$AS_2 = \sqrt{D^2 + (x_1 + a)^2},\ AS_1 = \sqrt{D^2 + (x_1 - a)^2}.$$

Такъ какъ $(x_1 + a)$ и $(x_1 - a)$ малы сравнительно съ D, то, разлагая по биному Ньютона и удерживая только малые члены 1-го

[1]) Вмѣсто двухъ зеркалъ можно употреблять *одно*, заставляя лучи, отраженные подъ весьма большимъ угломъ (почти стелящіеся по зеркалу), интерферировать съ лучами прямыми, идущими мимо зеркала.

порядка, получимъ $AS_2 - AS_1 = \lambda/2 = 2ax_1/D$. Точно также для n-й (свѣтлой или темной) полосы

$$\frac{n\lambda}{2} = \frac{2ax_n}{D}.$$



Черт. 168.

Отношеніе a/D ($=\tan{}^1/_2\psi$, черт. 164) можно найти угломѣрнымъ снарядомъ, визируя S_1 и S_2 изъ точки O. Или можно поставить по XX экранъ съ узкимъ прорѣзомъ при O (черт. 168), принять на экранъ $\xi\xi$ изображенія σ_1, σ_2 линій S_1, S_2, и смѣрить $\sigma_1 \sigma_2$ и δ; тогда $2a/D = \sigma_1 \sigma_2/\delta$.

Зная a/D и измѣривъ x_n, найдемъ λ. — Мы видимъ, что разстоянія x_n будутъ тѣмъ больше, чѣмъ меньше a и чѣмъ больше D.

§ 271. **Употребленіе лупы**. — Вмѣсто того, чтобы подставлять экранъ и разсматривать полосы посредствомъ диффузныхъ лучей, лучше смотрѣть сквозь лупу L (черт. 164). Пусть XX есть та плоскость, точки которой (O, Q_2, Q_1,...) ясно видны наблюдателю сквозь лупу («предметная плоскость лупы»); тогда онъ увидитъ тѣ свѣтлыя и черныя линіи, какія происходятъ на этой плоскости (въ воздухѣ).

Оправа лупы снабжается діафрагмою съ паутинной нитью; если эта нить видна ясно, то она лежитъ въ той же плоскости XX. Нить направляютъ параллельно полосамъ, и она (или—вся лупа съ нитью) можетъ передвигаться параллельно XX микрометрическимъ винтомъ. Наводя нить на центральную, а потомъ на другую полосу, замѣтивъ сколько оборотовъ винта сдѣлано при этомъ, и зная, какъ великъ ходъ винта, мы точно опредѣлимъ x_n.) (Разстояніе D нужно считать именно отъ плоскости XX.)

Лупа съ такимъ приспособленіемъ представляетъ *окуляръ-микрометръ*.

§ 272. **Разность хода не измѣняется глазомъ и оптическими стеклами.**—Переломленіе лучей въ глазу наблюдателя, а также и

употребленіе лупы не вносятъ никакого измѣненія въ наши разсчеты о разностяхъ фазъ лучей: по § 143 два луча (напр. S_1A и S_2A, черт. 164), прошедшіе черезъ одну точку (A) и затѣмъ сведенные (лупой и глазомъ) опять въ одну точку (на сѣтчаткѣ), явятся въ эту послѣднюю съ тою разностью фазъ, какую имѣли въ A. Это замѣчаніе распространяется на всѣ тѣ случаи, когда, для наблюденія явленій интерференціи, мы прибѣгаемъ къ чечевицамъ и зрительнымъ трубамъ [1]).

§ **273. Дѣйствіе тонкой пластинки.** — Если передъ однимъ изъ зеркалъ, или передъ одной половиной бипризмы, поставимъ тонкое плоскопараллельное стекло, то вся система полосъ смѣщается въ сторону стекла (черт. 169). Изъ этого еще ранѣе опытовъ Фуко (§ 119), заключили, что свѣтъ въ стеклѣ распространяется медленнѣе, чѣмъ въ воздухѣ.

Черт. 169.

Пусть e—толщина стекла, μ—показатель преломленія, и пусть центральная полоса O смѣстилась на разстояніе, соотвѣтственное n промежуткамъ (считая, какъ на черт. 165, какъ свѣтлыя, такъ и темныя полосы). По § 144 удлиненіе оптическаго пути отъ S_2 до O, произведенное стекломъ, $=(\mu-1)e$; слѣд.

$$(\mu-1)e = n\frac{\lambda}{2}.$$

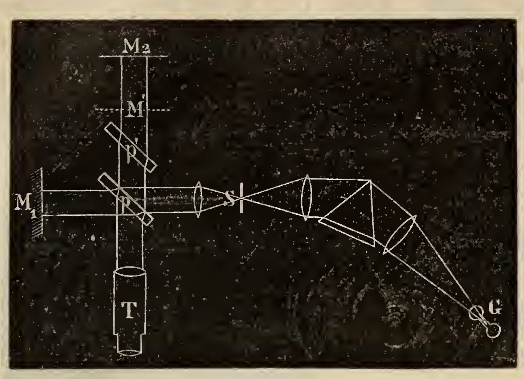
(Этимъ способомъ можно опредѣлять μ и малыя измѣненія μ, наприм. отъ температуры.)

§ **274. Метода Майкельсона.**—Первые опыты интерференціи (Гримальди, Юнга) производились съ двумя малыми отверстіями, освѣщенными однимъ источникомъ свѣта, и имѣли по существу *диффракціонный* характеръ. И въ опытахъ Френеля, строго говоря, имѣемъ явленіе смѣшанное: ребро пересѣченія зеркалъ (или тупое ребро бипризмы) даетъ начало еще особымъ диффракціоннымъ полосамъ

---

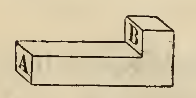
[1]) Надо помнить, что это замѣчаніе относится лишь къ такимъ лучамъ, которые, между исходной точкой и точкой встрѣчи, подвергаются преломленіямъ или отраженіямъ *на однѣхъ и тѣхъ же поверхностяхъ непрерывной кривизны* (§ 143). Въ опытахъ Френеля два луча, вышедшіе изъ S и сошедшіеся въ A, получаютъ разность фазъ, но это—благодаря тому, что два зеркала (или двѣ грани у тупого угла бипризмы) не представляютъ одной поверхности съ непрерывною кривизною.

(§ 294). Нижеслѣдующее видоизмѣненіе опыта съ двумя зеркалами свободно отъ такого усложненія.



Черт. 170.

Освѣщенная щель S (черт. 170) посылаетъ параллельные пучки лучей на стеклянную пластинку p, наклоненную къ оси S_p подъ угломъ 45^0 и слегка посеребренную на передней (обращенной къ источнику) сторонѣ. Часть лучей проходитъ сквозь p, отражается отъ плоскаго зеркала M_1, отъ серебрянаго слоя p и входитъ въ трубу T; другая часть лучей отражается отъ p на зеркало M_2 (перпендикулярное къ M_1), а отъ него, сквозь p, также идетъ въ T. Интерференція между тѣми и другими лучами происходитъ въ такихъ условіяхъ, какъ будто бы одни отражались отъ M' (изображенія плоскости M_1 въ зеркалѣ p), тогда какъ другіе отражаются отъ M_2 [1]). Посредствомъ микрометрическаго винта зеркало M_2 можетъ передвигаться параллельно себѣ, причемъ разстояніе между M_2 и M' можно измѣнять по произволу. При маломъ разстояніи полосы интерференціи видны и съ бѣлымъ источникомъ свѣта, при большомъ—нужно освѣщеніе монохроматическое (§ 276).



Черт·171.

§ 275. Примѣненіе къ измѣренію λ.—Эта метода позволяетъ точно измѣрять длину волны. Для этого приготовляютъ масштабъ въ формѣ черт. 171, гдѣ плоскости A и B — параллельныя и зеркальныя, и разстояніе ихъ точно измѣрено. Масштабъ помѣщаютъ вдоль $M'M_2$ (черт. 170) такъ, чтобы плоскость M' совпала съ A; потомъ его подвигаютъ микрометрически до тѣхъ поръ, пока M' не совпадетъ съ B (о совпаденіи судятъ по расположенію полосокъ). Сосчитавъ

---

[1]) Лучи, идущіе въ трубу отъ M_1, сравнительно съ идущими отъ M_2, дѣлаютъ два лишнихъ перехода сквозь *стекло* p; чтобы наверстать происходящую отсюда разность фазъ, помѣщаютъ въ p' другое стекло.

число монохроматическихъ полосокъ, прошедшихъ черезъ нить трубы, узнаемъ разстояніе AB въ длинахъ волны даннаго свѣта.

§ 276. **Интерференція при большой разницѣ хода.**—Въ бѣломъ свѣтѣ число замѣтныхъ (цвѣтныхъ) полосъ бываетъ не велико; другими словами, интерференція замѣтна только при неслишкомъ большихъ разницахъ хода лучей. Это понятно, такъ какъ одна и та же разница хода, если она не слишкомъ мала, будетъ содержать нечетное число полуволнъ для нѣкотораго значенія λ, и четное—для значенія весьма близкаго (для смежнаго тона свѣта).

Если навести щель спектроскопа на ту часть поля зрѣнія, гдѣ полосы уже не замѣтны непосредственно, то увидимъ спектръ съ темными полосками, которыя свидѣтельствуютъ о взаимномъ погашеніи извѣстнаго рода лучей (метода Физó и Фукó). Такимъ образомъ удавалось прослѣдить интерференцію при разницахъ хода, соотвѣтствующихъ нѣсколькимъ тысячамъ λ.

Въ почти однородномъ свѣтѣ натрія или таллія число полосъ (черныхъ и свѣтлыхъ), наблюдаемыхъ непосредственно, весьма велико; но и здѣсь онѣ, съ удаленіемъ отъ центральной, становятся менѣе ясными и наконецъ незамѣтными. И здѣсь это слѣдуетъ приписать несовершенной монохроматичности свѣта [1]). Лучше всего брать источникомъ свѣта Гейслерову трубку (§ 228) съ разрѣженнымъ газомъ или паромъ, выдѣляя изъ ея спектра призмою одну свѣтлую линію, какъ представлено на черт. 170 [2]). При такихъ условіяхъ метода Майкельсона позволяла наблюдать полосы при разности хода до 0,5 m (около 850000 λ для зеленыхъ лучей). Наибольшая разность хода, при которой еще замѣтна интерференція, — лучшій критерій однородности свѣта.

Строго-однороднаго свѣта (дающаго одну математическую линію въ спектрѣ) мы не можемъ имѣть: еслибы даже колебанія въ источникѣ свѣта имѣли одинъ вполнѣ опредѣленный періодъ, и тогда мы получили бы въ спектрѣ полосу съ нѣкоторой шириной

---

[1]) Свѣтъ паровъ натрія дихроматиченъ, и двѣ величины λ разнятся на 1/983 долю, такъ что 983. $\lambda'/2=984.\ \lambda''/2$; при такой разности хода свѣтлая полоса для тона λ' совпадаетъ съ темною полосой тона λ''.—Зеленая линія таллія имѣетъ нѣкоторую ширину и, повидимому, многократна.

[2]) Особенно однороденъ свѣтъ красной линіи металла *кадмія* ($\lambda=0^{\mu},6439$).

(т.-е. не вполнѣ монохроматическій свѣтъ). Въ самомъ дѣлѣ: 1) Колеблющіяся частицы источника совершаютъ различныя *поступательныя движенія*, а это, по принципу Допплера (§ 238), должно вести къ измѣненіямъ періода волнъ, приходящихъ къ наблюдателю. 2) Отъ времени до времени можетъ подвергаться измѣненіямъ *фаза* колебаній (т.-е. постоянная фазы, § 8), наприм., вслѣдствіе того, что однѣ частицы вспыхиваютъ, другія гаснутъ; это также равносильно измѣненіямъ періода § 15, прим.) 3) Въ свое время мы увидимъ, что свѣтовыя колебанія поперечны (§ 314), и что въ такъ-называемомъ «естественномъ» лучѣ постоянно измѣняется *типъ* колебанія [1]), что также несовмѣстимо со строгой однородностью [2]).

Въ томъ случаѣ, когда для интерференціи берется quasi-однородный свѣтъ (напр. отъ одной полоски газоваго спектра), предѣлъ интерференціи опредѣляется степенью этой однородности. Если же мы выдѣляемъ узкую полоску изъ непрерывнаго спектра, или наблюдаемъ интерференцію по способу Физо и Фуко (спектроскопомъ), предѣлъ интерференціи опредѣляется разлагающею силою спектральныхъ снарядовъ.

§ 277. Необходимость общаго источника лучей.—Опыты интерференціи *не* удаются (даже въ лучахъ монохроматическихъ) съ двумя *независимыми* источниками свѣта (такими слѣдуетъ считать даже двѣ возможно малыя части одной и той же свѣтящей поверхности). Это-то и заставляетъ прибѣгать къ раздвоенію системы волнъ, посылаемыхъ *одною и тою же* точкой или линіей.

Причины этой неудачи понятны. Какъ бы ни былъ малъ источникъ свѣта, онъ представляетъ собою множество свѣтящихъ точекъ, колеблющихся *независимо* одна отъ другой. Въ той точкѣ пространства, куда изъ двухъ точекъ, взятыхъ на томъ и другомъ источникѣ, доходятъ дѣйствія согласныя,—отъ двухъ другихъ приносятся дѣйствія несогласныя; въ этихъ условіяхъ яркость не зави-

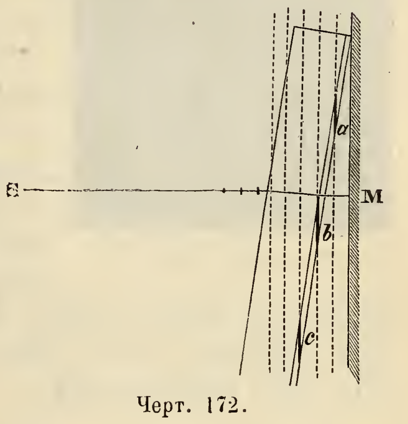
---

[1]) Траекторія (въ общемъ случаѣ эллиптическая, § 22 прим.) измѣняетъ форму и положеніе; направленіе движенія—то правое, то лѣвое (§ 324).

[2]) Строго-монохроматическимъ могъ бы быть только лучъ *поляризованный* (въ общемъ случаѣ—эллиптическій, § 323). Но поляризуя обыкновенными способами лучъ естественный, получимъ колебаніе съ измѣнчивой фазой.

ситъ отъ разницы хода лучей и, благодаря безпорядочному распредѣленія фазъ въ смежныхъ свѣтящихъ точкахъ, представляется просто суммою двухъ яркостей, какъ отъ лучей неспособныхъ интерферировать (§ 36).

§ **278. Стоячія волны.**—Интерференція *встрѣчныхъ* лучей, дающая *стоячія волны* (§ 55), обнаружена недавно слѣдующимъ опытомъ Винера. Къ плоскому зеркалу M (посеребренному спереди стеклу) прислоняютъ подъ малымъ угломъ стеклянную пластинку, покрытую весьма тонкимъ слоемъ свѣточувствительнаго коллодія (§ 256), и освѣщаютъ перпендикулярными лучами (черт. 172). Вслѣдствіе интерференціи падающихъ лучей (SM) съ отраженными (MS), происходятъ стоячія волны (§ 59), съ узловыми плоскостями, параллельными зеркалу и отстоящими одна отъ другой на весьма малыя разстоянія $= \lambda/2$. Въ этихъ узловыхъ плоскостяхъ коллодій не подвергается химическому дѣйствію свѣтовыхъ колебаній, и на немъ, въ мѣстахъ a, b, c..., остаются свѣтлыя полоски на потемнѣвшемъ фонѣ. Разстояніе полосъ, при маломъ углѣ между пластинкой и зеркаломъ, настолько велико, что онѣ замѣтны глазу даже безъ лупы.

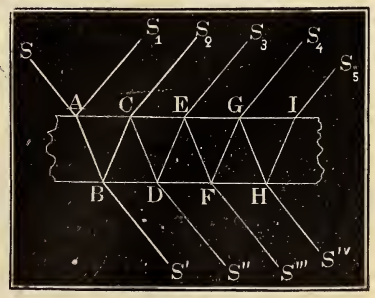


Черт. 172.

Цвѣта тонкихъ и толстыхъ пластинокъ.

§ **279. Принципъ опыта.** — Интерференцію безо всякой примѣси диффракціонныхъ явленій можно получать при отраженіи и преломленіи лучей въ прозрачныхъ пластинкахъ.

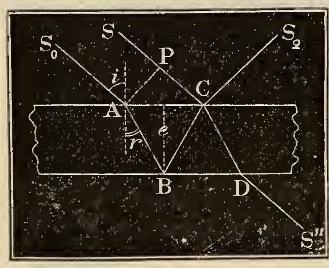
Лучъ SA (черт. 173), падая на плоскопараллельную пластинку (напр. стеклянную), даетъ цѣлую систему отраженныхъ лучей AS_1, CS_2... постепенно убывающей яркости, и си-



Черт. 173.

стему преломленныхъ лучей BS', DS'', . . . , также убывающей яркости. Если падаютъ лучи параллельнымъ пучкомъ, то по всякой изъ линій CS_2, DS'', . . . пойдутъ лучи различнаго происхожденія, которые и будутъ интерферировать.

Чтобы произвести сложеніе всѣхъ отраженныхъ лучей, или всѣхъ преломленныхъ, надо знать ихъ амплитуды и фазы. Мы ограничимся первымъ приближеніемъ: будемъ обращать вниманіе только на *первые два* (наиболѣе яркіе) изъ числа отраженныхъ лучей и на первые два преломленные.



Черт. 174.

§ 280. Разность хода проходящихъ лучей.—При такомъ упрощеніи, всякій *проходящій* лучъ, наприм. DS'' (черт. 174), надо считать составленнымъ изъ двухъ; одинъ шелъ путемъ $SCDS''$, другой путемъ S_0ABCDS''. Въ точкахъ A, P плоскости падающей волны лучи эти были въ одинаковой фазѣ; послѣ этого первый шелъ путемъ PC, второй—путемъ ABC, а затѣмъ, отъ точки C, путь ихъ опять одинаковъ. Пусть свѣтъ—монохроматическій. На прохожденіе пути ABC требуется время

$$\tau_0 = \frac{AB+BC}{V'} = \frac{2e}{\cos r} \cdot \frac{\mu}{V},$$

гдѣ V' — скорость свѣта даннаго періода въ веществѣ пластинки, V — скорость свѣта въ воздухѣ, μ — показатель преломленія изъ воздуха въ пластинку, e — толщина послѣдней.

На прохожденіе пути PC требуется время

$$\tau = \frac{PC}{V} = \frac{AC.\sin i}{V} = \frac{2e\tan g\, r.\sin i}{V}.$$

Слѣд. *запаздываніе* 1-го луча передъ 2-мъ будетъ:

$$\tau_0 - \tau = \frac{2e\mu}{V}\left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r}\right) = \frac{2e\mu\cos r}{V};$$

а *разность хода* двухъ лучей будетъ (§ 144);

$$\Delta = \lambda . \frac{\tau_0 - \tau}{T} = 2e\mu \cos r.$$

Когла $\tau_0 - \tau = 0$, T, $2T, \ldots$ (или когда $2e\mu\ \cos r = 0$, λ, $2\lambda, \ldots$), проходящіе лучи будутъ имѣть *maximum* яркости; когда же $\tau_0 - \tau = {}^1/_2 T$, ${}^3/_2 T, \ldots$ (или $2e\mu\ \cos r = {}^1/_2\lambda$, ${}^3/_2\lambda, \ldots$), лучи будутъ частію взаимно погашаться и дадутъ *minimum* яркости.

Такимъ образомъ, если будемъ измѣнять толщину пластинки, или измѣнять наклонъ лучей, — пластинка будетъ казаться то болѣе прозрачною, то менѣе прозрачною (темною) для наблюдателя, смотрящаго сквозь нее на свѣтъ.

Если освѣщеніе бѣлое, то условія для maximum'а яркости различныхъ цвѣтовъ не будутъ совпадать: пластинка будетъ казаться въ проходящемъ свѣтѣ окрашенною (въ цвѣтъ дополнительный къ тому, который наиболѣе затемненъ).

Эти выводы соотвѣтствуютъ дѣйствительности.

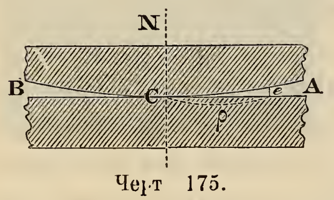
§ 281. **Потеря полуволны въ отраженныхъ лучахъ.**—Разсматривая лучи *отраженные*, т.-е. SCS_2 и S_0ABCS_2 (черт. 174), мы, повидимому, придемъ къ тѣмъ же самымъ условіямъ для maximum'а и minimum'а отраженнаго свѣта, ибо разность хода двухъ лучей—та же самая. Но, очевидно, тутъ кроется ошибка, ибо 1) яркость луча отраженнаго и яркость пропущеннаго должны въ суммѣ давать приблизительно яркость падающаго луча (приблизительно, потому что мы не всѣ отраженія и преломленія приняли въ разсчетъ). 2) Нашъ выводъ показываетъ, что когда $\mu = 1$ и $e = 0$, то $\Delta = 0$; заключая изъ этого, что пропущенный свѣтъ имѣетъ miximum, мы приходимъ къ естественному результату (пластинки нѣтъ, слѣд. весь свѣтъ идетъ впередъ, не возвращаясь); но maximum'а отраженнаго свѣта здѣсь не можетъ быть, ибо нѣтъ отраженія.

Парадоксъ произошелъ оттого, что два луча, идущіе по CS_2, отразились въ различныхъ условіяхъ, и мы не приняли въ разсчетъ эту разницу. Лучъ SCS_2 отразился (при C) *отъ стекла въ воздухъ*, лучъ S_0ABCS_2 (при B) — *отъ воздуха въ стекло*. Первое изъ этихъ отраженій соотвѣтствуетъ типу § 57, — оно сопровождается *потерей полуволны*; второе соотвѣтствуетъ типу § 58 и происходитъ *безъ потери хода*. Съ этой поправкой, выраженіе разницы хода двухъ лучей будетъ

$$\Delta' = 2e\mu\ \cos r + \frac{\lambda}{2};$$

maximum отраженнаго свѣта будетъ при $\Delta' = 0, \lambda, 2\lambda \ldots$ (или при $2e\mu \cos r = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \ldots$), *minimum* — при $\Delta' = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \ldots$ ($2e\mu \cos r = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots$), — т. е. отраженный свѣтъ затемненъ, когда проходящій наиболѣе ярокъ, и наоборотъ. Этотъ выводъ согласенъ съ опытомъ.

§ 282. **Кольца Ньютона.** — Описанныя явленія, замѣченныя первоначально Бойлемъ и Гукомъ, происходятъ въ тонкихъ пленкахъ Плато, въ мыльныхъ пузыряхъ, въ тонкомъ слоѣ скипидара на водѣ, и т. п. Для измѣреній и сравненія теоріи съ опытомъ особенно удобенъ опытъ Ньютона (*Ньютоновы кольца*), гдѣ пластинка (воздушная между двумя стеклами) имѣетъ перемѣнную толщину, которую легко вычислить.



Черт. 175.

На плоское стекло кладутъ плосковыпуклый объективъ малой кривизны (черт. 175). Освѣщая сверху и смотря сверху же (отраженными лучами), видимъ рядъ колецъ, имѣющихъ центръ въ C, — черныхъ и свѣтлыхъ въ случаѣ монохроматическаго свѣта, цвѣтныхъ — въ случаѣ бѣлаго. Средина C (мѣсто прикосновенія стеколъ) занята *чернымъ* пятномъ. — Смотря снизу (проходящими лучами), видимъ кольца *дополнительныя* къ предыдущимъ (свѣтлыя на мѣстѣ темныхъ, или — окрашенныя цвѣтами дополнительными), и въ срединѣ — бѣлое пятно. Чѣмъ косвеннѣе падаютъ лучи, тѣмъ шире становятся кольца и ихъ взаимныя разстоянія.

§ 283. **Вычисленіе колецъ.** — Теорія опыта заключается въ §§ 280 и 281. Обозначая по прежнему чрезъ r уголъ луча съ перпендикуляромъ CN внутри воздушнаго слоя между стеклами, чрезъ e — толщину слоя въ данномъ мѣстѣ, и принимая для воздуха $\mu = 1$, имѣемъ:

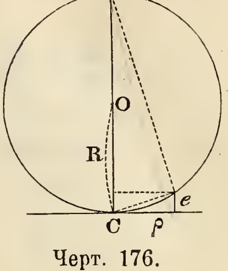
при	*въ отраженномъ свѣтѣ*	*въ проходящемъ* [1])
$2e \cos r = \frac{1}{2}\lambda, \frac{3}{2}\lambda, \ldots$	maximum	minimum
$2e \cos r = 0, \lambda, 2\lambda, \ldots$	minimum	maximum.

---

[1]) Одинъ изъ двухъ лучей отражается теперь дважды отъ стекла въ воздухъ, причемъ каждый разъ теряетъ $\lambda/2$; полная потеря $= \lambda$, или, что то же, $= 0$.

Толщина e связана съ радіусомъ кольца ρ: именно (черт. 176) $\rho^2 = e\ (2R - e)$, гдѣ R радіусъ кривизны чечевицы; или, приблизительно,

$$\rho^2 = 2Re.$$



Черт. 176.

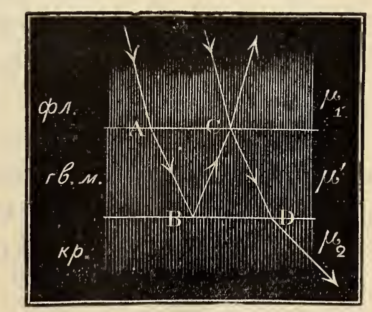
Такимъ образомъ для радіусовъ колецъ получаемъ

$$\rho = \sqrt{\frac{1}{2} R \sec r\ .\ n\lambda};$$

при $n = 1, 3, 5 \ldots$ — кольцо свѣтлое въ отраженномъ свѣтѣ, темное въ проходящемъ; при $n = 0, 2, 4 \ldots$ — наоборотъ.

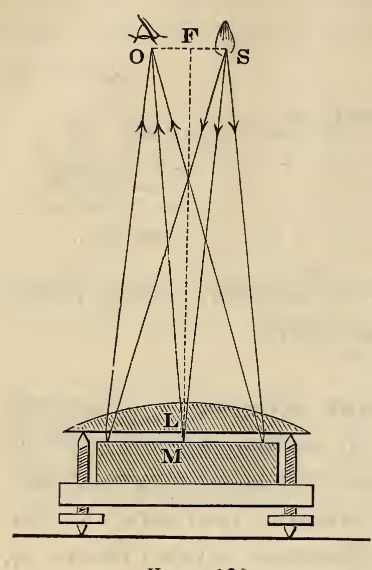
§ 284. **Отраженныя кольца съ бѣлымъ центромъ.** — Если слой между стеклами занятъ не воздухомъ, а какимъ-либо другимъ веществомъ, и оба стекла имѣютъ одинаковый показатель преломленія, — кольца будутъ того же типа (съ темнымъ центромъ въ отраженномъ свѣтѣ). Но если показатели преломленія двухъ стеколъ μ_1, μ_2 различны, а промежуточное вещество имѣетъ промежуточный показатель преломленія μ' (наприм. $\mu_1 > \mu' > \mu_2$), то условія измѣняются. Оба луча, входящіе въ составъ отраженнаго свѣта, отразились теперь, каждый по одному разу (одинъ при C, другой при B), *отъ менѣе преломляющаго вещества въ болѣе преломляющее*, и слѣд.— безъ потери полуволны. Изъ лучей проходящихъ — одинъ потерпѣлъ два отраженія, и при одномъ изъ отраженій (при C) потерялъ полуволну. Ясно, что мы получимъ бѣлый центръ колецъ въ отраженномъ свѣтѣ, темный центръ—въ проходящемъ.

Пусть чечевица на черт. 175 состоитъ изъ флинта, а нижнее стекло составлено изъ двухъ частей: половина CB—изъ флинта, другая половина CA—изъ крона. Между верхнимъ и нижнимъ стекломъ помѣстимъ каплю жидкости, болѣе преломляющей чѣмъ кронъ и менѣе преломляющей чѣмъ флинтъ (канадскаго бальзама, гвоздичнаго масла и т. п.), черт. 177. Получимъ въ отраженномъ свѣтѣ полукольца съ темнымъ



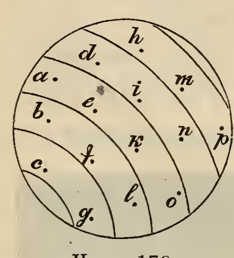
Черт. 177.

центромъ—на лѣвой половинѣ, съ бѣлымъ центромъ — на правой. Этимъ опытомъ подтверждается разсужданіе § 281.



Черт. 178.

§ 285. **Метода Физо.**—Для отчетливаго наблюденія интерференціи, Физо употребляетъ слѣдующее расположеніе. Пламя натрія S (лампа со спиртомъ, насыщеннымъ поваренной солью) помѣщено въ главной фокусной плоскости стекла L (черт. 178). Между L и весьма близкимъ тѣломъ M имѣется тонкій воздушный слой. Лучи источника S, пройдя чечевицу L и отразившись частію отъ ея нижней поверхности, частію отъ верхней поверхности тѣла M (причемъ воздушный слой пронизывается лучами по направленіямъ почти перпендикулярнымъ), образуютъ дѣйствительное изображеніе пламени у O [1]). Если въ O помѣщенъ глазъ наблюдателя, онъ увидитъ воздушный слой сильно освѣщеннымъ, а тѣ мѣста, гдѣ двойная толщина слоя равняется четному кратному отъ полуволны $^1/_2\lambda_D (= 0^\mu,295)$, представятся на свѣтломъ фонѣ черными линіями (черт. 179); эти линіи соотвѣтствуютъ линіямъ равной толщины слоя (всегда болѣе или менѣе неровнаго).



Черт. 179.

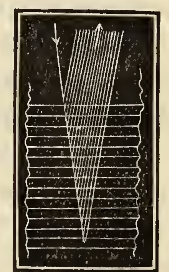
Эту методу Физо примѣнилъ къ опредѣленію термическаго расширенія малыхъ тѣлъ. Снарядъ LM нагрѣваютъ, и по смѣщенію темныхъ линій судятъ о расширеніи тѣла M: смѣщеніе на ширину одного промежутка соотвѣтствуетъ относительному передвиженію двухъ поверхностей L и M на $0^\mu,295$. Чтобъ удобнѣе наблюдать смѣщеніе, на нижней сторонѣ линзы L дѣлаютъ мѣтки ($a, b, c, \ldots$) видимыя одновременно съ темными линіями.

---

[1]) Еслибы свѣтлая точка помѣщалась въ главномъ фокусѣ F, то ея изображеніе образовалось бы также въ F.

(При разсчетѣ коэффиціента расширенія обращаютъ вниманіе на расширеніе штатива.)

§ 286. **Стопа тонкихъ пластинокъ.**—Представимъ себѣ большое число слоевъ прозрачнаго вещества (наприм. стекла), имѣющихъ такую толщину, какая соотвѣтствуетъ половинѣ длины волны нѣкоторыхъ лучей (наприм. лучей натрія) въ этомъ веществѣ (въ случаѣ кронгласа эта толщина будетъ около $^2/_3\lambda_D(={}^2/_3\times0^\mu,295)$. Пусть эти слои раздѣлены тончайшими (даже сравнительно съ предыдущей цифрой) слоями другого вещества, болѣе отражающаго свѣтъ (наприм. тончайшими, а слѣд. достаточно прозрачными слоями серебра). Такая система, если освѣтить ее перпендикулярно [1]) *бѣлыми* лучами, дастъ въ отраженномъ свѣтѣ *монохроматическіе* лучи длины волны λ_D. Это монохроматическое фильтрованіе свѣта произойдетъ тѣмъ чище, чѣмъ больше число слоевъ.



Черт. 180.

Въ самомъ дѣлѣ, лучи съ длиною волны λ_D, отраженные съ различныхъ поверхностей серебра, окажутся всѣ въ одной фазѣ (разности хода будутъ: λ_D, $2\lambda_D$, $3\lambda_D$...), и составной отраженный лучъ этого сорта будетъ имѣть значительную яркость. Напротивъ, для всякаго другого сорта лучей (λ), то или другое число m слоевъ дастъ толщину, равную нечетному кратному отъ $\lambda/4$, а слѣд. 1-й отраженный лучъ будетъ ослабленъ $(m+1)$-мъ лучомъ, 2-й ослабленъ $(m+2)$-мъ, и т. д., такъ что въ отраженномъ свѣтѣ этотъ цвѣтъ (λ) будетъ болѣе или менѣе исключенъ.

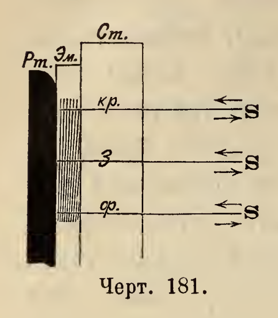
§ 287. **Цвѣтная фотографія.**—На этомъ основана метода цвѣтной фотографіи, предложенная Липпманомъ. Подраздѣленіе пластинки на слои потребной толщины, переложенные болѣе отражающими слоями, достигается, какъ въ § 278, дѣйствіемъ самого свѣта. Липпманъ накладываетъ на стекло слой весьма непрерывной [2]) свѣточувствитель-

---

[1]) На черт. 180 падающій лучъ принятъ не совсѣмъ перпендикулярнымъ, что бы показать раздѣльно лучи отраженные.

[2]) Обыкновенная крупно-зернистая эмульсія не годится: нужно, чтобы размѣръ зеренъ былъ весьма малъ сравнительно съ длинами свѣтовыхъ волнъ.

ной эмульсіи (§ 256) и, употребляя это стекло (сухое) какъ стѣнку сосуда (обложенною стороной внутрь), заливаетъ сосудъ ртутью (черт. 181).



Черт. 181.

a) Освѣтивъ теперь пластинку перпендикулярными лучами натрія, мы вызовемъ въ слоѣ эмульсіи стоячія волны свѣта, какъ на черт. 172, съ тою разницей, что чувствительный слой теперь не такъ тонокъ и уголъ его съ зеркаломъ (поверхностью ртути) = 0. Близъ узловыхъ плоскостей вещество останется неизмѣннымъ, а близъ пучностей возстановленіе серебра дастъ отражающія поверхности, и пластинка подраздѣлится ими на слои, толщина которыхъ будетъ равна длинѣ полуволны линіи D въ веществѣ эмульсіи. Дѣйствіе свѣта проявляется и фиксируется обыкновенными пріемами (§ 256).

b) Вынувъ теперь пластинку и освѣщая ее (съ обложенной стороны) перпендикулярными бѣлыми лучами, мы получимъ въ отраженномъ свѣтѣ только желтые лучи длины волны $\lambda_D = 0\mu{,}590$.

Если въ опытѣ (а) на пластинку былъ проложенъ спектръ солнца, то дѣленіе на слои произойдетъ въ каждомъ мѣстѣ соотвѣтственно длинѣ волны падающаго луча. Освѣщая потомъ бѣлыми лучами (b), получимъ въ отраженномъ свѣтѣ изображеніе спектра въ натуральныхъ цвѣтахъ. (Въ проходящемъ свѣтѣ оно будетъ окрашено цвѣтами дополнительными.)

§ 288. **Толстыя пластинки**. — Въ предыдущемъ разсматривались *тонкія* пластинки, т.-е. такія, у которыхъ толщина—того же порядка малости, какъ длина свѣтовыхъ волнъ. При извѣстныхъ условіяхъ можно получать интерференцію посредствомъ *толстыхъ* пластинокъ, причемъ однако разность хода интерферирующихъ лучей будетъ не слишкомъ велика сравнительно съ λ.

Изъ такихъ явленій разсмотримъ одно. Два плоскопараллельныя стекла I, II (черт. 182) равной толщины e, сзади (т.-е. со сторонъ B, B') посеребренныя, помѣщены почти параллельно одно другому. Пусть они вертикальны и лучъ $S\ A$ падаетъ на I подъ угломъ i горизонтально (въ плоскости чертежа). Падающій лучъ при A раздѣлится на два: одинъ идетъ по $ABCDS$, другой — по

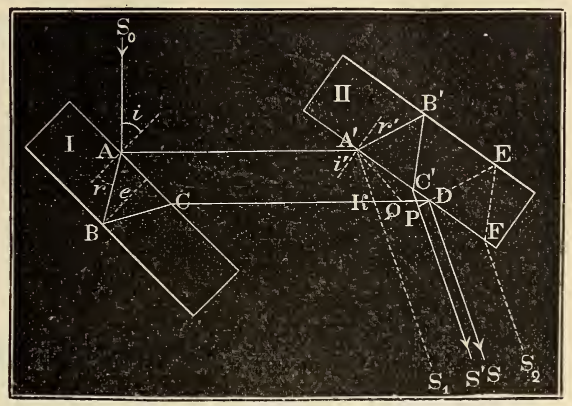
$AA'B'C'S'$, и оба окончательно выходятъ параллельными и другъ другу [1]).

Вычисляя разницу хода Δ двухъ лучей, получаемъ [2]):

$$\Delta = 2\mu e\,(\cos r - \cos r').$$

При маломъ углѣ между пластинками, Δ будетъ малая дробь отъ e; когда онѣ строго параллельны, $\Delta = 0$.

Выходящіе лучи DS, $C'S'$ сводятся глазомъ



Черт. 182.

или трубою, приспособленными къ параллельнымъ лучамъ, и дадутъ свѣтъ или темноту, смотря по тому, будетъ ли $\Delta =$ четному или нечетному кратному отъ $\lambda/2$. Если у A падаетъ слегка расходящійся пучокъ монохроматическихъ лучей (напр. отъ пламени натрія сквозь

---

1) Мы могли бы еще разсматривать лучи $AA'S_1$ и $ABCDEFS_2$, но они, какъ между собою, такъ и съ вышеуказанными, имѣютъ слишкомъ большую разность хода; притомъ первый изъ нихъ (отраженный оба раза спереди) сравнительно слабъ. Лучи, происходящіе чрезъ *многократное* отраженіе въ той или другой пластинкѣ, какъ слабые, также опускаемъ.

2) Оптическій путь 1-го луча отъ A до D есть:

$$ABC + CQ + QD = \frac{2\mu e}{\cos r} + CQ + A'D \sin i' - A'Q \sin i'. \qquad (1)$$

Оптическій путь 2-го луча отъ A до P ($PD \perp DS$ есть:

$$AA' + A'B'C' + C'P$$

$$= AA' + \frac{2\mu e}{\cos r'} + C'D \sin i' = CQ + \frac{2\mu e}{\cos r'} + A'D \sin i' - A'C' \sin i'. \qquad (2)$$

Слѣд.

$$\Delta = 2\mu e \left(\frac{1}{\cos r} - \frac{1}{\cos r'}\right) + A'C' \sin i' - AQ \sin i.$$

Но $A'C' = 2e \operatorname{tang} r'$; $A'Q = 2e \operatorname{tang} r$; $\sin i' = \mu \sin r'$; $\sin i = \mu \sin r$; слѣд.

$$\Delta = 2\mu e\left(\frac{1}{\cos r} - \frac{1}{\cos r'}\right) + 2\mu e\left(\frac{\sin^2 r'}{\cos r'} - \frac{\sin^2 r}{\cos r}\right) = 2\mu e(\cos r - \cos r').$$

небольшое отверстіе), то въ полѣ зрѣнія будутъ черныя полосы, идущія параллельно линіи пересѣченія плоскостей пластинокъ.

Такъ какъ интерфирирующіе лучи идутъ по AA' и CD довольно далеко другъ отъ друга, можно ставить на пути ихъ, вдоль AA' или CD, трубки съ газами или жидкостями, и малѣйшая разница въ показателяхъ преломленія обнаружится смѣшеніемъ черныхъ полосъ. Такъ устроенъ *рефрактометръ Жамена,* болѣе удобный, чѣмъ метода § 273. Этимъ снарядомъ были опредѣлены: дисперсія газовъ, измѣненія показателей преломленія съ температурой и пр. [1]).

H. Диффракція свѣта.

§ 289. **Общія замѣчанія.** — Тѣ же начала (принципъ Гейгенса и принципъ интерференціи), которыя позволили намъ объяснить прямолинейность распространенія свѣта, — объясняютъ и тѣ явленія, при которыхъ неточность и недостаточность закона прямолинейности становится болѣе или менѣе замѣтною. Такія уклоненія отъ прямолинейности происходятъ всякій разъ, когда свѣтовая волна встрѣчаетъ непрозрачное препятствіе, въ особенности же когда она проходитъ сквозь отверстія, размѣры коихъ одного порядка съ длинами волнъ, или обходитъ непрозрачные экраны подобныхъ же размѣровъ. Все это—явленія *диффракціи* свѣта.

Явленія наблюдаются или въ сферическихъ волнахъ, причемъ наблюденіе производится лупою, по примѣру § 271 [2]), или — въ плоскихъ волнахъ, съ помощію трубы, установленной для параллельныхъ лучей. Диффракція перваго рода (*микроскопическая*) была изслѣдована Френелемъ, второго рода (*телескопическая*)—Фраунгоферомъ и Швердомъ; послѣдняя даетъ особенно яркія явленія, теорія здѣсь проще и способы измѣреній совершеннѣе.

Разсмотримъ сперва въ общихъ чертахъ диффракцію Френеля, а потомъ остановимся подробнѣе на явленіяхъ Фраунгофера.

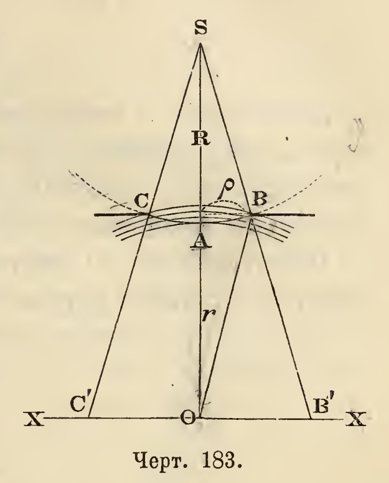
---

[1]) Метода Майкельсона (§ 274) даетъ возможность получать какъ бы воздушную пластинку произвольной толщины; снарядъ его также можетъ служить рефрактометромъ.

[2]) Мы будемъ представлять себѣ явленіе на экранѣ; при наблюденіи лупой этотъ экранъ замѣняется фокусною плоскостью лупы.

Диффракція Френеля.

§ **290. Круглое отверстіе.**—Пусть сферическая волна свѣтящей точки S освѣщаетъ экранъ XX (черт. 183) сквозь круглое отверстіе, столь малаго діаметра сравнительно съ разстояніями ($SA=R$ и $AO=r$), что оно обнимаетъ только небольшое число Гейгенсовыхъ зонъ для точки O. Освѣщеніе въ O будетъ либо слабѣе, либо сильнѣе, чѣмъ было бы отъ полной волны (чрезъ широкое отверстіе); приближая или удаляя точку O вдоль линіи OA, мы будемъ проходить чрезъ *maxima* и *minima* свѣта.



Черт. 183.

Въ самомъ дѣлѣ, дѣйствіе полной волны было (§ 115)

$$s = s_1 - s_2 + s_3 - \dots, \qquad (1)$$

гдѣ отдѣльные члены суммы суть дѣйствія отдѣльныхъ зонъ, начиная съ центральной. Діафрагма устраняетъ дѣйствіе внѣшнихъ зонъ. *Допустимъ* (это допущеніе подтверждается опытомъ), что на внутреннія зоны она не оказываетъ никакого вліянія: онѣ продолжаютъ дѣйствовать безъ всякаго измѣненія. Если число внутреннихъ зонъ четное, такъ что уничтожаемая часть строки (1) начинается знакомъ $+$, то оставшаяся часть будетъ $<s$; если же число зонъ въ отверстіи—нечетное, дѣйствіе ихъ будетъ $>s$.

Называя радіусъ отверстія ρ, имѣемъ:

$$SB = \sqrt{R^2+\rho^2} = R\left(1+\frac{\rho^2}{R^2}\right)^{1/2} = R\left(1+\frac{\rho^2}{2R^2}\right) = R + \frac{\rho^2}{2R},$$

пренебрегая ρ^4/R^4 и пр.; подобнымъ образомъ

$$OB = r + \frac{\rho^2}{2r};$$

слѣдов.

$$SB + BO = R + r + \frac{\rho^2}{2}\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right).$$

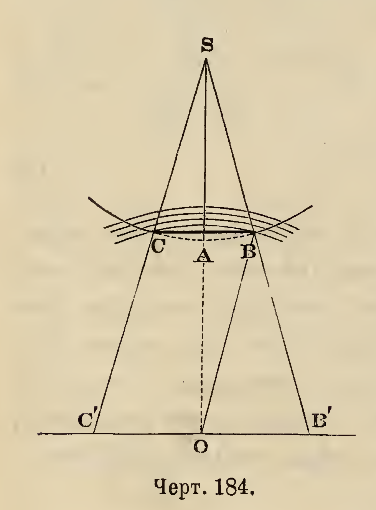
Но путь SBO длиннѣе SAO ($=R+r$) на $n\lambda/2$, гдѣ n —число зонъ внутри отверстія. Слѣд.

$$\rho^2\left(\frac{1}{R}+\frac{1}{r}\right)=n\lambda,\ \rho^2=\frac{Rr}{R+r}\cdot n\lambda,$$

$$r=\frac{R\rho^2}{n\lambda R-\rho^2}.$$

Давая числу n четныя значенія, получимъ величины r для тѣхъ точекъ, гдѣ освѣщеніе проходитъ чрезъ minimum; между каждыми двумя minima [1]) есть точка, гдѣ освѣщеніе имѣетъ maximum. Для различныхъ цвѣтовъ мѣста maxima и minima различны.

Въ сторонѣ отъ O, внутрь отъ границы $B'C'$, геометрической тѣни образуются свѣтлыя и темныя (а въ бѣломъ свѣтѣ—цвѣтныя) кольца; но для боковыхъ точекъ вычисленіе не такъ просто.



Черт. 184.

§ 291. Круглый экранъ.—Пусть центральная часть волны задержана круглымъ экраномъ. Радіусами OB, $OB+{}^1/_2\lambda$, и т. д. (черт. 184) выдѣлимъ дѣятельныя зоны и подобно § 115 заключимъ, что дѣйствіе будетъ приблизительно таково, какъ отъ половины перваго (внутренняго) кольца, которое теперь играетъ роль центральной зоны Гейгенса.

Такъ приходимъ къ неожиданному результату, что въ точкахъ оси OA освѣщеніе почти таково же, какъ еслибы экрана не было. Этотъ выводъ провѣренъ опытомъ.

§ 293. Устраненіе четныхъ или нечетныхъ зонъ.—Такъ какъ двѣ смежныя зоны Гейгенса взаимно ослабляютъ одна другую, то дѣйствіе волны усилится, если устранимъ дѣйствіе 2-и, 4-й.. . зонъ, закрывъ ихъ непрозрачными экранами кольцевидной формы [2]). Сте-

---

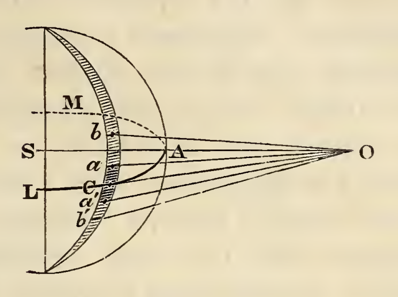
[1]) Но не совсѣмъ по срединѣ, а по тому же закону, какъ въ § 301.

[2]) Такъ какъ площади зонъ почти равны (§ 115), то радіусы круговъ должны относится какъ $1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \ldots$ (или $1 : 1{,}414 : 1{,}732 : 2 : 2{,}236 : \ldots$). Такія кольца можно начертить въ большомъ размѣрѣ и потомъ снять маленькую фотографическую копію.

клянная пластинка черт. 185, по отношенію къ такой точкѣ O, для которой прозрачныя и непрозрачныя кольца соотвѣтствуютъ послѣдовательнымъ зонамъ, будетъ играть роль какъ бы собирающей чечевицы [1]). Почти таково же будетъ дѣйствіе, если замѣнимъ прозрачныя части черными и наоборотъ, т.-е. устранимъ нечетныя зоны.



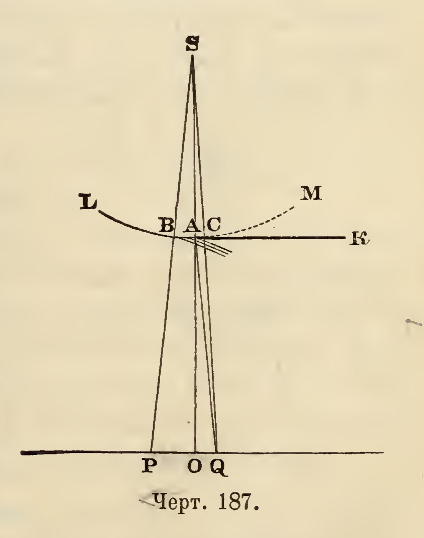
Черт. 185.



Черт. 186.

§ 363. Прямолинейный край экрана.— Для случаевъ, когда прозрачныя и непрозрачныя части разграничены параллельными прямыми, достаточно разсматривать явленія въ плоскости, проходящей черезъ свѣтящую точку перпендикулярно къ этимъ линіямъ (эта плоскость будетъ служить намъ плоскостью чертежа [2]).

Въ случаѣ экрана AK (черт. 187), ограниченнаго однимъ прямолинейнымъ краемъ A, въ точкѣ O (на границѣ геометрической тѣни) освѣщеніе



Черт. 187.

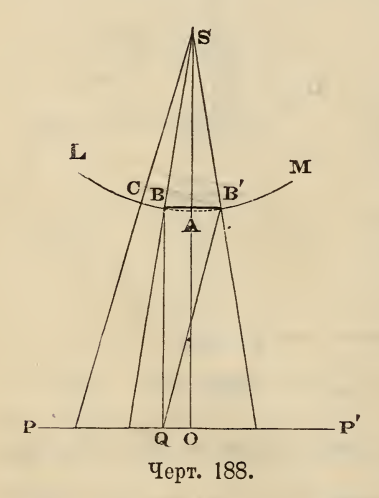
---

[1]) Напр. при устраненіи 2-й, 4-й и 6-й зонъ, какъ сдѣлано на черт. 185, усиленіе свѣта будетъ почти въ $7^2=49$ разъ.

[2]) Въ этихъ случаяхъ сферическую волну удобно разбить на полосы плоскостями, проходящими черезъ S параллельно ребромъ экрана (меридіанами): одна изъ такихъ полосъ отмѣчена на черт. 186 штрихами. Каждую такую полосу можно затѣмъ раздѣлять на такія клѣтки, что $Oa=Oa'=OC+{}^1/_2\lambda$, $Ob=Ob'=OC+{}^2/_2\lambda$ и т. д. Ясно, что дѣйствіе полосы на точку O будетъ таково, какое бы произвела половина средней клѣтки aa'. Дѣйствіе всѣхъ полосъ на O сводится къ дѣйствію узкаго пояса, облегающаго окружность LAM (экваторъ). Эта плоскость экватора и принимается за плоскость чертежа на нашихъ прочихъ рисункахъ.

производится *половиною* AL дѣятельной части сферической волны. Въ точкѣ P, *внѣ* геометрической тѣни, освѣщеніе производится половиною волны BL и еще частью BA; смотря по тому,содержится ли въ BA нечетное или четное число полузонъ, онѣ либо значительно усиливаютъ освѣщеніе въ P, либо приблизительно парализуютъ одна другую. Такимъ образомъ, идя въ направленіи OP, мы получимъ полосы, гдѣ освѣщеніе проходитъ чрезъ maxima и черезъ minima, пока не дойдемъ до точки, для которой уже открыта вполнѣ вся дѣятельная часть волны.

Для точки Q (внутри геометрической тѣни) экранъ прикрываетъ полярную часть CA волны; открытую часть AL можно раздѣлить на зоны (окружностями радіусовъ QA, $QA+{}^1/_2\lambda$ и т. д.), и дѣйствіе этой открытой части приблизительно будетъ таково, какое соотвѣтствуетъ половинѣ первой зоны. Понятно, что, съ удаленіемъ точки Q внутрь геометрической тѣни, освѣщеніе будетъ *постепенно* ослабѣвать (не представляя переходовъ чрезъ maxima и maxima), пока не дойдемъ до такой точки, для которой закрыта вся дѣятельная волна и съ которой слѣд. начинается полная тѣнь.



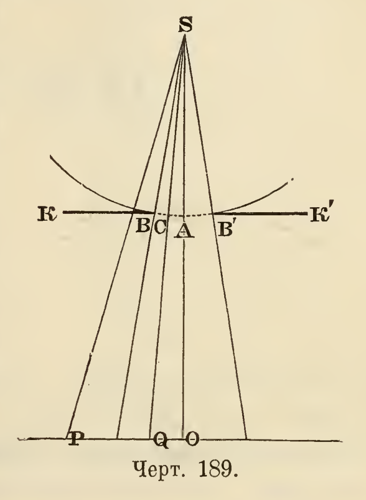
Черт. 188.

§ 294. Узкій экранъ.—Пусть экранъ ограниченъ двумя параллельными ребрами (черт. 188). Для точки P (внѣ геометрической тѣни) экранъ дѣйствуетъ почти такъ, какъ будто бы онъ простирался безпредѣльно въ правую сторону, ибо заграждаетъ всѣ сколько нибудь дѣятельные элементы волны, лежащіе по BM. Подобное *mutatis mutandis* скажемъ о точкѣ P'. Слѣд. внѣ геометрической тѣни получимъ minima и maxima освѣщенія, подобные тѣмъ, какіе были въ § 293.

Точка Q *внутри* геометрической тѣни освѣщается частями волны BL и $B'M$. Выдѣляя на этихъ частяхъ зоны для точки Q (т.-е. проводя окружности съ радіуса QB, $QB+\lambda$... для лѣвой половины, и съ радіусами QB', $QB'+{}^1/_2\lambda$,... дл. правой), можемъ сказать, что Q освѣщается двумя наиболѣе центральными полузонами (т.-е. полузоной

смежной съ B и полузоной смежной съ B'). Принимая эти полузоны за свѣтящія точки (совпадающія съ B и B', заключаемъ, что въ Q будетъ maximum или minimum освѣщенія, смотря по тому, будетъ ли $B'Q - BQ =$ четному или нечетному кратному отъ $^1/_2$ λ. Такимъ образомъ и внутри геометрической тѣни будутъ полосы; онѣ аналогичны полосамъ въ опытахъ съ зеркалами или бипризмою Френеля. (Въ O полоса свѣтлая для всѣхъ цвѣтовъ).

§ **295. Узкая щель.** — Для точки P, лежащей внѣ угла BSB' (черт. 189), построимъ зоны, проводя окружности радіусами PB, $PB + {^1/_2}\lambda$,... Если въ предѣлахъ отверстія окажется четное число зонъ, ихъ дѣйствія на P взаимно уничтожатся, и въ P будетъ minimum освѣщенія; если число зонъ нечетное— maximum. Такимъ образомъ происходятъ внѣшнія полосы (внутри геометрической тѣни экрана).



Черт. 189.

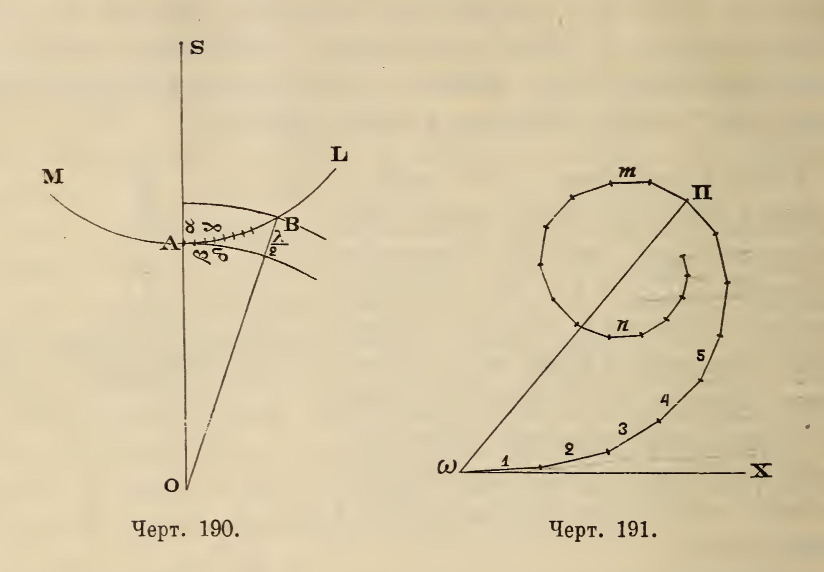
Для точки Q, которая имѣетъ полюсомъ волны точку C, построимъ зоны окружностями радіусовъ QC, $QC + {^1/_2}\lambda$,... Смотря по числу зонъ, освѣщеніе и здѣсь будетъ имѣть либо maximum, либо minimum, такъ что произойдутъ внутреннія полосы (внѣ геометрической тѣни экрана).

Если щель настолько узка, что въ предѣлахъ ея помѣщается лишь одна (полная или неполная) центральная зона для точки O, то внутренняя система полосъ приводится къ *одному* maximum, который по обѣ стороны O проникаетъ въ предѣлы геометрической тѣни.

§ **296. Графическое представленіе.** — Явленія § 293 — 295, а также болѣе сложные случаи (нѣсколько щелей, раздѣленныхъ экранами), можно удобнѣе и детальнѣе обсудить помощію особаго графическаго пріема, вытекающаго изъ примѣненія правила § 11 (о сложеніи колебаній) къ дѣятельнымъ элементамъ волны.

Раздѣлимъ волну LM (или, лучше сказать, экваторіальный поясъ волны, § 293, примѣч.) на весьма мелкіе равные элементы α, β, γ, ... (черт. 190). Свѣтовое колебаніе въ точкѣ O слагается, по принципу Гейгенса, изъ всѣхъ тѣхъ колебаній, какія въ отдѣльности сооб-

щилъ бы точкѣ O каждый изъ упомянутыхъ элементовъ. Изобразимъ отрѣзкомъ 1 (черт. 191) амплитуду и фазу колебанія, сооо́бщаемаго элементомъ α (§ **11**); отрѣзкомъ 2 — то же для β; 3 — для γ, и т. д.



Черт. 190. Черт. 191.

(Амплитуды постепенно убываютъ, фазы [1]) постепенно измѣняются, вслѣдствіе увеличивающагося разстоянія между элементомъ и точкой O.) Получится нѣкоторая ломанная линія, въ которой элементъ m будетъ соотвѣтствовать началу (B) 2-й Гёйгенсовой зоны (разстояніе $BO = AO + \frac{1}{2}\lambda$, черт. 190, и фаза сдѣлалась противоположною), элементъ n — началу 3-й зоны и т. д.

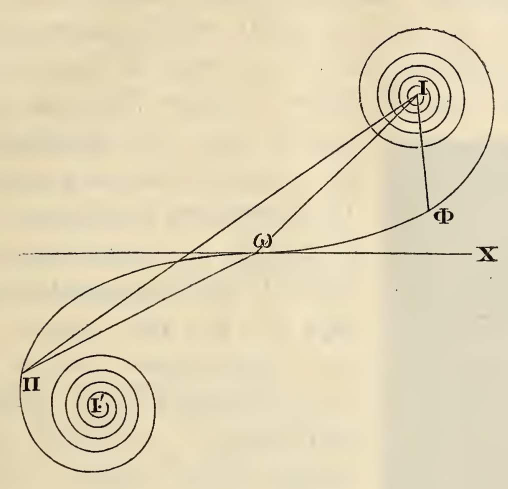
Принимая во вниманіе, что фаза измѣняется не скачками, а непрерывно, мы получимъ вмѣсто ломанной — кривую линію; она будетъ заворачиваться безчисленное множество разъ, постепенно приближаясь къ нѣкоторой точкѣ I и никогда ея не достигая. Такая спираль изобразитъ намъ дѣйствіе одной половины AL волны; дѣйствіе другой половины AM изобразится подобною же спиралью, которая, выходя изъ того же начала ω, стремится къ точкѣ I' и составляетъ продолженіе 1-й спирали (черт. 192).

По правилу сложенія колебаній, колебаніе, сообщенное всѣми эле-

---

[1]) Фазы выражаются углами отрѣзковъ 1, 2, 3... съ линіей ωX; уголъ = 0 для полюса A волны.

ментами 1, 2, 3..., лежащими между ω и II, будетъ имѣть амплитуду равную длинѣ прямой IIω, и фазу, выражаемую угломъ IIωX



Черт. 192.

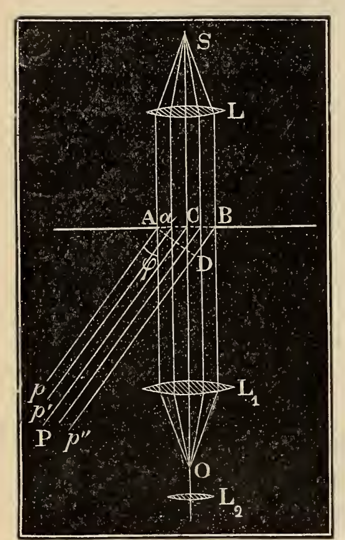
(черт. 191). Точно такъ же на черт. 192 прямая, проведенная изъ ω до какой-нибудь точки II спирали, выражаетъ амплитуду и фазу колебанія, сообщаемаго элементами, которые лежатъ между ω и II.

§ 297. **Примѣръ.**—Приложимъ этотъ пріемъ къ случаю *края экрана* (§ 293). Для точки O (черт. 187) дѣйствуетъ половина AL волны; дѣйствіе выразится линіей ωI.—Для точки P прибавляется еще дѣйствіе первыхъ элементовъ BA другой половины волны, соотвѣтствующихъ части ωII другой полуспирали; оно выразится прямою ωII (черт. 192); слѣд. полное дѣйствіе въ точкѣ P будетъ выражаться прямою III. Когда P удаляется отъ предѣла тѣни, точка II удаляется по спирали отъ ω; при этомъ длина прямой III проходитъ чрезъ maxima и minima.—Для точки Q дѣйствіе производится частью ФI полуспирали (исключенная часть ωФ соотвѣтствуетъ дугѣ AC черт. 187) и выражается прямою IФ; съ удаленіемъ точки Q внутрь геометрической тѣни, точка Ф удаляется отъ ω, и длина IФ постепенно уменьшается, не представляя переходовъ чрезъ maxima и minima.

Подобнымъ образомъ можно обсуждать случаи узкаго экрана, узкой щели, нѣсколькихъ щелей, и проч.

Диффракція Фраунгофера.

§ 298. **Характеръ явленій.**—Здѣсь падающая волна—плоская: источникъ свѣта S (точка или линія) весьма удаленъ, или, еще лучше, помѣщенъ въ главномъ фокусѣ чечевицы L (черт. 193), изъ которой лучи выходятъ параллельными пучками. Тѣ лучи, которые даютъ какую-либо точку диффракціонной картины,—параллельны: они сводятся въ точку O объективомъ L_1 зрительной трубы (установленной на параллельные лучи), и эта точка O разсматривается при помощи окуляра L_2. Мы уже видѣли, что употребленіе собирающихъ стеколъ не измѣняетъ относительныхъ фазъ лучей (§ 272). (На дальнѣйшихъ чертежахъ мы не будемъ чертить этихъ стеколъ,—они подразумѣваются.)



Черт. 193.

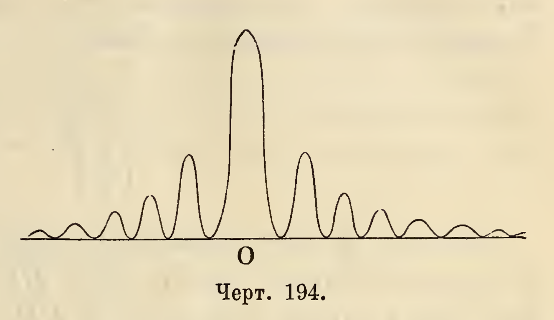
Мы займемся нѣсколькими случаями, гдѣ края отверстій прямолинейны и источникомъ свѣта служитъ параллельная имъ свѣтящая линія (освѣщенная щель). Здѣсь все сводится къ построенію въ одной плоскости чертежа, которую беремъ перпендикулярно къ краямъ отверстій. Падающіе лучи будемъ обыкновенно брать перпендикулярными къ плоскости отверстій. Гейгенсовы зоны приводятся къ прямолинейнымъ элементамъ равной длины, и участіе ихъ въ освѣщеніи точки O—помимо разностей фазъ—совершенно одинаково.

§ 299. **Узкая щель.**—Пусть ширина щели $= a$. Пусть ось трубы составляетъ уголъ φ съ нормалью къ экрану (или также—съ направленіемъ падающихъ лучей). Разница хода между крайними лучами, выходящими изъ точекъ A и B, есть $BD = a \sin \varphi$; если она составляетъ четное кратное отъ $\lambda/2$ (другими словами, если въ отверстіи AB помѣщается четное число зонъ для даннаго направленія CP), то лучи, идущіе къ точкѣ P, взаимно уничтожаются, и въ P будетъ черная линія:

$$\text{при } a \sin \varphi = \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda, \ldots,\ \text{освѣщеніе} = 0.$$

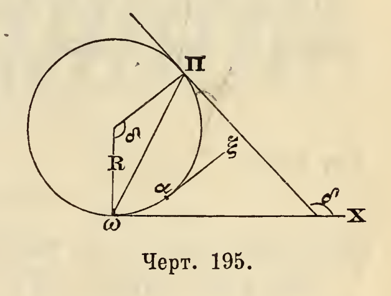
Но при $a \sin \varphi = 0$, или $\varphi = 0$ (т.-е. въ O), будетъ *maximum* свѣта (притомъ—для всѣхъ цвѣтовъ).

Въ промежуткахъ (почти равныхъ) между черными линіями (но не совсѣмъ посрединѣ промежутковъ) освѣщеніе имѣетъ maxima (менѣе яркіе, чѣмъ центральный maximum въ O). Такимъ образомъ яркость освѣщенія распредѣлится, какъ показано на черт. 194 кривою линіей.



Черт. 194.

§ **300. Графическое представленіе.**—Примѣняя къ плоской волнѣ графическій пріемъ § 297, мы получимъ вмѣсто спирали замкнутую кривую: послѣдовательные обороты спирали, вмѣсто того чтобы постепенно уменьшаться въ размѣрѣ до нуля, становятся одинаковыми и ложатся одинъ на другой. Такъ какъ разность фазъ двухъ лучей (напр. Ap и ap', черт. 193) растетъ пропорціонально ширинѣ заключенной между ними полосы Aa волны, то при построеніи черт. 192 (§ 296) уголъ между касательными (ωX, $\alpha\xi$) долженъ возрастать пропорціонально дугѣ $\omega\alpha$ (черт. 195); а это значитъ, что кривая линія будетъ *окружность круга*.



Черт. 195.

§ **301. Линіи наибольшей яркости.**—Пользуясь этимъ построеніемъ, мы можемъ точнѣе опредѣлить maxima освѣщенія для случая узкой щели (§ 299). Пусть для точки P вся ширина a щели дастъ дугу $\omega\alpha\Pi$ круга (черт. 195), такъ что уголъ $\delta =$ разности фазъ двухъ крайнихъ лучей Ap, Bp'' (черт. 193). *Хорда* $\omega\Pi$ изобразитъ намъ *амплитуду* составного колебанія въ точкѣ P (§ 296), а *яркость освѣщенія* въ P пропорціональна квадрату этой хорды (§ 35).

Изъ черт. 195 видимъ, что

$$\text{хорда } \omega\Pi = 2\,R \sin\frac{\delta}{2};$$

съ другой стороны

$$\text{дуга } \omega\Pi = 2R \cdot \frac{\delta}{2} = f \cdot a, \text{ слѣд. } 2R = f \cdot \frac{a}{{}^1/{}_2\delta}$$

(гдѣ f—факторъ пропорціональности). Такимъ образомъ яркость въ P будетъ пропорціональна величинѣ

$$a^2 \cdot \frac{\sin^2 \frac{\delta}{2}}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2}. \qquad (1)$$

Величину $\delta/2$ легко выразить по углу φ: мы видѣли (§ 299), что *разность хода* лучей Ap, Bp'' есть $BD = a \sin \varphi$; δ есть *разность фазъ* тѣхъ же лучей; слѣд. (§ 51) $\delta : BD = 2\pi : \lambda$, откуда

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda}.$$

Выраженіе (1) будетъ переходить чрезъ minimum (а именно—обращаться въ нуль), когда

$$\frac{\delta}{2} = \frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = \pi,\ 2\pi,\ 3\pi, \ldots,$$

или когда

$$a \sin \varphi = \lambda,\ 2\lambda,\ 3\lambda, \ldots$$

(результатъ, намъ уже извѣстный изъ § 299).

При $\varphi = 0$ имѣемъ $\delta/2 = 0$, и отношеніе $(\sin{}^1/{}_2\delta)/{}^1/{}_2\delta$ обращается въ 1-цу: получаемъ главный (центральный) maximum.

Остальные maxima яркости будутъ соотвѣтствовать остальнымъ наибольшимъ величинамъ выраженія $(\sin{}^1/{}_2\delta)/{}^1/{}_2\delta$; вычисленіе показываетъ, что эти maxima получаются при

$$\frac{\pi a \sin \varphi}{\lambda} = 1{,}430\pi;\ 2{,}459\pi;\ 3{,}471\pi \text{ и т. д.},$$

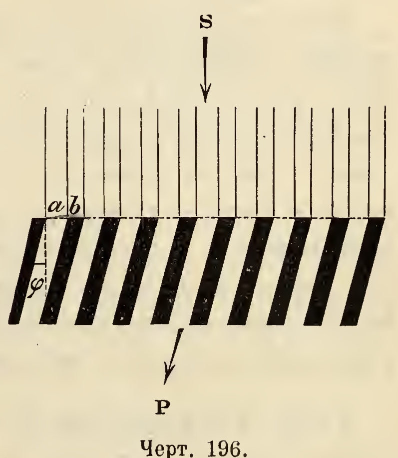
т.-е. они лежатъ не строго посрединѣ между послѣдовательными minima; но чѣмъ дальше отъ центра, тѣмъ эта разница меньше и меньше [1]).

---

[1]) Если щель обнимаетъ болѣе чѣмъ одну зону Гейгенса, то дуга $\Pi\omega$ (черт. 195) будетъ болѣе полукруга. Каждый полукругъ соотвѣтствуетъ одной зонѣ; четное число зонъ даетъ цѣлое число окружностей, т.-е. замкнутую фигуру, причемъ составное колебаніе приводится къ нулю (§ 11).

§ 302. Диффракціонная рѣшотка.—Рядъ узкихъ прозрачныхъ прямоугольниковъ равной ширины, раздѣленныхъ узкими непрозрачными промежутками (также прямоугольниками равной ширины), составляетъ *диффракціонную рѣшотку.* Частыя или густыя рѣшотки дѣлаютъ, проводя алмазомъ, съ помощію дѣлительной машины, равноотстоящіе штрихи на стеклянной пластинкѣ; эти штрихи и играютъ роль непрозрачныхъ промежутковъ. (О рѣшоткахъ *отражающихъ* поговоримъ послѣ.) Источникомъ свѣта берутъ узкую щель, параллельную штрихамъ рѣшотки.

Пусть a — ширина каждаго прозрачнаго промежутка, b—ширина непрозрачнаго (черт. 196); $(a+b)$ можно назвать *періодомъ* решотки [1]). Мы допустимъ, что число періодовъ на протяженіи рѣшотки весьма велико; чѣмъ съ бóльшимъ правомъ можно принять его за безконечно-большое число, тѣмъ точнѣе явленія повинуются нижеизложенной элементарной теоріи [2]).



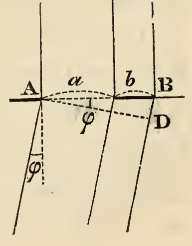
Черт. 196.

Пусть лучи монохроматическіе падаютъ параллельно и собираются трубою, установленною для параллельныхъ лучей (§ 298), или пролагаются чечевицею на экранъ, лежащій въ ея главной фокусной плоскости.

Разсмотримъ тѣ части поля зрѣнія (или экрана), гдѣ удовлетворяется одно изъ уравненій (черт. 197):

$$BD = (a+b)\sin\varphi = 0,\ \pm\lambda,\ \pm 2\lambda,\ \pm 3\lambda, \ldots$$

Здѣсь разность хода двухъ лучей, выходящихъ изъ соотвѣтственныхъ точекъ двухъ смежныхъ отверстій рѣшотки (наприм. лучей, идущихъ отъ лѣваго края 1-го



Черт. 197.

---

[1]) Если ширина зачерченной пластинки $= D$ и число штриховъ $= N$, то $a+b = D/(N-1)$.

[2]) При числѣ штриховъ не очень большомъ являются, кромѣ главныхъ maxima яркости, еще вторичные maxima, о которыхъ мы не говоримъ въ нашемъ упрощенномъ изложеніи.

отверстія и отъ лѣваго края 2-го и т. п.), составляетъ нуль или цѣлое кратное отъ λ. Ясно, что въ этихъ случаяхъ всѣ лучи придутъ въ точку P согласными; т.-е. подъ углами, для которыхъ

$$\sin\varphi = 0, \pm\frac{\lambda}{a+b}, \pm\frac{2\lambda}{a+b}, \pm\frac{3\lambda}{a+b}, \dots, \qquad (1)$$

мы получимъ *свѣтлыя* линіи (изображеніе свѣтящей щели) [1]. Яркость этихъ maxima наибольшая для $\varphi = 0$ (центральная линія) и убываетъ въ обѣ стороны отъ центра.

Для *всѣхъ* угловъ φ, *не* удовлетворяющихъ этимъ условіямъ, лучи взаимно разрушаются, и мы получимъ темноту. Въ самомъ дѣлѣ, пусть $(a+b)\sin\varphi = (n+\varepsilon)\lambda$, гдѣ n цѣлое число, а ε—дробь < 1. Мы всегда можемъ подъискать такое цѣлое число ν, чтобы $\nu\,.\,\varepsilon\lambda$ составило—или въ точности, или съ достаточнымъ приближеніемъ—нечетное число полуволнъ; тогда дѣйствіе 1-го отверстія будетъ уничтожаться $(\nu+1)$-мъ отверстіемъ, дѣйствіе 2-го будетъ уничтожаться $(\nu+2)$-мъ и т. д., и въ общемъ итогѣ (предполагая, что число отверстій очень велико) получимъ дѣйствіе ничтожное сравнительно съ тѣмъ, какое получается въ случаяхъ, удовлетворяющихъ условію (1).

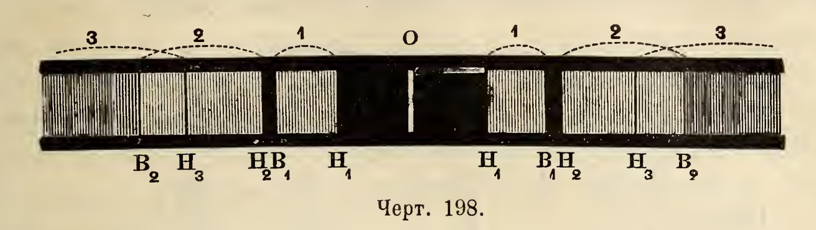
§ 303. Диффракціонные спектры.—Такимъ образомъ полная картина явленія, въ случаѣ монохроматическаго свѣта, состоитъ изъ равноотстоящихъ (приблизительно) свѣтлыхъ линій; разстояніе двухъ послѣдовательныхъ линій пропорціонально длинѣ волны λ и обратно пропорціонально періоду рѣшотки.

Въ случаѣ бѣлаго свѣта, свѣтовые maxima (1) совпадаютъ для всѣхъ цвѣтовъ только въ центральной линіи ($\varphi = 0$), которая слѣд. будетъ бѣлою. Остальные maxima расположатся въ видѣ *диффракціонныхъ спектровъ,* симметрично по обѣ стороны отъ центра (черт. 198). Условіе $(a+b)\sin\varphi = \lambda$ дастъ *первые спектры;* условіе $(a+b)\sin\varphi = 2\lambda$ дастъ *вторые спектры,* и т. д. Каждый спектръ обращенъ

---

[1]) Мы предполагаемъ здѣсь, что величины a и b несоразмѣримы, иначе нѣкоторыя изъ свѣтлыхъ линій будутъ отсутствовать. Такъ, наприм. при $a+b$, условія $(a+b)\sin\varphi = 2\lambda, 4\lambda, 6\lambda\dots$ ведутъ къ тому, что въ каждомъ отверстіи заключается четное число. Гейгенсовыхъ зонъ, и слѣд. четныхъ спектровъ не получится. Вообще если $a/b = m/n$, гдѣ m и n цѣлыя числа, то отсутствуютъ спектры: $(m+n)$-й, $2(m+n)$-й, $3(m+n)$-й, и т. д.

фіолетовымъ концомъ внутрь (къ центру), краснымъ—наружу. Длины 1-хъ, 2-хъ, 3-хъ... спектровъ относятся приблизительно какъ



Черт. 198.

1 : 2 : 3 : ... Если свѣтъ—солнечный, въ спектрахъ будутъ Фраунгоферовы линіи; разстояніе данной линіи (наприм. линіи D) отъ центра пропорціонально длинѣ волны ея (λ_D), и пропорціонально *порядку* (нумеру) спектра (т.-е. во 2-мъ спектрѣ двойное, въ 3-мъ тройное и пр.).

Такъ какъ для линій B и H, которыя можно считать предѣлами ярко видимаго спектра, длины волнъ не составляютъ полной октавы ($\lambda_B = 0\mu,69$, $\lambda_H = 0\mu,39$), то между концами 1-хъ спектровъ и началами 2-хъ тянутся темные промежутки.

Но дальнѣйшіе спектры сливаются одинъ съ другимъ, и въ тѣхъ частяхъ, гдѣ происходитъ наложеніе одного спектра на другой, цвѣта смѣшанные [1]). Для распознаванія Фраунгоферовыхъ линій здѣсь нужно руководствоваться ихъ конфигураціей, а не цвѣтомъ фона; самыя линіи здѣсь не черныя, а цвѣтныя.

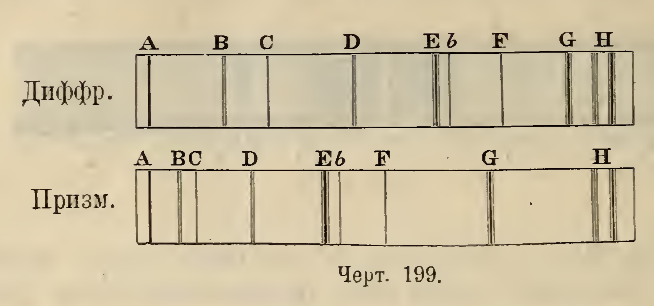
§ 304. **Диффракціонный спектръ какъ «нормальный».**—Послѣдовательные спектры—1-й, 2-й, 3-й...—подобны одинъ другому и различаются только длиною и степенью яркости; спектры одной рѣшотки подобны спектрамъ другой. Размѣщеніе цвѣтныхъ полосъ и черныхъ линій опредѣляется длинами волнъ λ. Въ призматическомъ спектрѣ это размѣщеніе зависитъ отъ вещества призмы и отъ преломляющаго угла (§ 165).

Такимъ образомъ диффракціонный спектръ отличается отъ призматическихъ и по отношенію къ нимъ считается *нормальнымъ*. На

---

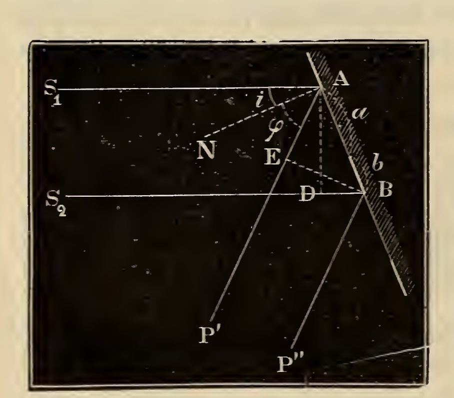
[1]) Понятно, что часть промежутковъ между O и H_1 занята ультрафіолетовыми лучами, а промежутки между B_1 и H_2—инфракрасными лучами 1-хъ спектровъ и ультрафіолетовыми 2-хъ.

черт. 199 представлены одинаковой длины солнечные спектры—отъ рѣшотки и отъ флинтовой призмы. Во второмъ болѣе растянута верхняя (сине-фіолетовая) часть и сужена нижняя (красная).



Черт. 199.

§ 305. **Отражательная рѣшотка.**—Рѣшотка можетъ быть начерчена на плоскомъ металлическомъ зеркалѣ и дѣйствовать чрезъ отраженіе: штрихи суть пробѣлы зеркала (мѣста не отражающія), и въ отраженныхъ лучахъ получаются явленія, подобныя вышеописаннымъ.



Черт. 200.

Пусть падающіе лучи параллельны, лучи диффракціонные (т.-е. лучи, собираемые въ одну точку диффракціонной картины) — также параллельны. Размотримъ одинъ періодъ рѣшотки; пусть a—ширина отражающаго промежутка, b—ширина неотражающаго штриха (черт. 200). Уголъ паденія пусть равенъ i, уголъ диффракціи $= \varphi$. Два луча S_1AP' и S_2BP'', соотвѣтствующіе началу и концу періода, пріобрѣтаютъ разность хода $= BD - AE =$

$$(a + b)(\sin i \mp \sin \varphi)\ ^{1)}.$$

Подобно § 302 заключаемъ, что подъ углами φ, для которыхъ

$$(a + b)\ (\sin i \mp \sin \varphi) = 0,\ \pm\lambda,\ \pm 2\lambda, \ldots,$$

получимъ свѣтлыя линіи, всѣ же прочія части поля зрѣнія останутся темными. При бѣломъ свѣтѣ получимъ диффракціонные спектры, со-

---

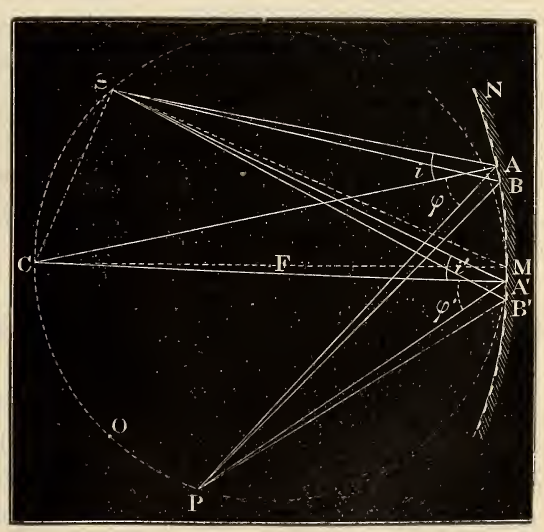
[1]) Знакъ $+$ получился бы, еслибъ уголъ φ лежалъ въ ту же сторону отъ AN, какъ и уголъ i.

вершенно подобные тѣмъ, какіе происходятъ отъ рѣшотокъ прозрачныхъ. При $i=0$ получаемъ прежнія условія (1), § 302.

Металлъ (зеркальный сплавъ) чертится легче, чѣмъ стекло; поэтому отражательную рѣшотку съ большою зачерченною площадью и мелкими періодами (0,002—0,001 mm) легче приготовить, чѣмъ прозрачную. Таковы металлическія рѣшотки Роланда (до 170 □ cm), сдѣланныя посредствомъ усовершенствованной дѣлительной машины. Совокупность рѣшотки и зрительной трубы представляетъ собою *диффракціонный спектроскопъ*.

§ 306. Вогнутая отражательная рѣшотка: 1) Ея дѣйствіе.—Роланду принадлежитъ также изобрѣтеніе рѣшотокъ, вычерченныхъ на *вогнутомъ* сферическомъ зеркалѣ. Онѣ даютъ *объективное* изображеніе безъ помощи трубъ или стеколъ, свободное отъ сферической и хроматической аберраціи, и потому особенно удобны для фотографированія спектровъ.

Пусть MN (черт. 201) представляетъ зеркало-рѣшотку; центръ кривизны его въ C, штрихи перпендикулярны къ плоскости чертежа. На CM какъ діаметрѣ опишемъ кругъ въ этой плоскости, и пусть въ S находится свѣтящая точка (или свѣтящая линія, перпендикулярная къ чертежу). Рядъ диффракціонныхъ изображеній (спектровъ) будетъ разстилаться по той же окружности, при чемъ точка O (симметричная съ S) будетъ центромъ диффракціонной картины (бѣлое изображеніе источника S). Докажемъ это.



Черт. 201.

§ 307. 2) Теорія. — Проведемъ изъ S два луча SA, SB къ началу и концу одного изъ періодовъ AB $(=a+b)$ рѣшотки, и два луча AP, BP диффракціонные; уголъ паденія (почти одинаковый

для обоихъ) назовемъ i, уголъ диффракціи φ. Какъ и въ предыдущемъ §. разница хода двухъ лучей AP и BP выразится такъ:

$$\Delta = (a + b)(\sin i \mp \sin \varphi).$$

Подобнымъ образомъ для другой пары лучей, $A'P$ и $B'P$, разница хода будетъ

$$\Delta' = (a + b)(\sin i' \mp \sin \varphi').$$

Но точки A, B. A', B', лежащія на поверхности зеркала, весьма близки къ окружности SCP. Еслибъ онѣ лежали строго на этой окружности, мы имѣли бы $i = i'$, $\varphi = \varphi'$; эти равенства можно принять какъ весьма близкія къ дѣйствительности, а слѣд. принять $\Delta = \Delta'$.

Такимъ образомъ всѣ лучи, идущіе изъ соотвѣтственныхъ точекъ различныхъ періодовъ рѣшотки къ точкѣ P, представляютъ, попарно взятые, одинаковую разность хода,—подобно тому, какъ это было для параллельныхъ лучей AP', BP'' и пр. при отраженіи отъ плоской рѣшотки (черт. 200). Въ случаѣ, если эта разность хода

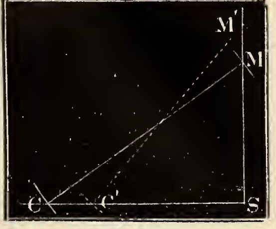
$$(a + b)(\sin i \mp \sin \varphi) = 0, \pm\lambda, \pm 2\lambda, \pm 3\lambda, \ldots,$$

лучи придутъ въ P *согласнымъ* сходящимся пучкомъ и дадутъ *свѣтлую* точку (или линію); во всѣхъ другихъ случаяхъ получимъ въ P темноту.

Отсюда видно, что диффракціонныя изображенія дѣйствительно размѣстятся по окружности SCP. Такъ какъ они теперь образуются лучами сходящимися, то собирающихъ чечевицъ не нужно. Такъ какъ окружность одна и та же для всѣхъ цвѣтныхъ лучей, то, разостлавъ экранъ (или фотографическую пластинку) по дугѣ COP, мы получимъ на немъ отчетливое изображеніе *всѣхъ* частей спектра, тогда какъ при употребленіи призмъ и чечевицъ приходится нѣсколько «измѣнять фокусъ».

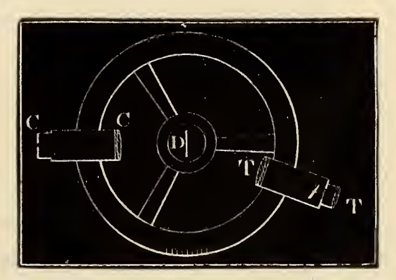
§ 308. 3) **Установка.**—Для того чтобы лучи отъ среднихъ частей рѣшотки падали на экранъ по направленіямъ почти перпендикулярнымъ, полезно помѣщать экранъ при C, такъ что уголъ MSC (между линіями, идущими отъ S къ M и къ C) $= 90°$. Перемѣщая S вдоль окружности и оставляя экранъ на одномъ мѣстѣ, мы будемъ принимать на экранѣ любую часть диффракціонной картины.

Такое расположеніе легко осуществить, укрѣпивъ экранъ C (слегка вогнутый) и рѣшотку M (черт. 202) на концахъ линейки (перпендикулярно къ ея направленію, на разстояніи равномъ радіусу кривизны рѣшотки) и передвигая C по рельсу CS и M — по рельсу MS; при чемъ линіи CS и MS сходятся подъ прямымъ угломъ въ томъ мѣстѣ, гдѣ помѣщается освѣщенная щель S.—Такое приспособленіе устроенно Роландомъ для его работъ по приготовленію фотографическаго атласа солнечнаго спектра (§ 254). Радіусъ кривизны рѣшотки у него=6,5 m.



Черт. 202.

§ **309. Измѣреніе длины свѣтовыхъ волнъ.**—Диффракціонные спектры даютъ наилучшій способъ измѣрить длину свѣтовыхъ волнъ. Рѣшотку D (черт. 203) устанавливаютъ близъ центра раздѣленнаго круга (спектрометра, § 172). Коллиматоръ CC, съ освѣщенною щелью въ главномъ фокусѣ линзы, освѣщаетъ рѣшотку параллельными лучами. Зрительная труба TT, установленная для параллельныхъ лучей и могущая перемѣщаться по кругу, служитъ для наблюденія; она снабжена паутинной нитью въ главной фокусной плоскости f объектива (гдѣ рисуется часть диффракціонной картины).



Черт. 203.

Рѣшотку устанавливаютъ такъ, чтобъ ея штрихи были перпендикулярны къ плоскости круга. Трубу наводятъ сперва на центральное (бѣлое) изображеніе щели, потомъ на ту или другую линію того или другого изъ спектровъ, и отсчитываютъ пройденный трубою уголъ φ_n. Если мы наблюдали n-й спектръ, то, по предыдущему, имѣемъ

$$(a+b)\sin\varphi_n = n\lambda.$$

Періодъ $(a+b)$ рѣшотки измѣряется на дѣлительной машинѣ [1]).

---

[1]) На чертежѣ рѣшотка предполагается прозрачною; если она отражательная, измѣнится мѣсто трубы TT.

Чѣмъ выше «порядокъ» спектра (т.-е. чѣмъ больше n), тѣмъ большій уголъ приходится отсчитывать и тѣмъ шире размѣщены линіи спектра; но зато въ слишкомъ отдаленныхъ спектрахъ уже недостаточна яркость свѣта. Измѣряютъ тѣ изъ спектровъ, гдѣ углы достаточно велики и яркость не слишкомъ слаба.

При изслѣдованіи *невидимыхъ* лучей, трубу съ ея нитью замѣняютъ чувствительною нитью болометра (§ 249), или прибѣгаютъ къ помощи фотографіи (§ 254). Въ послѣднемъ случаѣ особенно удобна вогнутая рѣшотка (§ 306), не требующая стеколъ (которыми поглощаются такіе лучи).

§ **310. Числовые результаты** (λ и N). — Подобными измѣреніями найдены слѣдующія величины λ для главнѣйшихъ Фраунгоферовыхъ линій въ микронахъ, въ воздухѣ при 760 mm и 20°.

A (верхъ)..0μ,7594	D_1...0μ,5896	*b* ...0μ,5184	H_1...0μ,397
B (верхъ)...0, 6867	D_2...0, 5890	*F*...0, 4861	H_2...0, 393
C 0, 6563	*E*...0, 5270	*G*...0, 4308	

(*A* и *B* суть сложныя группы линій; указаны λ для *верхняго* предѣла группъ, т.-е. наименьшія длины волны.)

Приведемъ еще длины волнъ для наиболѣе яркихъ линій нѣкоторыхъ газовыхъ спектровъ (водорода H, кадмія Cd, литія Li, натрія Na, таллія Tl).

	H	Cd	Li	Na	Tl
красн.	0μ,6563 (C)	0μ,6439	0μ,6705		
желт.				0,5896 (D_1)	
				0,5890 (D_2)	
зелен.		0, 5378			0,5349
		0, 5337			
		0, 5086			
голуб.	0, 4861 (F)	0, 4800	0,4603		
		0, 4679			
синій	0, 4340				
фіол.	0, 4101				

Для приведенія λ къ пустотѣ, нужно помножать на соотвѣтственные показатели преломленія *воздуха* (при 760 mm и 20°, $\mu_A = 1{,}000291$, $\mu_H = 1{,}000298$). Такъ для D_1 получимъ 0μ,5898.

Зная длину волны λ и полагая скорость свѣта $V = 300 . 10^6$ m/s=300 . 10^9 mm/s (§ 119), найдемъ, по формулѣ $N = V/\lambda$, числа N колебаній въ 1 сек. для различныхъ цвѣтныхъ лучей; такъ для линій A, D, H солнечнаго спектра получаемъ $N_A = 395 . 10^{12}$, $N_D = $ $= 509 . 10^{12}$, $N_H = 760 . 10^{12}$.

Мы уже знаемъ (§ 250 и сл.), что предѣлами солнечнаго спектра можно принять: λ=0μ,295 (N=1017 . 10^{12}) и λ = 2μ,8 (N = 171.10^{12}); а предѣлами до сихъ поръ извѣстныхъ спектровъ вообще: λ=0μ,100 (N = 3000 . 10^{12}) и λ = 30μ (10 . 10^{12}),—итого болѣе 8 октавъ (§ 265).

II.

ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВѢТЪ. КРИСТАЛЛЫ.

A. Общія свѣдѣнія о поляризаціи свѣта.

311. Прямолинейная (плоская) поляризація. — Разсмотрѣнныя нами явленія свѣта оставляютъ открытымъ вопросъ о томъ, продольны или поперечны свѣтовыя волны. Возможность получить *поляризованный* свѣтъ рѣшаетъ этотъ вопросъ въ пользу *поперечности* волнъ, какъ указалъ Френель.

Лучъ свѣтъ называется *естественнымъ* или *неполяризованнымъ,* если всѣ проходящія чрезъ него плоскости (всѣ «азимуты») физически-безразличны для него. Такой лучъ одинаково пропускается слоемъ какого бы то ни было вещества, какъ бы мы ни повернули этотъ слой около луча (сохраняя тотъ же самый уголъ паденія). Такой лучъ одинаково отражается отъ любой зеркальной поверхности, какъ бы она ни была повернута около луча (опять подъ условіемъ неизмѣннаго угла паденія).

Лучи, идущіе непосредственно отъ солнца или отъ раскаленнаго газа, суть лучи «естественные».

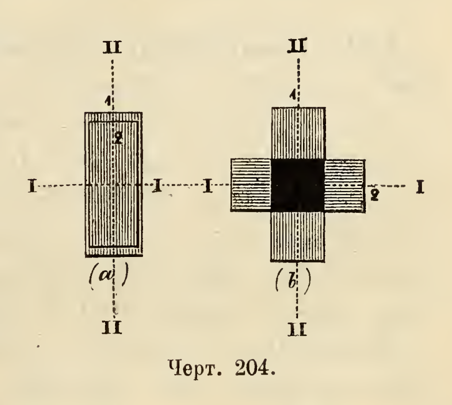
Но послѣ всякаго преломленія (особенно въ нѣкоторыхъ тѣлахъ кристаллической структуры) и послѣ всякаго отраженія лучъ получаетъ въ большей или меньшей мѣрѣ нѣкоторую *разносторонность*, которая и называется *поляризаціей* (точнѣе—*плоской* или *прямолинейной* поляризаціей). Она именно выражается въ томъ, что простой поворотъ луча около своей оси сообщаетъ ему различную способность пропускаться или отражаться даннымъ тѣломъ. (На практикѣ, при такомъ изслѣдованіи, мы вращаемъ *тѣло около луча,* что при-

водится къ тому же самому, ибо важно *относительное* положенiе луча и тѣла.) Въ извѣстныхъ случаяхъ *такой* лучъ *совсѣмъ* не пропускается, или совсѣмъ не отражается.

Лучи, испускаемые раскаленнымъ твердымъ или жидкимъ тѣломъ въ косвенныхъ направленiяхъ, обнаруживаютъ поляризацiю, — вѣроятно оттого, что идутъ не съ одной только поверхности, но и съ нѣкоторой глубины (при чемъ претерпѣваютъ преломленiе).

Явленiя поляризованнаго свѣта впервые (послѣ отрывочныхъ наблюденiй Гейгенса надъ кристаллами) изслѣдованы Малюсомъ, а объяснены съ точки зрѣнiя теорiи волненiй—Френелемъ.

§ 312. Турмалинъ. Поляризаторъ, анализаторъ. — Вырѣжемъ плоскопараллельную пластинку (1) изъ турмалина, параллельно кристаллографической оси этого минерала (черт. 204) [1]), и пропустимъ чрезъ нее, въ перпендикулярномъ направленiи, пучокъ параллельныхъ лучей. Прошедшiе лучи будутъ ослаблены и окрашены, вслѣдствiе избирательнаго поглощенiя; но кромѣ того они окажутся *прямолинейно-поляризованными:* турмалинъ послужитъ *поляризаторомъ.*



Черт. 204.

Непосредственно мы не замѣтимъ этой поляризацiи, но можемъ обличить ее второю подобною же пластинкой (2) турмалина, которая послужитъ *анализаторомъ* поляризованныхъ лучей. Если лучи, вышедшiе изъ (1), падаютъ на (2), то, смотря по относительному расположенiю пластинокъ, они либо будутъ хорошо пропущены (черт. 204, *a*), либо вовсе не пройдутъ (будутъ погашены, *b*). Въ промежуточныхъ положенiяхъ, когда оси пластинокъ не параллельны и не перпендикулярны, яркость пропущеннаго свѣта измѣняется постепенно отъ maximum (*a*) до minimum (*b*).

§ 313. Плоскость поляризацiи. — Мы видимъ, что изъ числа плоскостей, проходящихъ перпендикулярно къ турмалину (1) (и слѣд.

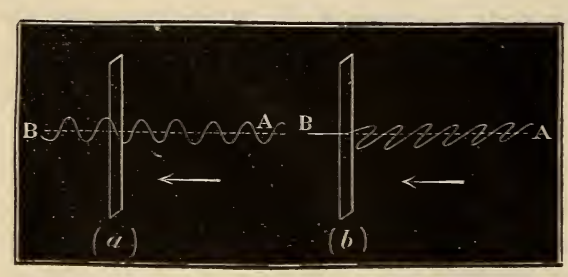
---

[1]) Штрихи на черт. 204 приведены параллельно кристаллическимъ осямъ турмалиновъ. Лучи свѣта идутъ перпендикулярно къ чертежу.

параллельно лучамъ), *двѣ* имѣютъ особое значеніе: это — плоскость I, перпендикулярная къ его кристаллической оси, и плоскость II, параллельная ей. Назовемъ плоскость I *плоскостью поляризаціи* нашаго поляризатора (1) и скажемъ, что турмалинъ поляризуетъ вошедшій въ него естественный лучъ въ своей плоскости поляризаціи. Этотъ лучъ пройдетъ сквозь анализаторъ (2) *всего лучше* въ томъ случаѣ, если плоскость поляризаціи анализатора (т.-е. плоскость перпендикулярная къ его кристаллической оси) *совпадаетъ* съ плоскостью поляризаціи поляризатора, — *не* пройдетъ, если одна къ другой перпендикулярна.

§ 314. Поперечность свѣтовыхъ колебаній. Направленіе колебаній.—Свойство поляризованнаго луча прямо указываетъ на то, что въ немъ свѣтовыя колебанія *поперечны*, а не продольны, и что они совершаются либо вдоль линіи I, либо вдоль II. Есть основаніе думать, согласно съ Френелемъ, что *колебанія всегда совершаются перпендикулярно къ такъ-называемой плоскости поляризаціи луча*; такъ что въ лучѣ, выпущенномъ пластинкой (1), они направлены вдоль линіи II (вдоль штриховъ на 1).

Пропусканіе и погашеніе поляризованнаго луча анализаторомъ будетъ понятно, если позволимъ себѣ слѣдующую аналогію. Пусть пластинка (2) представляетъ собой рѣшотку, составленную изъ стержней, параллельныхъ штрихамъ и раздѣленныхъ свободными промежутками. Пусть сквозь одну изъ щелей протянута струна или веревка, которую мы приводимъ у *A* въ поперечныя колебанія. Если эти колебанія направлены *вдоль* щели, они свободно распространятся въ сторону *B* (черт. 205, *a*); если колебенія совершаются *поперекъ* щели, они будутъ заглушены и не распространятся къ *B* (черт. 205, *b*).



Черт. 205.

Ясно, что такого различія въ свободѣ прохожденія не могло бы быть, если бы колебанія струны были продольны, т.-е. совершались бы вдоль линіи *AB*, перпендикулярно къ плоскости щели.

Если колебанія струны, будучи поперечны, направлены не параллельно длинѣ щели и не перпендикулярно ей, а вкось, — то они могутъ быть разсматриваемы какъ совокупность колебаній параллельныхъ и колебаній перпендикулярныхъ длинѣ щели (§ 19). Щель свободно пропуститъ первую слагающую волны и задержитъ вторую.

§ 315. Естественный лучъ. — Функція турмалина-*анализатора* состоитъ слѣд. въ томъ, что онъ пропускаетъ только такія свѣтовыя колебанія, которыя направлены параллельно его кристаллической оси (перпендикулярно къ его плоскости поляризаціи). Этимъ же избирательнымъ пропусканіемъ можно объяснить и функцію турмалина-*поляризатора*, если составимъ себѣ слѣдующее представленіе о естественномъ лучѣ. Пусть въ такомъ лучѣ колебанія, будучи также поперечными, не сохраняютъ одного неизмѣннаго направленія, но въ быстрой послѣдовательности принимаютъ всевозможныя поперечныя направленія, при чемъ ни одно изъ нихъ не играетъ преобладающей роли. Этимъ мы объяснимъ себѣ, почему естественный лучъ всегда пройдетъ сквозь одну турмалинную пластинку, какъ бы мы ее ни повернули. Но по своему свойству — пропускать только колебанія параллельныя кристаллической оси, пластинка будетъ пропускать естественный лучъ только въ тѣ моменты, когда въ немъ колебаніе имѣетъ соотвѣтственную слагающую. Вышедшій изъ пластинки лучъ будетъ уже поляризованъ: въ немъ колебанія будутъ имѣть одно неизмѣнное направленіе (перпендикулярное къ плоскости поляризаціи турмалина).

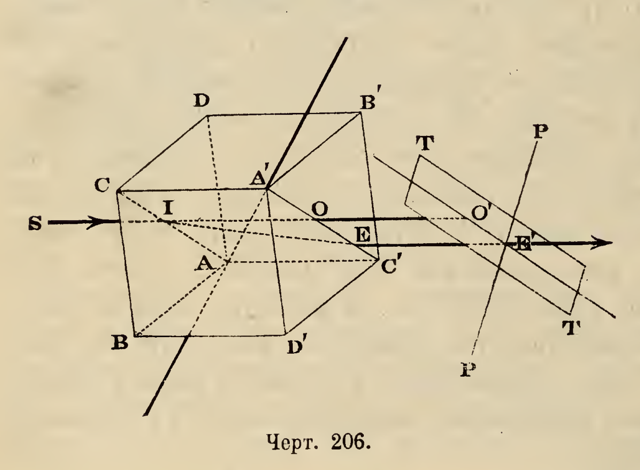
Такимъ образомъ лучъ естественный въ каждый моментъ можно представлять себѣ какъ прямолинейно-поляризованный; но отъ времени до времени его плоскость поляризаціи всячески измѣняется (проходитъ черезъ всѣ азимуты). Явленія интерференціи при большихъ разницахъ хода (§ 276) доказываютъ, что эта смѣна должна происходить медленно по сравненію съ періодомъ колебанія (такъ что наприм. милліоны колебаній сряду остаются направленными почти одинаково), но весьма быстро сравнительно съ продолжительностью свѣтового ощущенія (такъ что въ малую долю секунды смѣнятся всевозможныя плоскости поляризаціи).

Дѣйствительно, если лучъ поляризованъ (напр. турмалиномъ) и мы будемъ быстро вращать поляризаторъ, то получается лучъ, не различимый отъ естественнаго.

Мы увидимъ, что это представленіе о лучѣ естественномъ можно еще обобщить (§ 324).

§ **316. Двояко-преломляющіе кристаллы вообще.** — Турмалинъ есть одинъ изъ двояко-преломляющихъ кристалловъ, которые, говоря вообще, отличаются свойствомъ раздвоять пропущенный черезъ нихъ лучъ свѣта. Въ турмалинной пластинкѣ этого раздвоенія не замѣчаемъ, такъ какъ одинъ изъ двухъ лучей сильно поглощается даже тонкимъ слоемъ турмалина.

Свойство поляризовать свѣтъ естественный принадлежитъ всѣмъ такимъ кристалламъ, и всякій изъ нихъ можетъ служить анализаторомъ уже поляризованнаго луча.



Черт. 206.

Возьмемъ наприм. естественный ромбоэдръ (черт. 206) *исландскаго шпата* (углекислаго кальція). Кристаллическою осью его служитъ діагональ AA', соединяющая тѣ два трегранные угла ромбоэдра, которые образованы равными плоскими углами (тупыми) [1]). Проведемъ мысленно черезъ эту ось AA' сѣченіе, перпендикулярное къ одной изъ граней $ABCD$. Назовемъ это сѣченіе $ACA'C'$ *главнымъ сѣченіемъ* для этой грани. На грань $ABCD$ пустимъ перпендикулярно лучъ естественный SI. Онъ при входѣ въ кристаллъ раздвоится. Одинъ лучъ $SIOO'$ пройдетъ и выйдетъ, не измѣнивъ направленія; назовемъ его лучомъ *обыкновеннымъ*. Другой лучъ SIE отклонится, оставшись въ главномъ сѣченіи, а при входѣ приметъ направленіе EE', параллельное первому: это лучъ *необыкновенный*. Оба луча имѣютъ одинаковую яркость (=половинѣ яркости первоначальнаго).

---

[1]) Или—всякая линія, идущая параллельно этой діагонали. Подъ *осью* разумѣется не вполнѣ опредѣленная линія, а опредѣленное *направленіе*.

Если будемъ изслѣдовать эти два луча, принявъ ихъ перпендикулярно на турмалинную пластинку TT, то окажется, что оба они поляризованы. Лучъ *обыкновенный* погасится, когда плоскость поляризаціи $EE'P$ турмалина направлена перпендикулярно къ главному сѣченію $ACA'C'$ (какъ представлено на черт. 206), слѣд. онъ *поляризованъ въ главномъ сѣченіи* шпата (въ «первомъ азимутѣ»). Лучъ *необыкновенный* погасится, когда повернемъ турмалинную пластинку около EE' на 90^0; слѣд. его плоскость поляризаціи перпендикулярна къ главному сѣченію (лежитъ во «второмъ азимутѣ») шпата. Другими словами, въ обыкновенномъ лучѣ колебанія совершаются параллельно діагоналямъ $BD, B'D'$, а въ необыкновенномъ—параллельно діагоналямъ AC и $A'C'$.

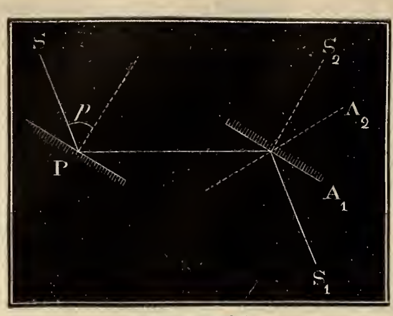
Мы употребили шпатъ какъ поляризаторъ. По предыдущему ясно, что онъ можетъ служить и анализаторомъ [1]). По своей прозрачности онъ удобнѣе турмалина; но явленія съ нимъ сложнѣе, вслѣдствіе раздвоенія лучей (чтобы различать лучи, нужно брать узкій пучокъ лучей, или большой кусокъ шпата). Мы послѣ увидимъ, какимъ образомъ искусственно приготовляются изъ кусковъ шпата такія тѣла, которыя поляризуютъ или анализируютъ лучъ, не раздвояя его. Турмалинъ по природѣ имѣетъ такое свойство, поглощая свой обыкновенный лучъ и пропуская только *необыкновенный*, поляризованный перпендикулярно къ главному сѣченію турмалина (во второмъ его азимутѣ).

§ 317. Зеркало.—Поляризаторомъ и анализаторомъ можетъ служить также неметаллическое плоское зеркало (съ одною отражающей поверхностью), какъ показалъ Малюсъ. Всего лучше брать зеркало изъ такого вещества, у котораго показатель преломленія близокъ къ числу 1,46,—напр. изъ чернаго стекла. Оно *поляризуетъ* отраженный лучъ *въ плоскости отраженія*, и притомъ всего лучше (полнѣе), если уголъ паденія имѣетъ опредѣленную величину p, называемую *угломъ поляризаціи*. Если лучъ, падающій на такое зеркало подъ

---

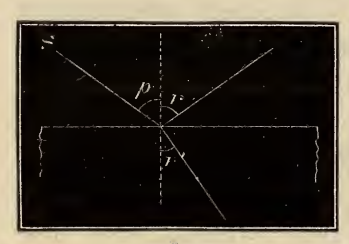
[1]) Если лучъ SI проходитъ сквозь ромбоэдръ безъ отклоненія и выходитъ изъ него по OO', не сопровождаясь другимъ лучомъ, — значитъ, онъ уже былъ поляризованъ въ плоскости $ACA'C'$ (черт. 206). При поворотѣ ромбоэдра около луча на 90^0, мы погасимъ этотъ лучъ, а другой (отклоненный) получитъ наибольшую яркость.

этимъ угломъ, отражается при опредѣленномъ положенiи зеркала и не отражается (гасится) при поворотѣ его около луча на 90°,—значитъ, лучъ уже былъ поляризованъ, и именно—поляризованъ *въ плоскости яркаго отраженiя*. На черт. 207 два такiя зеркала P и A употреблены какъ поляризаторъ и анализаторъ; лучъ, поляризованный первымъ (въ плоскости чертежа), отразится ярко отъ второго, когда оно — въ одномъ изъ двухъ положенiй A_1, A_2), представленныхъ на чертежѣ; лучъ не отразится отъ зеркала A, когда повернемъ послѣднее около луча на 90°.



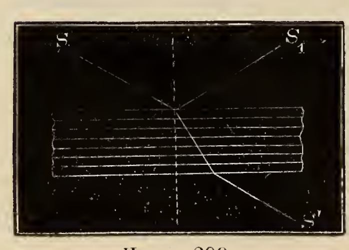
Черт. 207

§ 318. **Уголъ поляризацiи** p удовлетворяетъ условiю: $\tan p = \mu$ (*законъ Брюстера*). Другими словами, это такой уголъ паденiя, при которомъ отраженный и преломленный лучъ взаимно перпендикулярны. (Ибо изъ уравненiй $\sin p/\cos p = \mu$ и $\sin p = \mu \sin r'$ слѣдуетъ, что $\cos p = \cos r = \sin r'$, т.-е. $r + r' = 90$, черт. 208). Для стекла съ показателемъ преломленiя=1,5, уголъ $p = 56°19'$. При другихъ углахъ паденiя происходитъ также поляризацiя свѣта, но *неполная* [1]).



Черт. 208.

§ 319. **Стеклянная стопа.**—Лучъ, пропущенный (преломленный) какимъ-либо изотропнымъ веществомъ, также поляризованъ, и именно—*въ плоскости, перпендикулярной къ плоскости преломленiя*. Поляризацiя опять всего полнѣе, когда лучи падаютъ подъ угломъ p, но она и тутъ не такъ совершенна, какъ въ отраженныхъ лучахъ. (*Абсолютныя* количества поляризованнаго свѣта въ пучкахъ отраженномъ и преломленномъ *равны*, но второй пучокъ ярче.)



Черт. 209.

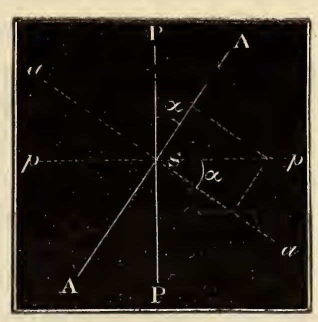
[1]) Т.-е. свѣтъ обнаруживаетъ такiя свойства, какъ будто онъ состоитъ изъ поляризованнаго въ смѣси съ естественнымъ.

Полнота поляризаціи (т.-е. пропорція поляризованнаго свѣта) увеличивается, если лучи пропустимъ чрезъ большое число (стопу) плоско-параллельныхъ стеколъ. Каждая такая пластинка даетъ многократное отраженіе и преломленіе (вспомнимъ черт. 173), при чемъ съ каждымъ разомъ увеличивается полнота поляризаціи.

Такая стопа стеколъ можетъ замѣнять черное зеркало § 317, ибо поляризуетъ отраженный пучокъ лучей S_1, а съ другой стороны—она даетъ поляризованный проходящій пучокъ лучей S' (черт. 209). Уголъ паденія можетъ даже не въ точности равняться p; но чѣмъ больше онъ разнится отъ p, тѣмъ большее число пластинокъ требуется для поляризованія.—Какъ всякій поляризаторъ, стопа можетъ служить и анализаторомъ.

§ **320. Законъ Малюса.**—Для всѣхъ вообще анализаторовъ существуетъ общій законъ, по которому измѣняется яркость, когда вращаемъ анализаторъ около изслѣдуемаго поляризованнаго луча.

Пусть лучъ (идущій къ S, перпендикулярно къ чертежу 210) поляризованъ въ плоскости P, а слѣд. колебанія его направлены вдоль pp (§ 314). Пусть анализаторъ помѣщенъ такъ, что плоскость поляризаціи его есть A, а слѣд. направленіе допускаемыхъ имъ колебаній есть aa. Мы уже знаемъ, что лучъ погасится анализаторомъ, когда P и A (или p и a) взаимно-перпендикулярны («перекрещены»), и что, напротивъ, лучъ выйдетъ съ наибольшей яркостью, когда P и A (p и a) совпадаютъ.



Черт. 210.

Въ промежуточныхъ положеніяхъ, когда P и A составляютъ уголъ α, яркость луча, выпущеннаго анализаторомъ, будетъ

$$I \cos^2\alpha,$$

если яркость первоначальнаго поляризованнаго луча была I. Это—*законъ Малюса.*

Въ самомъ дѣлѣ, когда колебаніе направлено вдоль pp и имѣетъ амплитуду $= 1$, то оно можетъ быть разложено на два слагающихъ колебанія: одно вдоль aa, съ амплитудою $= \cos\alpha$, другое вдоль AA, съ амплитудою $= \sin\alpha$ (§ 19). Анализаторъ пропуститъ только первое

и слѣд. дастъ лучъ съ амплитудою $= \cos\alpha$ и съ яркостью пропорціональною $\cos^2\alpha$ (§ 35). Эта яркость $= I$ (весь лучъ пропущенъ) при $\alpha = 0$, она $= 0$ (лучъ погашенъ) при $\alpha = 90^\circ$; вообще же она будетъ $I \cos^2\alpha$ [1]).

§ 321. **Яркость двухъ лучей въ кристаллѣ.** — Когда анализаторомъ взятъ двоящій кристаллъ (§ 316), законъ Малюса прилагается и къ обыкновенному лучу, и къ необыкновенному. Для обыкновеннаго α будетъ уголъ плоскости P съ *главнымъ сѣченіемъ* кристалла (т.-е. съ плоскостью, проходящею чрезъ впускаемый лучъ [2]) и ось кристалла). Для необыкновеннаго луча подъ α нужно разумѣть уголъ, дополнительный къ предыдущему до 90°. Слѣд. яркость двухъ выпущенныхъ лучей будетъ

$$I_0 = I \cos^2\alpha \ldots \text{обыкн.}$$
$$I_e = I \sin^2\alpha \ldots \text{необыкн.},$$

гдѣ α есть уголъ между плоскостью поляризаціи падающаго луча и главнымъ сѣченіемъ кристалла (взятымъ для этого луча). При $\alpha = 45^\circ$ $\cos\alpha = \sin\alpha = 1/\sqrt{2}$, слѣд. $I_0 = I_e = \frac{1}{2} I$.

Когда $\alpha = 0$, анализаторъ дастъ только обыкновенный лучъ, яркость котораго будетъ $= I$. Когда $\alpha = 90^\circ$, получимъ только необыкновенный лучъ яркости I. Въ общемъ случаѣ сумма яркостей $I_0 + I_e = I$ (ибо $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1$).

§ 322. **Интерференція поляризованныхъ лучей.**—При описаніи опытовъ интерференціи лучей (§ 267 и сл.) мы предполагали, что это—лучи естественные. Явленія точно такъ же происходили бы и съ лучами плоско-поляризованными, *если только плоскость поляризаціи у нихъ одна и та же.*

Но когда два луча поляризованы въ плоскостяхъ взаимно-перпендикулярныхъ, они *неспособны интерферировать*, т.-е. яркость свѣта, ими обусловленная, всегда будетъ равна суммѣ яркостей отдѣльныхъ лучей (§ 36). Такіе два луча никогда не могутъ погасить или ослабить другъ друга.

---

1) При этомъ предположено, что потери свѣта чрезъ отраженіе и поглощеніе ничтожны.

2) Или, общѣе, чрезъ нормаль вводящей грани, буде лучъ впускается не перпендикулярно къ послѣдней.

Этотъ результатъ, удостовѣренный прямыми опытами (Френеля и Араго̀), всего лучше убѣждаетъ въ томъ, что свѣтовыя колебанія строго поперечны. Ибо если бы, кромѣ поперечныхъ слагающихъ, были и *продольныя слагающія* колебанія, то эти послѣднія,—будучи одинаково направлены, каковы бы ни были плоскости поляризаціи лучей (т.-е. каковы бы ни были направленія поперечныхъ слагающихъ колебаній),—должны были бы интерферировать; а слѣд. не соблюдалось бы простое суммованіе двухъ яркостей.

Если два луча поляризованы подъ угломъ *не*прямымъ, то колебанія одного луча интерферируютъ съ одною слагающею колебанія другого (слагающею, *по той же линіи* направленною).

Два перпендикулярно поляризованные луча только тогда могутъ дать явленія интерференціи, *если приведемъ лучи къ одинаковой плоскости поляризаціи*, — напр. пропустивъ черезъ турмалинъ (коего главное сѣченіе не совпадаетъ съ плоскостью поляризаціи ни того, ни другого луча). Явленія, основанныя на этомъ началѣ, будемъ разсматривать въ главѣ о *цвѣтной поляризаціи*.

§ 323. Поляризація эллиптическая и круговая. — Въ предыдущемъ мы подъ именемъ поляризованныхъ лучей разумѣли такіе, у которыхъ свѣтовыя колебанія совершаются вдоль *одного* изъ поперечныхъ направленій (параллельно *одной* изъ прямыхъ, перпендикулярныхъ къ лучу). Вообще же поляризованнымъ лучомъ называется всякій, у котораго колебанія (будучи, какъ и всегда, поперечными) совершаются по одному неизмѣнному типу (по той же траекторіи и въ ту же сторону).

Самая общая форма траекторіи колебанія для монохроматическаго луча есть *эллипсъ* (§ 22, прим.), лежащій въ плоскости волны. Лучъ, у котораго колебанія совершаются по неизмѣнному эллипсу, называется *эллиптически-поляризованнымъ* или *эллиптическимъ*. Въ частныхъ случаяхъ эллипсъ можетъ обращаться въ прямую линію (уже разсмотрѣнный нами случай плоской поляризаціи), или въ *кругъ;* въ послѣднемъ случаѣ лучъ будетъ *круговой*. Какъ эллиптическіе, такъ и круговые лучи могутъ быть *правые* и *лѣвые* (§§ 20, 22) смотря по направленію движенія.

При изслѣдованіи знакомыми намъ анализаторами, лучъ эллиптическій окажется сходенъ съ плоскимъ *не вполнѣ* поляризованнымъ,

лучъ круговой сходенъ съ естественнымъ. (Различіе, однакожъ, есть и, какъ увидимъ, легко можетъ быть обнаружено).

§ 324. Общее представленіе о лучѣ естественномъ. — Вообразимъ себѣ эллиптическій лучъ, у котораго постепенно (весьма быстро по сравненію съ длительностью свѣтовыхъ ощущеній, весьма медленно по сравненію съ періодомъ колебаній) мѣняется направленіе осей эллипса и направленіе (правое, лѣвое) движенія; для полной общности допустимъ, что и отношеніе осей эллипса измѣняется, при чемъ по временамъ получается кругъ или прямая. Если при этихъ измѣненіяхъ ни одно направленіе и ни одна форма не преобладаютъ, то такой лучъ, не имѣющій опредѣленнаго типа колебанія, будетъ намъ казаться «естественнымъ». Таково представленіе о естественномъ лучѣ, болѣе общее, чѣмъ данное въ § 315 (ср. § 277, прим. 1).

§ 325. Приведеніе какого угодно луча къ двумъ плоско-поляризованнымъ слагающимъ.—Изъ § 22 видно, что эллиптическій лучъ можно разсматривать какъ совмѣщеніе двухъ лучей (того же періода), поляризованныхъ прямолинейно подъ прямымъ угломъ и имѣющихъ разность фазъ (не равную π или кратному отъ π). Если направленія двухъ слагающихъ колебаній взяты по осямъ эллипса, то разность фазъ двухъ колебаній будетъ $\pm\pi/2$ [1]) (разность хода $= \pm\lambda/4$), и амплитуды колебаній соотвѣтственно равны полуосямъ эллипса (§ 21 и черт. 13). При другомъ выборѣ направленій для слагающихъ колебаній (одно направленіе можетъ быть произвольное), разность фазъ будетъ иная; если она $= 0$ или $= \pi$, составное колебаніе—прямолинейное (по діагонали того или другого прямоугольника, построеннаго на амплитудахъ слагающихъ § 19). Если разность фазъ$=\pm\pi/2$ и амплитуды равны, лучъ—круговой (лѣвый или правый); здѣсь величина разности фазъ и равенство амплитудъ сохраняются для какихъ угодно взаимноперпендикулярныхъ азимутовъ.

Лучъ естественный, согласно съ его опредѣленіями (§§ 315, 324), можно также считать за совокупность двухъ лучей, плоско-поляризованныхъ подъ прямымъ угломъ; амплитуды этихъ слагающихъ

---

[1]) Смотря по знаку, движеніе будетъ лѣвое или правое (черт. 13). Разность фазъ $= -\pi/2$, значитъ то же, что $3\pi/2$ (§ 20).

лучей слѣдуетъ считать измѣнчивыми, но въ среднемъ итогѣ равными между собой, а разность фазъ—неопредѣленною.

Когда какой-либо лучъ упадетъ на анализаторъ (не двоящій), то послѣдній выпуститъ только такую слагающую луча, у которой направленіе колебаній соотвѣтствуетъ свойству анализатора (напр. въ случаѣ турмалина—лежитъ въ главномъ сѣченіи турмалина).

§ 326. Полученіе эллиптическаго луча посредствомъ кристаллической пластинки. — Эллиптическій лучъ (а въ частномъ случаѣ и круговой) можно получать, пропуская плоско-поляризованный лучъ чрезъ тонкую кристаллическую пластинку.

Изъ § 316 видно, что она, говоря вообще, выпуститъ два луча, которые будутъ поляризованы въ плоскостяхъ взаимно-перпендикулярныхъ (въ первомъ и второмъ азимутѣ пластинки)[1]; если пластинка тонка, эти лучи пойдутъ вдоль одной и той же линіи (OO' и EE' чертежа 206 сольются). Пусть PP (черт. 210) есть плоскость поляризаціи падающаго луча AA—1-й азимутъ пластинки, aa—2-й азимутъ, $\alpha = \angle(P,A)$; одинъ изъ двухъ лучей будетъ имѣть яркость $I\cos^2\alpha$, другой—яркость $I\sin^2\alpha$.

Эти два луча, какъ увидимъ впослѣдствіи, шли въ кристаллѣ съ различными скоростями волнъ. Слѣд. при выходѣ они будутъ имѣть разность фазъ, которой не имѣли при входѣ; эта разность фазъ сохранится и на дальнѣйшемъ пути. Но два колебанія взаимно-перпендикулярныя и имѣющія разность фазъ, вообще говоря, слагаются въ эллиптическое колебаніе; слѣд. вышедшій лучъ будетъ эллиптическій[2].

§ 327. Пластинка «четверть волны».—Пусть толщина пластинки такова, что разность фазъ двухъ слагающихъ (при нормальномъ паденіи луча) есть $\pm\pi/2$ (или разность хода есть $\pm\lambda/4$[3]). Тогда у вы-

[1]) То же будетъ и въ случаѣ пластинки изъ „двуоснаго“ кристалла (напр. гипса), только „первый и второй азимуты“ опредѣляются по отношенію къ кристаллу иначе, чѣмъ § 316.

[2]) Но если лучъ до входа въ пластинку былъ естественнымъ, то онъ и выйдетъ естественнымъ; это легко понять, припоминая §§ 315 и 324.

[3]) Пластинка можетъ быть такова, что даетъ *упрежденіе* лучу, поляризованному въ 1-мъ азимутѣ (главномъ сѣченіи): это—„положительная четверть волны“; или же она даетъ этому лучу *запаздываніе*—„отрицательная четверть волны“. Но положительная пластинка будетъ играть роль отрицательной, если повернемъ ее на 90°, т.-е. будемъ считатъ „первый“ азимутъ—„вторымъ“.

шедшаго эллиптическаго луча оси эллипса лежатъ въ главныхъ азимутахъ пластинки, и величины этихъ осей будутъ въ отношеніи $\sin \alpha : \cos \alpha$.

Если $\alpha = 45^0$, то $\sin \alpha = \cos \alpha (= 1\sqrt{2})$, и вышедшій лучъ будетъ *круговой* (лѣвый при разности фазъ $= + \pi/2$, правый при $- \pi/2$, черт. 13).

Такая пластинка, дающая разность хода $= \pm \lambda/4$, называется просто *четвертью волны* [1]). Обыкновенно она выдѣляется изъ слюды (около 0,032 mm толщины) или гипса и защемляется между двумя стеклами.

§ 328. **Превращеніе эллиптическаго или кругового луча въ плоско-поляризованный.**—Наоборотъ, лучъ эллиптическій, если пропустимъ его нормально черезъ «четверть волны», которой главные азимуты (1-й и 2-й) направлены по осямъ ($2a$, $2b$) эллипса, — выйдетъ плоско-поляризованнымъ въ азимутѣ α, причемъ (считая α отъ 1-го азимута) $\operatorname{tang} \alpha = \mp a/b$.—Въ самомъ дѣлѣ разность фазъ двухъ слагающихъ колебаній, направленныхъ по осямъ эллипса, была$=\mp\pi/2$; пластинка, не измѣнивъ направленій этихъ слагающихъ, подбавитъ имъ новую разность фазъ $= \pm \pi/2$, такъ что полная разность фазъ будетъ 0 или π; а это значитъ, что составное колебаніе будетъ прямолинейное—по одной изъ діагоналей прямоугольника, построеннаго на осяхъ $2a$, $2b$.

Лучъ круговой, пройдя нормально чрезъ «четверть волны» (направленную какъ угодно), дѣлается плоско-поляризованнымъ въ азимутѣ $\pm 45^0$. Этимъ способомъ можно отличить круговой лучъ отъ естественнаго (§ 323).

§ 329. **Пластинка «полволны»**—подобная вышеописанной (§ 327), но имѣющая вдвое большую толщину—даетъ разность хода $= \pm \lambda/2$ (разность фазъ $= \pm \pi$) и имѣетъ слѣдующія свойства:

1) Лучъ плоско-поляризованный въ азимутѣ α, пройдя нормально сквозь «полволны», выйдетъ поляризованнымъ въ азимутѣ $-\alpha$ (т.-е. плоскость поляризаціи *повернется* на уголъ 2α). При α=0 или $\alpha=90^0$

---

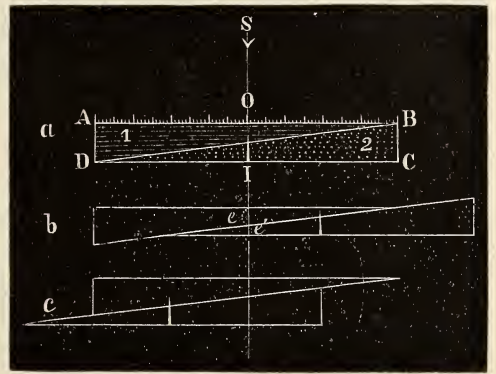
[1]) Строго говоря, она можетъ дать въ точности $\lambda/4$ только лучу *опредѣленнаго періода*; для луча иного цвѣта потребовалась бы пластинка нѣсколько иной толщины. Обыкновенно подбираютъ толщину по длинѣ волны наиболѣе яркихъ (зеленовато-желтыхъ) лучей.

(когда лучъ былъ поляризованъ въ 1-мъ или 2-мъ азимутѣ пластинки), никакого измѣненія поляризаціи не произойдетъ.

2) Лучъ круговой правый, пройдя сквозь «полволны», сдѣлается круговымъ лѣвымъ и—наоборотъ.

§ 330. Компенсаторъ Бабине.—Употребляя пластинку *клинообразную* (призму), можно пропускать лучъ чрезъ большую или меньшую толщу кристалла и давать двумъ слагающимъ лучамъ любую разность фазъ.

Обыкновенно берутъ *двѣ* такія пластинки изъ кварца, сложенныя какъ показано на черт. 211: одна изъ нихъ ABD неподвижна, другая BCD можетъ скользить по первой, что производится микрометрическимъ винтомъ. Неподвижная призма ABD снабжена вдоль AB масштабомъ, подвижная имѣетъ у I указатель, который при начальномъ положеніи снаряда (a) стоитъ на нулѣ масштаба, а при другихъ положеніяхъ (b, c) указываетъ величину смѣщенія.



Черт. 211.

Призмы вырѣзаны такъ, что направленія кристаллическихъ осей (обозначенныя на чертежѣ штрихами и точками) параллельны гранямъ входа и выхода (AB, CD) и составляютъ между собою прямой уголъ: въ одной призмѣ ось (1) перпендикулярна къ ребрамъ (B, D), въ другой ось (2) параллельна имъ. Лучъ SO, поляризованный въ какомъ-нибудь промежуточномъ азимутѣ (не по 1 или 2), разложится въ ABD на два слагающіе: одинъ съ колебаніями вдоль 1 (необыкновенный), другой съ колебаніями вдоль 2 (обыкновенный). Войдя въ BCD, тотъ и другой лучъ сохранятъ тѣ же направленія колебаній; но необыкновенный лучъ перваго кварца станетъ обыкновеннымъ во второмъ, и наоборотъ. Смотря по пройденнымъ толщинамъ (e, e'), при выходѣ луча составится та или другая разность фазъ. Для центральныхъ лучей (падающихъ нормально въ точкахъ линіи O) эта разность$=0$ въ положеніи a; при смѣщеніи BCD вправо

или влѣво (b, c), она непрерывно измѣняется [1]).—Линія O отмѣчена на AB тонкой нитью.

§ 331. **Изслѣдованіе компенсатора.**—Пусть параллельный монохроматическій пучокъ лучей, поляризованный въ плоскости P, поступаетъ къ анализаторъ, имѣющій плоскость поляризаціи A. При $\angle(P, A) = 90^0$ (когда два снаряда «перекрещены») все поле зрѣнія будетъ темное. Но если между поляризаторомъ и анализаторомъ введенъ компенсаторъ, то свѣтъ будетъ погашенъ только тамъ, гдѣ сообщенная кварцами разность хода $= 0$, $\pm\lambda$, $\pm 2\lambda$,..., т.-е. получится *рядъ темныхъ линій* [2]). При установкѣ a средняя изъ нихъ будетъ на нити O. Замѣчая, насколько нужно смѣстить подвижной кварцъ, чтобъ эта средняя линія замѣстилась на O ближайшею боковою, мы *градуируемъ* снарядъ — будемъ знать, какая разность хода соотвѣтствуетъ данному положенію указателя. Послѣ этого компенсаторъ можетъ служить для изслѣдованія эллиптическихъ лучей.

§ 332. **Анализъ эллиптическаго луча.**—Для полнаго опредѣленія типа эллиптическаго колебанія нужно узнать: 1) направленія полуосей a, b эллипса, 2) ихъ отношеніе a/b, 3) направленіе движенія (правое, лѣвое) [3]). Или же достаточно знать для двухъ какихъ-либо перпендикулярныхъ слагающихъ: 1) отношеніе амплитудъ, 2) разность фазъ (по этимъ даннымъ легко построить или вычислить все остальное).

а) *Способъ «четверти волны».* — Лучъ падаетъ на четверть волны Q, потомъ идетъ въ анализаторъ A. Снаряды Q и A поворачиваемъ такъ, чтобы лучъ вполнѣ погасился; тогда 1-й и 2-й азимуты пластинки Q дадутъ направленіе осей эллипса, а уголъ α плоскости поляризаціи снаряда A съ 1-мъ азимутомъ пластинки Q опредѣлитъ отношеніе a/b (именно $\tan g\ \alpha = \pm b/a$). Лучъ будетъ правый или лѣвый, смотря по знаку «четверти волны» (ср. § 328).

---

[1]) Назовемъ μ_0 показатель преломленія обыкновеннаго луча въ кварцѣ, μ_e— показатель необыкновеннаго луча (когда онъ, какъ у насъ, идетъ подъ прямымъ угломъ къ кристаллической оси). По § 144 первая призма дастъ разность хода $= e\ (\mu_e - \mu_0)$ вторая прибавитъ разность хода$= e'\ (\mu_0 - \mu_e)$; слѣд. полная разность хода въ выходящемъ лучѣ будетъ $(e - e')\ (\mu_e - \mu_0)$. Въ кварцѣ $\mu_e > \mu_0$.

[2]) Всего явственнѣе онѣ, когда углы P съ 1 и съ 2 равны 45^0.

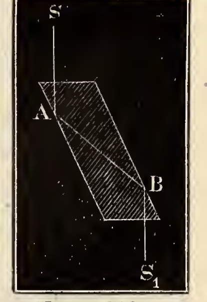
[3]) Абсолютныя величины a и b вліяютъ только на яркость: она пропорціональна $(a^2 + b^2)$.

b) *Способъ компенсатора.*—Установивъ этотъ снарядъ на разность хода $= \pm \lambda/4$ для даннаго цвѣта, можемъ пользоваться имъ, какъ «четвертью волны» въ методѣ (а): вращать компенсаторъ и анализаторъ, пока не получится вполнѣ черная линія у O.

Или же можно, оставляя компенсаторъ въ одномъ какомъ-нибудь положеніи, вертѣть только анализаторъ, пока не появятся возможно черныя линіи [1]; затѣмъ, дѣйствуя винтомъ, привести ближайшую къ центру черную линію на нить O («компенсировать» ту разность фазъ, которую имѣли слагающія, направленныя по 1 и 2). По положенію указателя мы узнаемъ эту разность, а tang α дастъ отношеніе амплитудъ двухъ слагающихъ.

§ 333. Эллиптическая поляризація чрезъ отраженіе.—Эллиптическіе лучи получаются также путемъ *отраженія* плоско-поляризованныхъ. Только при нормальномъ паденіи и въ условіяхъ § 317 (отражающее вещество имѣетъ $\mu = 1{,}46$ и уголъ паденія$= p$), всякій лучъ плоско-поляризованный остается таковымъ и по отраженіи (а въ извѣстномъ случаѣ погашается). Вообще же говоря, два слагающіе такого луча: 1) слагающій, коего плоскость поляризаціи *совпадаетъ* съ плоскостью паденія, и 2) слагающій, поляризованный *перпендикулярно* къ плоскости паденія, — отразятся съ неодинаковымъ измѣненіемъ амплитуды и съ неодинаковымъ измѣненіемъ фазы; а слѣд. въ результатѣ составленный изъ нихъ отраженный лучъ будетъ эллиптическій.

§ 334. Параллелепипедъ Френеля.—При *полномъ внутреннемъ отраженіи* плоско-поляризованнаго луча также происходитъ лучъ эллиптическій.—Заставляя плоско-поляризованный лучъ двукратно отразиться внутри стекляннаго параллелепипеда (у A и B, черт. 212) подъ опредѣленнымъ угломъ (около 55^0), и притомъ такъ, чтобы плоскость отраженій составляла 45^0 съ плоскостью первоначальной поляризаціи,—мы получимъ выходящій лучъ BS_1 *круговымъ*.



Черт. 212.

Такой *параллелепипедъ Френеля* имѣетъ всѣ тѣ свойства, какими обладаетъ кристаллическая пластинка «четверть волны» (§ 327). Лучъ

[1] Это будетъ, когда плоскость поляризаціи A перпендикулярна къ длинной оси эллипса.

первоначально *круговой*, будучи пропущенъ такимъ же образомъ (по $SABS_1$) чрезъ параллелепипедъ, становится *плоско-поляризованнымъ* (въ азимутѣ $\pm 45^0$ относительно плоскости отраженія).

B. Распространеніе свѣта въ кристаллахъ.

Волны и лучи въ кристаллической средѣ.

§ 335. **Оптическая анизотропія.**—Въ тѣлахъ однородныхъ *изотропныхъ*, — каковы, кромѣ тѣлъ некристаллическихъ, кристаллы правильной (кубической) системы, напр. каменная соль, — всѣ направленія физически-безразличны; поэтому скорость свѣта по всѣмъ направленіямъ одинакова, и на всякомъ лучѣ колебаніе можетъ совершаться по любому изъ поперечныхъ направленій.

Въ кристаллахъ пяти *анизотропныхъ* кристаллографическихъ системъ (гексагональной, тетрагональной, ромбической или изоклинической, моноклинической и триклинической)—условія распространенія свѣта не таковы. Совокупность опытовъ привела къ заключенію, что здѣсь 1) скорость свѣта (для лучей опредѣленнаго періода) не одинакова по различнымъ направленіямъ, и для данная направленія можетъ имѣть либо одно, либо два значенія; 2) для даннаго направленія плоской волны возможны *не всѣ* поперечныя (т.-е. лежащія въ плоскости волны) направленія колебаній, а, вообще говоря, только *два* изъ таковыхъ, взаимно-перпендикулярныя. Это послѣднее положеніе равносильно тому, что свѣтовыя волны въ кристаллѣ суть волны *плоско-поляризованныя* [1]).

§ 336. **Эллипсоидъ Френеля.**—Всѣ законы о распространеніи свѣта въ кристаллахъ заключаются, какъ слѣдствія, въ слѣдующемъ правилѣ:

«Для всякой кристаллической среды можно дать эллипсоидъ, который будетъ полнымъ указателемъ какъ скоростей свѣта, такъ и направленія колебаній, для всѣхъ свѣтовыхъ волнъ даннаго періода, могущихъ итти въ кристаллѣ. Если дано направленіе плоскости волны и требуется рѣшить, съ какими скоростями и съ какими поля-

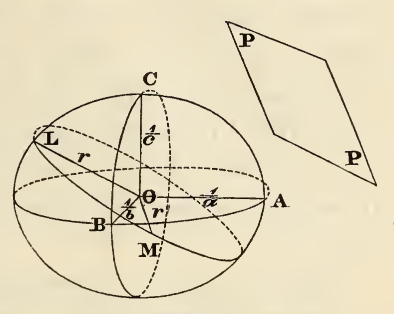
---

[1]) Мы пока отвлекаемся отъ особыхъ случаевъ (вращательной поляризаціи), которые разсмотримъ послѣ.

ризаціями такая волна можетъ итти внутри кристалла, то отвѣтъ будетъ такой:

«*Проведемъ чрезъ центръ эллипсоида параллельное плоскости волны сѣченіе* (вообще говоря, оно будетъ ограничено эллипсомъ). *Двѣ полуоси этого эллипса дадутъ намъ направленія двухъ возможныхъ для волны колебаній; а длины этихъ полуосей дадутъ обратныя величины соотвѣтственныхъ скоростей волны*». (При этомъ скорость свѣта въ пустотѣ принята за единицу.)

На черт. 213 представленъ такой эллипсоидъ; PP—заданная плоскость волны; LOM—параллельное ей сѣченіе эллипсоида; $OL = r$ и $OM = r'$—полуоси этого сѣченія. Плоская волна такого направленія можетъ итти въ кристаллѣ въ двоякомъ видѣ: либо съ колебаніями, направленными вдоль OL (т.-е. съ плоскостью поляризаціи, идущею чрезъ OM перпендикулярно къ PP),—и въ такомъ случаѣ скорость распространенія волны будетъ $= 1/r$; либо съ направленіемъ колебаній по OM,—и тогда скорость волны $= 1/r'$.



Черт. 213.

Размѣры (а иногда и направленіе) осей эллипсоида нѣсколько измѣняются, смотря по періоду свѣтовыхъ волнъ; такъ что для всякой длины волны нужно имѣть въ виду *особый* эллипсоидъ.

Правило эллипсоида, угаданное Френелемъ, оправдывается точнѣйшими измѣреніями. Френель пытался вывести его какъ слѣдствіе динамическихъ началъ, приложенныхъ къ кристаллической средѣ,—разсматривая, при какихъ условіяхъ вызываемая колебаніемъ сила упругости способна поддержать и передать колебаніе (§ 30). Френелева *теорія* не выдержала критики. Ту же цѣль ставили позднѣйшія теоріи, съ большимъ или меньшимъ успѣхомъ.

Мы не будемъ входить въ разборъ этихъ теорій. Принявъ правило объ эллипсоидѣ за основной *фактъ*, мы только приведемъ (безъ подробнаго указанія пути) главныя слѣдствія, математически вытекающія изъ основного положенія; они позволяютъ рѣшать всѣ вопросы о прохожденіи свѣта сквозь кристаллы.

§ 337. **Главныя скорости волнъ.**—Длины трехъ «главныхъ полуосей» (*OA*, *OB*, *OC*) нашего эллипсоида назовемъ: $1/a$, $1/b$, $1/c$. (Мы беремъ ихъ для волнъ одного опредѣленнаго періода). По § 336 обратныя величины (a, b, c) будутъ три изъ возможныхъ для кристалла скоростей свѣта, имѣющія особыя значенія. Эллипсоидъ вполнѣ опредѣленъ, если знаемъ a, b, c; какъ ихъ опредѣлить для даннаго кристалла, увидимъ впослѣдствіи.

Мы будемъ принимать, что либо $a>b>c$, либо $a<b<c$, такъ что b всегда означаетъ *среднюю* изъ этихъ трехъ величинъ (лежащую между a и c). Въ случаѣ $a>b>c$, a есть наибольшая изъ всѣхъ возможныхъ скоростей, она соотвѣтствуетъ вполнѣ параллельной сѣченію *BOC* (причемъ *другою* или сопряженною скоростью для такой волны служитъ b); c—наименьшая скорость, она соотвѣтствуетъ волнѣ параллельной *BOA* (причемъ роль сопряженной скорости играетъ опять b).

Если $a=b=c$, эллипсоидъ обращается въ *сферу:* получаемъ случай изотропной среды. Здѣсь скорость волны по всѣмъ направленіямъ одна и та же, а направленіе поляризаціи (какъ видно изъ построенія § 336) становится неопредѣленнымъ (безразличнымъ).

§ 338. **Кристаллы одноосные.**—Кристаллическая среда можетъ быть такова, что двѣ изъ величинъ a, b, c равны между собою; тогда трехосный эллипсоидъ обращается въ *эллипсоидъ вращенія,* и кристаллъ называется *оптически-однооснымъ.*

Пусть $b=c$. Тогда сѣченіе *BOC* (и всякое ему параллельное) будетъ кругъ. Волна параллельная *BOC* отличается отъ другихъ волнъ тѣмъ, что имѣетъ только *одну* скорость распространенія, и что направленіе поляризаціи становится безразличнымъ; нормаль *OA* такой волны, т.-е. ось вращенія (полярная ось) эллипсоида, называется *оптической осью* кристалла.

Таковы кристаллы гексагональной и тетрагональной системъ; къ первой принадлежатъ особенно употребительные въ оптикѣ *кварцъ* (горный хрусталь) SiO_2 [1]) и *исландскій* (*известковый*) *шпатъ* $CaCO_3$.

Оптическая ось такихъ одноосныхъ кристалловъ—одна и та же для всѣхъ цвѣтныхъ лучей и независима отъ температуры; она есть

---

[1]) Кварцъ, какъ увидимъ послѣ, имѣетъ впрочемъ нѣкоторую особенность (вращательную поляризацію).

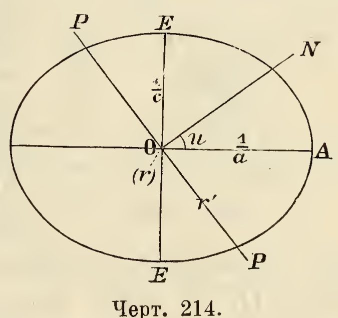
въ то же время главная кристаллографическая ось и служитъ осью симметріи для всѣхъ вообще физическихъ свойствъ кристалла (каковы: упругость, тепловое расширеніе, теплопроводность, діэлектрическая и магнитная поляризація и пр.).

Если $a<c$, одноосный кристаллъ называется *положительнымъ* (ледъ, кварцъ); если $a>c$, кристаллъ есть *отрицательный* (исландскій шпатъ, турмалинъ) [1]. Въ первомъ случаѣ Френелевъ эллипсоидъ *растянутъ* (какъ на черт. 214), во второмъ—*сплющенъ* по оси вращенія.

Наблюденія дали (линія D, $t=18^0$):

	a	b
Кварцъ (+)	0,64376	0,64757
Исл. шпатъ (—)	0,67279	0,60295

§ 339. Обыкновенная и необыкновенная волна. Для волны PP, не параллельной круговому сѣченію EE («экватору») эллипсоида (черт. 214), правило § 336 даетъ эллипсъ, у котораго одна полуось r лежитъ въ плоскости экватора и имѣетъ длину $=1/c$; другая же r' лежитъ въ меридіанѣ или «главномъ сѣченіи» кристалла, проходящемъ чрезъ нормаль ON волны [2]), и длина этой полуоси, какъ показываетъ вычисленіе, $=1/\sqrt{a^2\sin^2u+c^2\cos^2u}$, гдѣ $u=\angle(ON,\ OA)$.



Черт. 214.

Такимъ образомъ построеніе Френеля приводитъ для одноосного кристалла къ тому результату, что плоская волна, имѣющая нормаль ON, можетъ быть двоякая:

1) Волна со скоростью, независимою отъ направленія ON и равною

$$V_0=c;$$

направленіе колебаній для этой волны нормально къ «главному сѣченію», проведенному чрезъ ON; другими словами, волна поляризо-

[1]) Турмалинъ, какъ мы знаемъ (§ 316), для одной изъ волнъ мало прозраченъ.

[2]) Этотъ меридіанъ принятъ за плоскость черт. 213, линія r къ ней перпендикулярна.

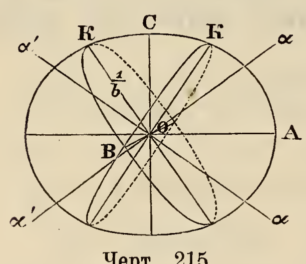
вана въ своемъ главномъ сѣченіи NOA [1]). Эта волна называется *обыкновенною*.

2) Волна со скоростью, которая выражается уравненіемъ

$$V_e^2 = a^2\sin^2 u + c^2\cos^2 u = c^2 - (c^2 - a^2)\sin^2 u$$

и зависитъ отъ угла $u = \angle(N, A)$, заключаясь между предѣлами c и a (для кристалла положительнаго $V_e \leqq V_0$, для отрицательнаго $V_e \geqq V_0$); направленіе колебанія (r') для этой волны лежитъ въ меридіанѣ NOA, т.-е. волна поляризована перпендикулярно къ своему главному сѣченію [2]).

§ 340. Кристаллы двуосные.—Кристаллы ромбической, моноклинической и триклинической системъ не имѣютъ главной оси; оптическія свойства ихъ выражаются трехоснымъ эллипсоидомъ. Это—кристаллы *оптически-двуосные*.



Черт. 215.

Примемъ, что $a < b < c$. Станемъ проводить въ такомъ эллипсоидѣ всевозможныя сѣченія черезъ среднюю полуось OB (черт. 213). При этомъ $OB = 1/b$ будетъ всегда одною изъ полуосей эллипса, другая же полуось то $> 1/b$, какъ въ сѣченіи BOA, то $< 1/b$—въ сѣченіи BOC. Очевидно, что при нѣкоторыхъ промежуточныхъ положеніяхъ сѣкущей плоскости мы получимъ два *круговыя* сѣченія (K, K, черт. 215), въ коихъ всѣ діаметры $= 1/b$. Примѣняя правило Френеля, заключаемъ, что для двухъ соотвѣтственныхъ направленій плоскости волны скорость свѣта имѣетъ не два, а *одно* значеніе, и что направленіе колебаній для такихъ волнъ остается *неопредѣленнымъ* (ибо всѣ діаметры круга равноправны).

Тѣ два направленія ($O\alpha$, $O\alpha$, черт. 215), которыя идутъ нормально къ двумъ круговымъ сѣченіямъ эллипсоида и образуютъ между собою *острый* уголъ [3]), называются *оптическими осями волнъ*

---

[1]) Эту плоскость NOA мы назвали также „первымъ азимутомъ“ для направленія NO (§§ 316, 326).

[2]) Или въ своемъ „второмъ азимутѣ“ (въ плоскости, идущей чрезъ ON перпендикулярно къ чертежу).

[3]) Два смежные угла, образуемые оптическими осями: $\angle \alpha O\alpha = \varphi$ и $\angle \alpha O\alpha' = \varphi'$ (черт. 215), выражаются по формулѣ:

$$\tan^2 \varphi = \cot^2 \varphi' = \frac{c^2 - b^2}{b^2 - a^2};$$

кристалла. Направленія оптическихъ осей нѣсколько различны для различныхъ цвѣтовъ и измѣняются въ зависимости отъ температуры; общаго физическаго значенія они не имѣютъ.

Къ числу двуосныхъ кристалловъ относятся: *арагонитъ* $CaCO_3$[1]), *селенитъ* (*гипсъ*) $CaSO_4 + 2H_2O$, *слюда* (двуосная), *мѣдный купоросъ* и др.

Наблюденія дали для *арагонита* (линія D, $t = 18^0$):

$$a = 0{,}59316;\ b = 0{,}59468;\ c = 0{,}65354$$ [2]).

§ 341. Подраздѣленіе двуосныхъ кристалловъ.—Измѣнчивость оптическихъ осей въ зависимости отъ цвѣта («дисперсія» осей) и отъ температуры представляется въ болѣе или менѣе сложномъ видѣ.

У кристалловъ *ромбической* (изоклинической) системы имѣются три взаимно-перпендикулярныя кристаллографическія оси; съ ними совпадаютъ оси Френелева эллипсоида, направленія которыхъ такимъ образомъ не зависятъ отъ цвѣта и температуры. Плоскость оптическихъ осей остается поэтому неизмѣнною, мѣняется только *уголъ* осей [3]) (примѣръ—*арагонитъ*).

Въ кристаллахъ *моноклиническихъ* кристаллографическая ось, перпендикулярная къ двумъ остальнымъ (между собою наклоннымъ), есть одна изъ осей Френелева эллипсоида, независимая отъ цвѣта и температуры. Если она лежитъ въ плоскости оптическихъ осей, то послѣднія могутъ измѣнять свой уголъ и свою плоскость; если она перпендикулярна къ плоскости оптическихъ осей, то измѣняется уголъ послѣднихъ и направленіе ихъ биссектрисъ (т.-е. прочихъ двухъ осей эллипсоида) (прим. *селенитъ*).

Въ *триклинической* системѣ направленія всѣхъ осей эллипсоида измѣнчивы; уголъ оптическихъ осей, ихъ плоскость и направленія

за „уголъ осей" берется тотъ изъ нихъ, который $< 90^0$. На черт. 215 таковъ уголъ φ, биссектриса котораго идетъ по наибольшей оси OA эллипсоида; это—случай кристалла *положительнаго*. Въ другомъ случаѣ ($\varphi' < 90^0$) кристаллъ называется *отрицательнымъ*.

[1]) Химически тождественный съ исл. шпатомъ.

[2]) Отсюда вычисляемъ $\varphi' - 17^0 50'$; прямое наблюденіе дало $18^0 11'$.

[3]) Въ исключительномъ случаѣ, когда съ измѣненіемъ a, b, c „средняя" скорость (b) сдѣлается наибольшею или наименьшею, плоскость оптическихъ осей поворотится на 90^0.

биссектрисъ зависятъ отъ цвѣта и температуры (прим.: *мѣдный купоросъ*).

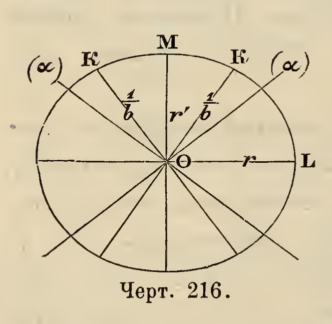
§ 342. Характеристика волнъ двуоснаго кристалла.—Зная направленіе нормали (N) волны относительно оптическихъ осей, можно выразить обѣ скорости волны и оба направленія поляризаціи ея слѣдующимъ образомъ:

1) Переведя геометрическое построеніе § 336 на языкъ формулъ, убѣждаемся, что двѣ скорости волны V_0, V_e опредѣляются уравненіями:

$$V_0^2 = c^2 - (c^2 - a^2) \sin^2\frac{u_1 - u_2}{2},$$

$$V_e^2 = c^2 - (c^2 - a^2) \sin^2\frac{u_1 + u_2}{2},$$

гдѣ u_1 и u_2—углы нормали N съ двумя оптическими осями.



Черт. 216.

2) Очевидно, что всякое эллиптическое сѣченіе LM (черт. 216) эллипсоида разсѣкается круговыми сѣченіями K, K по прямымъ, симметрично лежащимъ относительно осей r, r' эллипса. Плоскости (α), проходящія перпендикулярно къ LM и къ K, будутъ содержать въ себѣ направленія осей; эти плоскости лежатъ симметрично относительно плоскостей OM и OL.

Отсюда слѣдуетъ, что плоскости поляризаціи (OM, OL), пригодныя для волны LM, получатся, если проведемъ чрезъ нормаль волны и чрезъ оптическія оси двѣ плоскости (α), и образованные ими двугранные углы раздѣлимъ пополамъ. Та изъ дѣлящихъ плоскостей, которая пройдетъ *между* оптическими осями (въ остромъ ихъ углѣ), будетъ плоскостью поляризаціи для *первой* волны (имѣющей скорость V_0), другая—для *второй* (V_e) [1].

---

[1]) Эти-то плоскости мы называли „первымъ" и „вторымъ азимутомъ" двуоснаго кристалла для даннаго направленія (O), § 326, прим. 1.

Первая волна называется иногда *обыкновенною*: при сліяніи осей въ одну она обратилась бы въ обыкновенную волну одноосного кристалла. Вторая волна—*необыкновенная*.

§ 343. **Оптическая классификація прозрачныхъ тѣлъ.**—Такимъ образомъ, отвлекаясь пока отъ тѣлъ со вращательною поляризаціей, получаемъ пять группъ прозрачныхъ тѣлъ:

I. Тѣла изотропныя (въ томъ числѣ кристаллы правильной системы).

II. Кристаллы одноосные (гексагональной и тетрагональной системы [1]).

III. Кристаллы двуосные ~~ромбическіе~~. ромб., монокл. и трикл.

~~IV. Кристаллы двуосные моноклиническіе.~~

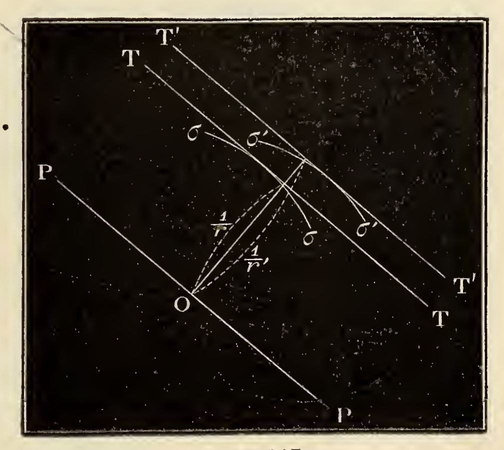
~~V. Кристаллы двуосные триклиническіе [2]).~~

Изученіе вращательной поляризаціи заставитъ насъ прибавить еще двѣ группы:

I′. Тѣла диссимметрично-изотропныя (въ томъ числѣ извѣстнаго рода диссимметричные кристаллы правильной системы).

II′. Кристаллы диссимметрично-одноосные (гексагональной и тетрагональной системы).

§ 344. **Поверхность волнъ.** Изъ правила объ эллипсоидѣ Френеля вытекаетъ, какъ прямое слѣдствіе, другое построеніе, болѣе удобное для нѣкоторыхъ цѣлей.



Черт. 217.

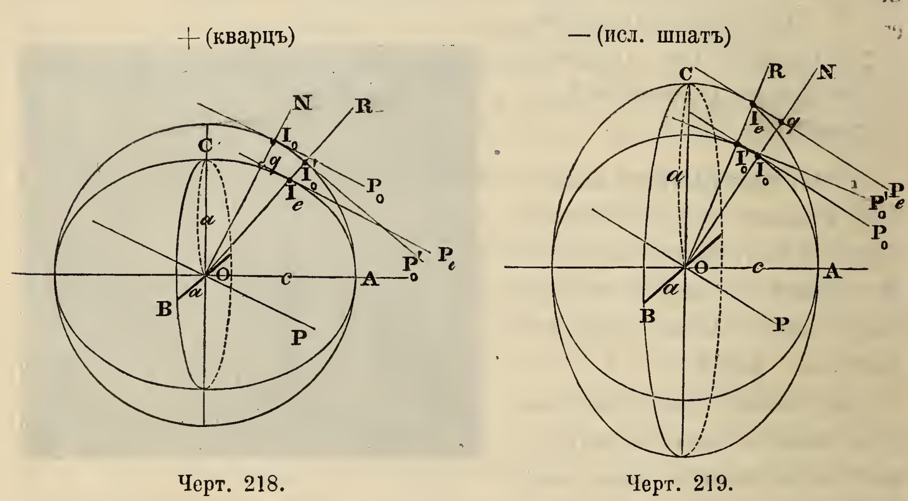
Вообразимъ себѣ, что черезъ точку O кристалла (принятую за центръ Френелева эллипсоида) одновременно проходятъ плоскія волны PP (черт. 217) всѣхъ возможныхъ направленій. Въ единицу времени каждая плоскость волны (наприм. LMO, черт. 213) отодвинется, параллельно себѣ, отъ центра O на разстояніи ($1/r$ и $1/r'$), равныя соотвѣтственнымъ скоростямъ волны, и займетъ (говоря вообще) два новыя положенія (T, T'). Сопересѣченіемъ этихъ отодвинутыхъ плоскостей образуется нѣкоторая новая поверхность $\sigma\sigma'$ (о

[1]) Эти двѣ системы оптически неразличимы.

[2]) Различіе группъ III, IV V указано въ § 341.

двухъ полостяхъ), которая называется *поверхностью волнъ* кристалла. Отдѣльныя плоскости (T, T') будутъ касательными плоскостями этой поверхности въ ея различныхъ точкахъ. Разстояніе какой-либо касательной плоскости T отъ центра O выразитъ скорость распространенія для соотвѣтственной волны (т.-е. волны, плоскость которой параллельна T).

§ 345. Поверхность волнъ для одноосныхъ кристалловъ. — Строя, указаннымъ путемъ, поверхность волнъ для однооснаго кристалла (§§ 338, 339), мы найдемъ [1]), что она состоитъ изъ *сферы* (радіуса $= c$) и *эллипсоида вращенія*, соприкасающихся въ двухъ точкахъ. Эти точки лежатъ на полярной оси Френелева эллипсоида OA черт. 214 (на оптической оси кристалла), по которой идетъ ось вращенія и для новаго эллипсоида; длина этой послѣдней $= 2c$, длина



экваторіальной оси $= 2a$. Для кристалла *положительнаго* ($c > a$) эллипсоидъ растянутъ по оптической оси OA и облекается сферою (черт. 218). Для кристалла отрицательнаго ($c < a$) эллипсоидъ сплющенъ по оптической оси и облекаетъ сферу (черт. 219).

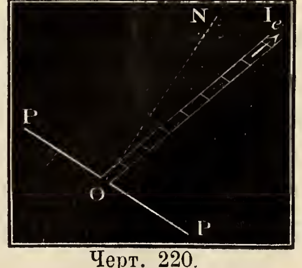
Эта форма поверхности волнъ одноосныхъ кристалловъ была найдена еще Гейгенсомъ, вскорѣ послѣ того какъ Бартолинъ открылъ двойное преломленіе (въ исландскомъ шпатѣ).

[1]) Всего проще убѣждаемся въ этомъ вычисленіемъ. Мы передаемъ только результаты.

Обыкновенная и необыкновенная волна (§ 339), имѣющія нормаль OH и въ моментъ $t=0$ занимающія плоскость P, при $t=1$ займутъ положенія плоскостей P_0 и P_e, параллельныхъ P и касательныхъ къ сферической и эллипсоидальной полости, причемъ $OI_0 = V_0$, $Oq = V_e$. Мы уже знаемъ, что обыкновенная волна поляризована въ своемъ главномъ сѣченіи (первомъ азимутѣ) NOA, необыкновенная—перпендикулярно къ главному сѣченію (во второмъ азимутѣ NOB). Другими словами, колебанія въ волнѣ P_0 направлены по линіи I_0 (перпендикулярной къ чертежу), въ волнѣ P_e—по линіи qI_e.

§ 346. Лучи въ одноосномъ кристаллѣ. Скорость лучей.—Въ предыдущихъ §§ мы говорили о *волнахъ* (плоскостяхъ волнъ) и избѣгали говорить о лучахъ. Мы знаемъ, что въ тѣлѣ изотропномъ лучъ направленъ перпендикулярно къ волнѣ (§ 115). Въ одноосномъ кристаллѣ это вѣрно только для *обыкновенной* волны P_0 (черт. 218, 219): нормаль OI_0 этой волны въ точкѣ I_0, гдѣ волна касается шаровой полости, есть *обыкновенный лучъ*. Но для волны *необыкновенной* P_e, имѣющей то же направленіе, лучомъ служитъ другая прямая, къ волнѣ уже не перпендикулярная,—а именно прямая OI_e, соединяющая центръ O съ точкою касанія плоскости P_e на полости эллипсоидальной.

Въ самомъ дѣлѣ, всякій элементъ поверхности волны (наприм. элементъ, окружающій точку I_e) образованъ тою изъ плоскихъ волнъ, разошедшихся изъ O (§ 344), которая была ему параллельна. Каждая изъ этихъ волнъ могла бы занимать лишь малую площадку при O, и была бы все-таки достаточна для образованія поверхности волнъ. Еслибъ волна P при O была ограничена малымъ отверстіемъ (черт. 220), то колебаніе, черезъ единицу времени, передавалось бы не на всю плоскость P_e, а только на ту малую площадку при I_e, которая войдетъ въ составъ поверхности волнъ. Въ теченіе этой единицы времени постепенно приходили бы въ колебаніе, одна за другою, площадки того же направленія, нанизанныя на прямой OI_e, а потомъ придутъ въ колебаніе такія же площадки, лежащія на продолженіи прямой OI_e. Слѣд. свѣтъ будетъ



Черт. 220.

распространяться узкимъ каналомъ, направленнымъ не по ON (нормально къ волнѣ), а по OI_e (косвенно къ волнѣ); линія OI_e и есть направленіе луча (§ 107).

Только въ точкѣ A (въ «полюсѣ» эллипсоида) и въ точкахъ окружности BC («экватора») касательная плоскость перпендикулярна къ радіусу-вектору точки касанія (проведенному изъ центра O). Въ этихъ точкахъ слѣд. необыкновенный лучъ совпадаетъ съ нормалью волны.

На шаровой полости (т.-е. для обыкновенныхъ волнъ, совпаденіе луча съ нормалью волны имѣетъ мѣсто вездѣ.

Если скорость необыкновенной волны P_e *мѣрить по направленію ея луча*, то она выразится длиною I_eO (длиной радіуса-вектора точки касанія). *Такъ* измѣренная скорость распространенія называется просто *скоростью луча* (въ отличіе отъ *скорости волны* qO). Для обыкновенной волны скорость луча такова же, какъ скорость волны ($=I_0O$).

§ **347. Сопряженные лучи и волны.**—Изъ чертежей 218, 219 видно, что (за исключеніемъ только-что указанныхъ случаевъ) всякому данному направленію волны (наприм. P) соотвѣтствуютъ *два* направленія лучей (нормальное и косое). Съ другой стороны, всякому данному направленію луча (наприм. OR) соотвѣтствуютъ *два* направленія волны (перпендикулярное P_0' и косое P_e). Изъ этихъ попарно сопряженныхъ лучей или волнъ одинъ (одна) имѣетъ обыкновенный характеръ, другой (другая)—необыкновенный. Для луча осевого OA обѣ волны совпадаютъ, для лучей экваторіальныхъ (наприм. OB, OC) онѣ параллельны между собой и перпендикулярны къ лучу.

§ **348. Поверхность волнъ для двуосныхъ кристалловъ.**—Прилагая пріемъ § 344 къ кристаллу двуосному, гдѣ a, b, c неравны, получимъ поверхность волнъ о двухъ полостяхъ, не имѣющихъ столь простой формы, какъ шаръ или эллипсоидъ. Эта поверхность найдена Френелемъ. Нѣкоторое представленіе о ней составимъ, опредѣливъ ея три сѣченія плоскостями BOC, COA, AOB (главными плоскостями Френелева эллипсоида) черт. 221.

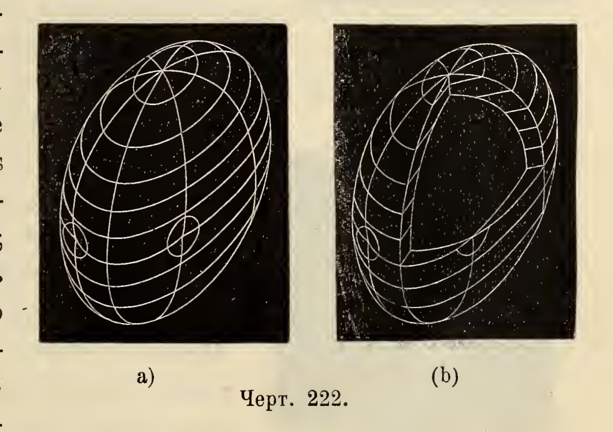
Каждое изъ этихъ сѣченій представляетъ совокупность *круга и эллипса* [1]). При нашемъ допущеніи $a<b<c$ (§ 340), въ сѣченіи

[1]) На черт. 221 круги обведены болѣе толстою чертой.

BOC кругъ (радіуса $OB' = OC' = a$) лежитъ внутри эллипса (имѣющаго большую полуось $OB = c$ и малую $OC = b$); въ сѣченіи BOA эллипсъ ($OB' = a$, $OA' = b$) лежитъ внутри круга ($OB = OA = c$). Въ сѣченіи COA кругъ (b) пересѣкается съ эллипсомъ (a, c) въ 4-хъ замѣчательныхъ точкахъ I, лежащихъ на концахъ двухъ діаметровъ поверхности.

Черт. 221.

Поверхность состоитъ изъ двухъ полостей — внѣшней ABC и внутренней $A'B'C'$, связанныхъ въ точкахъ I, гдѣ имѣется родъ пупковъ или воронкообразныхъ углубленій.— Черт. 222 даетъ понятіе о перспективномъ видѣ поверхности: въ (a) видимъ внѣшнюю полость; въ (b) одинъ октантъ модели вынутъ, такъ что видна и внутренняя полость; тамъ и здѣсь указаны сѣченія плоскостями проходящими черезъ среднюю ось ($2b$) и перпендикулярными къ ней.



a) (b)

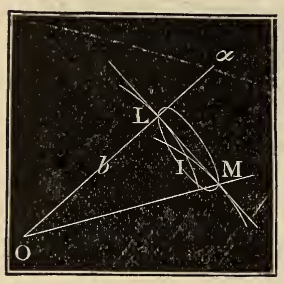
Черт. 222.

§ 349. **Сопряженные лучи и волны. Оптическія оси волнъ.**— Мы знаемъ, что и въ двуосномъ кристаллѣ, говоря вообще, всякому направленію плоской волны соотвѣтствуютъ *двѣ* скорости волнъ. Исключеніе представляютъ два направленія: перпендикулярно къ діаметрамъ $\alpha\alpha$ поверхность допускаетъ только по *одной* касательной плоскости (LM), и для соотвѣтственныхъ волнъ (параллельныхъ LM)

имѣется только *одна* скорость волны: $OL=b$. Направленія плоскостей LM соотвѣтствуютъ круговымъ сѣченіямъ эллипсоида Френеля (§ 336), а прямыя $\alpha\alpha$ суть *оптическія оси волнъ*.

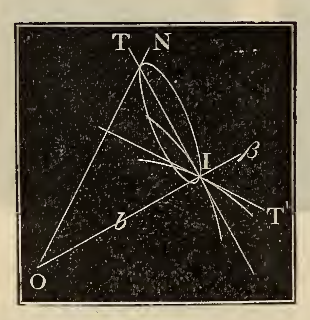
Эти четыре плоскости LM характеризуются тѣмъ, что каждая изъ нихъ касается поверхности въ *цѣломъ рядѣ точекъ*, расположенныхъ, какъ оказывается, по *кругу* LM.

Радіусъ-векторъ точки касанія есть лучъ данной волны, и длина его измѣряетъ *скорость луча* (§ 346). Вообще говоря, каждой плоскости волны соотвѣтствуютъ два луча (къ ней *не* нормальные). Но каждая изъ волнъ ML имѣетъ *безчисленное множество лучей* [1]), образующихъ коническую поверхность (черт. 223).



Черт. 223.

Съ другой стороны, данному направленію луча соотвѣтствуютъ вообще двѣ волны съ двумя различными скоростями волнъ и лучей. Но направленія $\beta\beta$, идущія изъ O къ остріямъ воронкообразныхъ впадинъ, представляютъ исключеніе: одному лучу OI соотвѣтствуетъ безчисленное множество плоскостей волны (такъ какъ въ точкахъ I поверхность допускаетъ безчисленное множество касательныхъ плоскостей, сопересѣченіе которыхъ образуетъ конусъ, огибающій изнутри воронку). Всѣ эти волны, при одинаковой скорости луча ($OI=b$), имѣютъ различныя скорости волнъ. Перпендикуляры изъ O на эти касательныя плоскости (своею длиной дающіе скорость волнъ) образуютъ опять нѣкоторый конусъ (черт. 224) [2]). Прямыя $\beta\beta$ называются *оптическими осями лучей*.



Черт. 224.

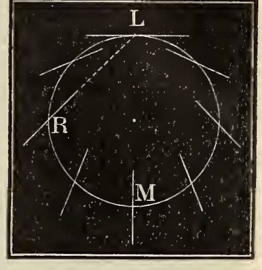
§ 350. Поляризація волнъ и лучей.—Мы уже знаемъ (§ 342), что два направленія колебаній, свойственныя данной волнѣ (и лежа-

[1]) На черт. 223 указаны два луча OL, OM, лежащіе въ плоскости чертежа, и кружокъ касанія.

[2]) На черт. 224 указаны двѣ касательныя плоскости, T, T', перпендикулярныя къ чертежу, ихъ нормали IO, NO, и сѣченіе конуса нормалей плоскостью T (кругъ).

щія въ ея плоскости) опредѣляются двумя плоскостями, коими двугранные углы плоскостей, пролегающихъ перпендикулярно къ волнѣ чрезъ ту или другую оптическую ось *волнъ*, дѣлятся пополамъ. Только для волнъ LM (черт. 221, 223) направленіе колебаній осталось неопредѣленнымъ (§ 340).

Подобно этому можно доказать, что два направленія колебаній, свойственныя данному лучу, найдутся, если проведемъ двѣ плоскости чрезъ лучъ и чрезъ ту или другую оптическую ось *лучей*, и образовавшіеся двугранные углы раздѣлимъ пополамъ. (Относительно луча направленія колебаній вообще *не* перпендикулярны.)



Черт. 225.

Наконецъ, всего проще слѣдующее правило:

Направленіе колебаній для данной плоской волны, идущей вдоль даннаго соотвѣтственнаго ей луча, есть проекція луча на плоскость волны.

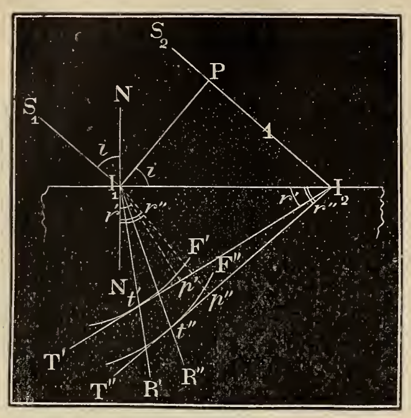
Этимъ правиломъ устраняется только-что упомянутая неопредѣленность для случая волны LM (черт. 223): на различныхъ лучахъ R, упирающихся въ кружокъ касанія LM, колебанія направлены по хордамъ RL (черт. 225).

Двойное преломленіе.

§ 351. **Построеніе Гёйгенса.**—Колебаніе, произведенное въ точкѣ O внутри или на поверхности кристалла, будетъ распространяться вокругъ не сферическою волной, а волною той формы, съ которой мы познакомились подъ именемъ «поверхности волнъ» (§§ 345, 348), имѣющею центръ въ O,—съ соблюденіемъ извѣстныхъ намъ правилъ о направленіи колебаній на всякомъ отдѣльномъ лучѣ.

Пусть изъ пустоты (или изъ воздуха) падаетъ пучокъ параллельныхъ лучей на плоскую грань кристалла. Чтобы найти, какъ пойдетъ свѣтъ внутри кристалла, мы обратимся къ тому же принципу, какъ для преломленія въ изотропной средѣ (§ 138),—съ тѣмъ различіемъ, что вторичныя волны, испускаемыя точками пограничной плоскости, будемъ считать не сферическими, а имѣющими форму соотвѣтственной «поверхности волнъ», соотвѣтственно расположенной.

Результатъ, аналогично § 141, 1), сведется къ слѣдующему пріему. Около I_1, какъ центра (черт. 226), нужно построить нашу поверхность волнъ (въ такомъ масштабѣ, что скорость волнъ въ пустотѣ принята за единицу), и чрезъ прямую I_2 (причемъ $PI_2 = 1$) [1]) провести къ обѣимъ полостямъ F', F'' этой поверхности касательныя плоскости T', T''. Этими касательными плоскостями опредѣлятся направленія преломленныхъ *волнъ*. Соединяя же точки касанія t', t'' съ центромъ I_1 поверхности, получимъ направленія R', R'' преломленныхъ *лучей*. Направленіе колебаній для каждой волны или каждаго луча *въ кристаллѣ* найдется по правиламъ извѣстнымъ (§§ 345, 350). При выходѣ изъ кристалла въ пустоту лучъ останется поляризованнымъ, хотя не всегда сохранитъ прежнюю плоскость поляризаціи.



Черт. 226.

§ 352. **Законъ синусовъ.** — Плоскости обѣихъ преломленныхъ волнъ, проходя черезъ прямую I_2, будутъ перпендикулярны къ плоскости паденія (къ чертежу), и нормали I_1p' и I_1p'' волнъ лежатъ въ этой послѣдней. Далѣе, назвавъ i—уголъ падающей волны съ пограничной плоскостью, r' и r''—углы волнъ преломленныхъ съ нею же, имѣемъ, какъ въ § 138:

$$1 = I_1I_2 \sin i,\ V' = I_1I_2 \sin r';\ V'' = I_1I_2 \sin r'',$$

гдѣ $V' = I_1p'$ и $V'' = I_1p''$ суть скорости двухъ *волнъ*.

Отсюда

$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{1}{V'};\ \frac{\sin i}{\sin r''} = \frac{1}{V''}.$$

Слѣд. направленія преломленныхъ *волнъ* выражаются подобно тому, какъ и при простомъ преломленіи, съ тѣмъ различіемъ, что величина $1/V$, служащая теперь *показателемъ преломленія*, зависитъ отъ направленія и поляризаціи преломленной волны.

---

[1]) Еслибы верхняя среда была изотропная со скоростью свѣта V и съ показателемъ преломленія μ, точка I_2 опредѣлялась бы условіемъ $PI_2 = 1/\mu = V$.

§ 353. **Показатели преломленія.**—Величины $1/a$, $1/b$, $1/c$ суть *главные показатели преломленія* кристалла. Знаніе ихъ достаточно, чтобы построить и эллипсоидъ Френеля (коего полуоси и выражаются этими величинами), и поверхность волнъ.

Для однооснаго кристалла ($b=c$) главныхъ показателей два: *обыкновенный* μ_0 ($=1/c$) и необыкновенный μ_e ($=1/a$). Въ *положительномъ* кристаллѣ первый изъ нихъ *меньше*, въ *отрицательномъ* первый *больше* второго.—Отношеніе $\sin i : \sin r$ всегда равно обыкновенному показателю μ_0 для волны обыкновенной; для необыкновенной же это отношеніе имѣетъ различныя величины, заключающіяся въ предѣлахъ μ_0 и μ_e.

Въ двуосномъ кристаллѣ главныхъ показателей три; отношеніе $\sin i : \sin r$, вообще говоря, зависитъ отъ направленія плоскости волны (даже и для волны «обыкновенной», § 342, прим.).

Для опредѣленія главныхъ показателей пользуются методою призмы (§ 172), вырѣзывая кристаллическія призмы опредѣленнымъ образомъ (§§ 356, 358). Можно также пользоваться методою полнаго отраженія (§§ 174, 355).

Такимъ образомъ найдено (линія D, $t=18^0$):

	μ_0	μ_e
Кварцъ	1,54423	1,55338
Исл. шпатъ	1,65846	1,48654,

откуда и вычислены соотвѣтственныя значенія a ($=1/\mu_e$) и c ($=1/\mu_0$), приведенныя нами выше (§ 338).

Для *арагонита* (въ тѣхъ же условіяхъ) оказалось:

$$\frac{1}{a}=1,68589, \frac{1}{b}=1,68157, \frac{1}{c}=1,53013,$$

откуда вычисляемъ a, b, c (§ 340).

§ 354. **Преломленные лучи**, говоря вообще, *не* лежатъ въ плоскости паденія, и углы ихъ съ нормалью NN грани не удовлетворяютъ закону синусовъ. Только въ нѣкоторыхъ случаяхъ лучъ сливается съ нормалью волны: *обыкновенные* лучи однооснаго кристалла всѣ имѣютъ это свойство; въ двуосныхъ кристаллахъ оно принадлежитъ всѣмъ лучамъ, идущимъ вдоль главныхъ осей поверхности волнъ (OA, OB, OC, черт. 221), и лучамъ, идущимъ къ круговымъ

контурамъ $B'OC'$, COA', AOB. Эти случаи сліянія луча съ нормалью волны особенно цѣнны: вообще говоря, направленіе *луча* легче прослѣдить на опытѣ, а направленіе *волны* легче сформулировать (благодаря закону синусовъ).

§ 355. **Замѣчанія.**—При переходѣ свѣта изъ пустоты (или изъ изотропнаго тѣла) въ кристаллъ и обратно—изъ кристалла въ пустоту (въ изотропное тѣло), соблюдается законъ обратности (§ 135). Если падающая волна I_1P даетъ преломленную волну I_2T', то обратно—падающая волна I_2T' дастъ преломленную I_1P. Или: если падающій лучъ S_1I_1 даетъ преломленный I_1R', то падающій лучъ $R'I_1$ дастъ преломленный I_1S_1. Такимъ образомъ не трудно примѣнить построеніе черт. 226 къ задачѣ о переходѣ свѣта изъ кристалла въ изотропное тѣло.

Слѣдствіемъ обратности лучей и является то, что лучъ и волна, вошедшіе изъ среды изотропной въ плоскопараллельную пластинку кристалла и вышедшіе изъ нея опять въ ту же среду, будутъ параллельны своимъ первоначальнымъ направленіямъ (черт. 206).

Наконецъ, не трудно обобщить построеніе на случаи преломленія изъ одного кристалла въ другой кристаллъ и отраженія въ кристаллической средѣ. Въ этихъ случаяхъ падающая волна (идущая въ кристаллѣ) можетъ быть либо обыкновенная, либо необыкновенная [1]; въ общемъ случаѣ та и другая дастъ начало двумъ преломленнымъ и двумъ отраженнымъ волнамъ.

Въ тѣхъ случаяхъ, когда для преломленной волны вычисленіе дало бы $\sin r > 1$, она не образуется, и падающая волна претерпѣваетъ полное внутреннее отраженіе (§ 136). При $\sin r = 1$, получаемъ $i = l$ (предѣльный уголъ).

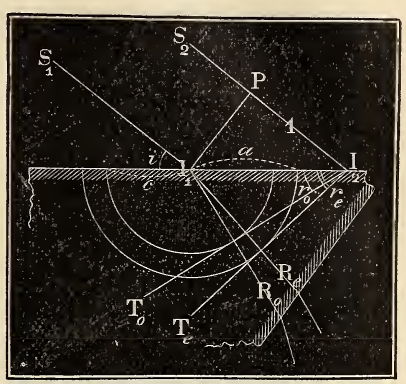
§ 356. **Частные случаи для одноосного кристалла.**—Разсмотримъ нѣкоторые частные случаи преломленія изъ пустоты въ одноосный кристаллъ,—тѣ, когда вопросъ рѣшается построеніемъ въ одной плоскости паденія (плоскости чертежа), такъ какъ въ ней лежатъ и не-

---

[1]) Если же заданная падающая волна поляризована иначе, то ее слѣдуетъ разсматривать какъ совокупность двухъ волнъ, идущихъ съ различными скоростями и различно поляризованныхъ (употребляя правило разложенія колебаній).

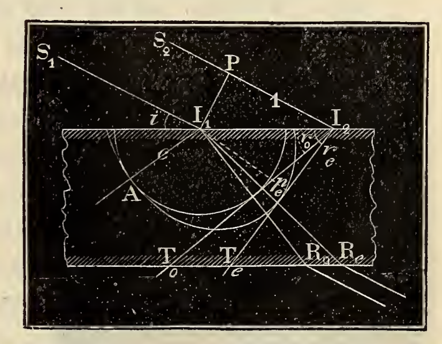
обыкновенный лучъ и нормаль необыкновенной волны. Будемъ брать кристаллъ *отрицательный* (наприм. исландскій шпатъ).

1) *Плоскость паденія перпендикулярна къ оптической оси кристалла.* — Сѣченіе поверхности волнъ плоскостью чертежа состоитъ изъ двухъ окружностей, изъ коихъ внѣшняя (радіуса a) относится къ необыкновеннымъ лучамъ (черт. 227). Лучи сливаются съ нормалями и повинуются законамъ простого преломленія, съ постоянными показателями $\mu_0 = 1/c$ и $\mu_e = 1/a$.



Черт. 227.

Если ограничимъ кристаллъ еще другою плоскостью (черт. 227), такъ что образуется *призма* съ ребромъ параллельнымъ оптической оси I_1, то лучи выйдутъ изъ нея также по законамъ простого преломленія, какъ бы изъ двухъ изотропныхъ средъ съ показателями $1/c$ и $1/a$. Такая призма удобна для опредѣленія c и a въ различныхъ частяхъ обыкновеннаго и необыкновеннаго спектра (§ 353).



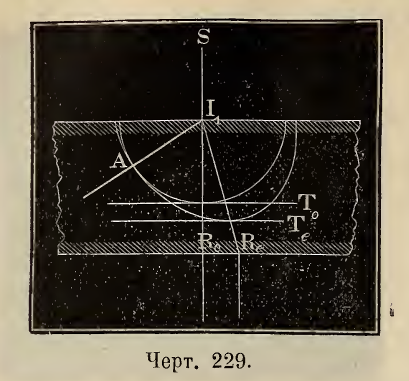
Черт. 228.

§ 357. 2) *Плоскость паденія проходитъ чрезъ оптическую ось* (совпадаетъ съ однимъ изъ «главныхъ сѣченій»), черт. 228. Необыкновенный лучъ вообще не перпендикуляренъ къ своей волнѣ, но лежитъ въ плоскости паденія. Для необыкновенной волны отношеніе $\sin i : \sin r_e$ зависитъ отъ i. Если грань выхода параллельна грани входа, оба луча выйдутъ параллельными $S_1 I_1$.

Въ частномъ случаѣ, когда $i = 0$ (черт. 229) [1]), только обыкновенный лучъ идетъ въ кристаллѣ не отклоняясь, необыкновен-

[1]) Здѣсь точка I_2 удаляется въ безконечность, и обѣ касательныя плоскости становятся параллельными грани входа.

ный же измѣняетъ направленіе (хоть направленіе *волны* не измѣнилось).

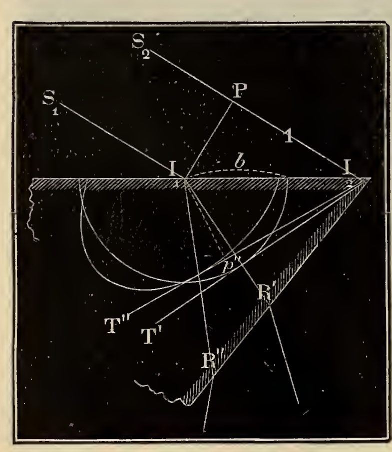


Черт. 229.

Черт. 230.

Но если при этомъ ось кристалла перпендикулярна къ грани входа, оба луча преломленные сливаются въ одинъ, идущій по продолженію падающаго (черт. 230). Изъ плоскопараллельной пластинки получимъ лучъ нерасщепленный. По этому признаку узнаютъ направленіе оптической оси.

§ 358. **Частные случаи для двуоснаго кристалла.**—Здѣсь проще и важнѣе всего тѣ случаи, когда плоскость паденія совпадаетъ съ одною изъ главныхъ плоскостей поверхности волнъ (на черт. 231—съ плоскостью AOC чертежа 221). Оба преломленные луча лежатъ въ плоскости паденія; одинъ изъ нихъ R' перпендикуляренъ къ своей волнѣ и преломится съ постояннымъ показателемъ ($=1/b$). Призма съ ребромъ перпендикулярнымъ къ главной плоскости AOC (или параллельнымъ полуоси $1/b$ Френелева эллипсоида) относится къ этому лучу R' какъ призма изотропная и даетъ возможность найти $1/b$ по формуламъ простого преломленія.

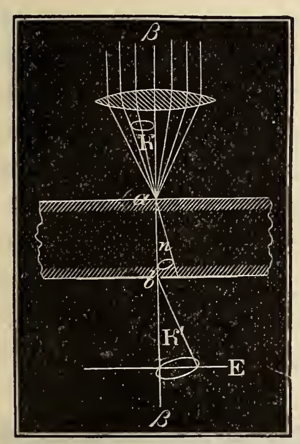


Черт. 231.

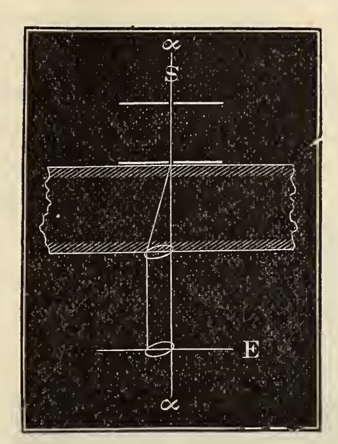
Подобнымъ образомъ, вырѣзая призмы съ ребрами параллельными другимъ главнымъ осямъ, опредѣлимъ величины $1/c$ и $1/a$ (§ 353).

§ 359. Коническое преломленіе.—Особенно интересны въ двуосномъ кристаллѣ тѣ случаи, когда внутри кристалла *лучъ* совпадаетъ съ оптическою осью лучей (β), или когда *волна* перпендикулярна къ оптической оси волнъ (α), черт. 221.

1) На грань пластинки, вырѣзанной перпендикулярно къ оси β, пускаемъ пучокъ сходящихся лучей (черт. 232). Другую грань за-



Черт. 232.



Черт. 233.

крываемъ ширмочкой съ малымъ отверстіемъ b (причемъ линія ab параллельна оси β). Тѣ изъ падающихъ лучей, которые лежатъ на нѣкоторомъ конусѣ K, дадутъ въ кристаллѣ одинъ лучъ ab (хотя нормали преломленныхъ волнъ различны и образуютъ конусъ n, соотвѣтствующій NOI чертежа 224). Этотъ лучъ,—единственный, проходящій сквозь пластинку,—при выходѣ опять разстелется въ полый конусъ K' лучей, параллельныхъ падающимъ лучамъ K. На экранѣ E получимъ свѣтлое кольцо,—тѣмъ большее, чѣмъ экранъ дальше.

Это—*внѣшнее коническое преломленіе.*

2) На грань пластинки, вырѣзанной перпендикулярно къ оси α, пускаемъ перпендикулярный лучъ (черт. 233). Въ кристаллѣ онъ раздробится на полый конусъ лучей, имѣющихъ общую плоскость волны и соотвѣтствующій конусу LOM черт. 223. По выходѣ изъ пластинки всѣ эти лучи будутъ параллельны падающему лучу, составятъ полый цилиндрическій пучокъ и дадутъ на экранѣ свѣтлое кольцо, размѣръ котораго *не* зависитъ отъ разстоянія экрана.

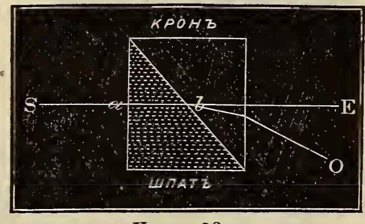
Это—*внутреннее коническое преломленіе.*

Эти случаи коническаго преломленія были теоретически предсказаны Гамильтономъ, какъ слѣдствія формы поверхности волнъ, и опыты Ллойда оправдали теорію качественно и количественно.

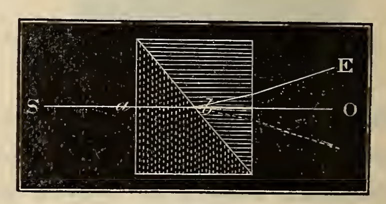
Аппараты.

§ 360. Двупреломляющія призмы.—Для опытовъ двойного преломленія, вмѣсто натуральнаго ромбоэдра исландскаго шпата (§ 316) или вообще плоскопараллельнаго слоя кристалла, удобнѣе употреблять *призму* изъ кристалла, такъ какъ здѣсь два выходящіе луча не параллельны, а расходятся. Но чтобы такая призма не давала дисперсіи, нужно компенсировать дисперсію обратной призмой изъ кристалла же, или изъ стекла. Получается *двупреломляющая призма.*

Такъ наприм. можно взять призму исландскаго шпата съ ребрами параллельными оптической оси (§ 356) и приклеить къ ней (канадскимъ бальзамомъ) призму изъ кронгласа, такой же формы, но обратнаго положенія (черт. 234), съ показателемъ преломленія (для D)



Черт. 234.



Черт. 235.

близкимъ къ $\mu_e = 1{,}486$ (§ 353). Нормально падающій лучъ Sa дастъ въ шпатѣ два луча, которые отъ a до b идутъ вмѣстѣ по продолженію Sa, но при b расходятся: необыкновенный bE идетъ почти по тому же направленію, а обыкновенный (переходя изъ среды съ показателемъ 1,66 въ среду съ показателемъ 1,49) отклонится къ вершинѣ стеклянной призмы. Первый лучъ (bE) будетъ почти ахроматизованъ (такъ какъ не только средніе показатели близки между собой, но и величина дисперсіи почти одинакова); обыкновенный лучъ ахроматизованъ лишь отчасти.

Еще лучше будетъ—приставить къ первой шпатовой призмѣ вторую также изъ *шпата*, но съ оптической осью, направленною вдоль падающаго луча (черт. 235). Здѣсь обыкновенный лучъ выйдетъ неотклоненнымъ (и *вполнѣ* ахроматизованнымъ); а необыкновенный,

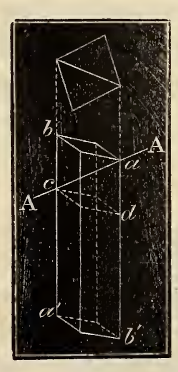
какъ бы вступая въ среду болѣе преломляющую, отклонится къ основанію 2-й призмы. Это—призма *Рошо́на* [1]).

§ **361. Поляризующія призмы**.—Описанныя призмы могутъ служить поляризаторами. Но иногда удобнѣе имѣть *одинъ* поляризованный пучокъ лучей: въ этомъ случаѣ употребляютъ особыя (только *поляризующія*, но не раздваивающія) сочетанія призмъ, гдѣ одинъ изъ лучей устраняется полнымъ внутреннимъ отраженіемъ. Таковы призмы Николя, Фуко̀ и др.

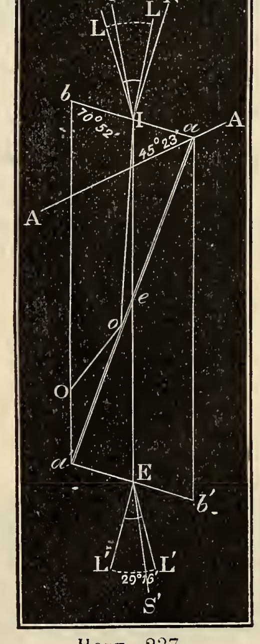
1) Берутъ призму исландскаго шпата $aba'b'$ (черт. 236), вырѣзанную по естественнымъ кливажамъ (ab, $a'b'$ — ромбы [2]); пунктиромъ выдѣлена основная форма минерала—ромбоэдръ $abcd$; AA — оптическая ось). Длина реберъ ba' должна быть въ 3,65 раза больше стороны ромба.

Черезъ точки a, a' призму распиливаютъ перпендикулярно къ плоскости $aba'b'$, содержащей короткія діагонали ab ромбическихъ основаній (и служащей плоскостью чертежа). Затѣмъ обѣ половины baa', $b'aa'$ (черт. 237) склеиваютъ канадскимъ бальзамомъ. Плоскость спайки почти перпендикулярна къ плоскостямъ ромбовъ ab, $a'b'$.

Канадскій бальзамъ имѣетъ (для Фраунгоферовой линіи D) показатель преломленія 1,549; исландскій шпатъ—для лучей обыкновенныхъ 1,658, а для необыкновенныхъ, идущихъ параллельно длиннымъ ребрамъ призмы, 1,515. Пусть естественный лучъ SI падаетъ на грань ab въ главномъ сѣченіи (въ плоскости чертежа) подъ такимъ угломъ, что преломленные лучи Ie, Io идутъ почти параллельно ba'. Необы-



Черт. 236.



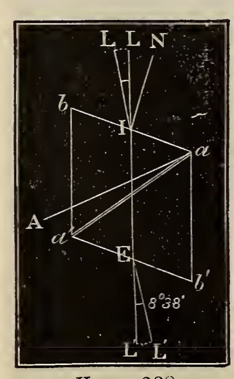
Черт. 237.

[1]) Обыкновенно она дѣлается не изъ шпата, а изъ *кварца*; тогда лучъ E отклоняется въ другую сторону (пунктиръ на черт. 235).

[2]) Форма ихъ указана вверху чертежа 236.

кновенный лучъ Ie при e вступаетъ въ слой бальзама, какъ въ тѣло болѣе преломляющее, и продолжаетъ путь по eES'. Обыкновенный же лучъ Io встрѣчаетъ слой бальзама, какъ среду *менѣе* преломляющую; и такъ какъ уголъ паденія Io больше предѣльнаго угла l (который опредѣляется условіемъ $\sin\, l = 1{,}549/1{,}658$, откуда $l = 69^0 7'$), то происходитъ полное внутреннее отраженіе по oO: лучъ *не* выходитъ въ воздухъ чрезъ открытую грань $a'b'$, а поглощается вычерненной боковой гранью призмы. Такимъ образомъ изъ призмы вышелъ только лучъ необыкновенный ES', поляризованный перпендикулярно къ главному сѣченію $aba'b'$.

Вычисленіе показываетъ, что то же происходитъ для всѣхъ лучей, направленія которыхъ лежатъ внутри конуса LIL, обнимающаго въ главномъ сѣченіи уголъ около 29^0 и расположеннаго почти симметрично относительно длинныхъ реберъ: соотвѣтственно этому всякая точка E грани $a'b'$ даетъ конусъ $L'EL'$ выходящихъ лучей необыкновенныхъ, безъ примѣси лучей обыкновенныхъ. Слѣд. призма поляризуетъ пучокъ лучей LIL, не производя двойныхъ изображеній. Это—*призма Николя*, короче—«николь» [1]).



Черт. 238.

2) Если требуется поляризовать пучокъ лучей почти параллельныхъ, то можно пользоваться *призмой Фукò*. Въ ней канадскій бальзамъ замѣненъ тонкимъ слоемъ воздуха; предѣльный уголъ обыкновенныхъ лучей здѣсь $= 37^0 5'$ ($\sin\, l = 1/1{,}658$); призма почти втрое короче николя ($ba' = ba$); поляризованное поле зрѣнія всего $8{,}5^0$ (черт. 238). Вслѣдствіе отраженія свѣта отъ воздушнаго слоя, много свѣта теряется.

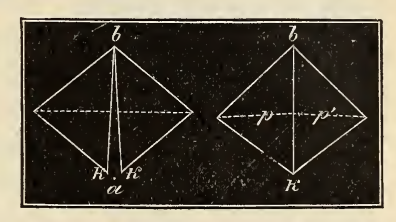
§ 362. **Анализаторъ съ полутѣнями.**—Призмы Николя и Фукò могутъ служить также *анализаторами* и вообще съ выгодой замѣняютъ пластинку турмалина (§ 312). Если лучъ, проходящій сквозь николь приблизительно вдоль IE (черт. 237), погасъ при опредѣленномъ поворотѣ призмы около

---

[1]) На практикѣ она выкраивается нѣсколько иначе, причемъ, для сбереженія дорогого матеріала, нѣсколько уменьшаютъ длину призмы, отчасти жертвуя величиною поляризованнаго поля зрѣнія.

IE, то главное сѣченіе призмы [1]) пришло въ совпаденіе съ плоскостью поляризаціи луча, а «плоскость поляризаціи» николя перпендикулярна къ этой послѣдней.

Болѣе чувствительный способъ опредѣлить плоскость поляризаціи луча даютъ *анализаторы съ полутѣнями.* Одинъ изъ таковыхъ получится, если распилимъ николь по главному сѣченію $aba'b'$ (черт. 237), сточимъ у каждой изъ полученныхъ плоскостей по клинообразному слою около $2{,}5^0$ и затѣмъ склеимъ обѣ половины; въ основаніяхъ, вмѣсто первоначальныхъ ромбовъ ba, будутъ ромбы нѣсколько искаженные bk (черт. 239). У такой призмы плоскости поляризаціи двухъ половинъ будутъ нѣсколько различны (p, p'), подъ угломъ 5^0. Если пучокъ поляризованъ симметрично къ p и p' (по bk), онъ не будетъ вполнѣ погашенъ ни тою, ни другою половиною, но дастъ на обѣихъ сторонахъ остатки свѣта (полутѣни) одинаковой яркости; при малѣйшемъ поворотѣ призмы, полутѣни будутъ различной густоты. Анализируя лучъ такою призмой, мы должны повернуть ее на *равныя полутѣни:* тогда направленіе bk будетъ показывать плоскость поляризаціи луча [2]).

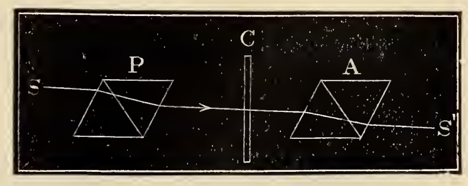


Черт. 239.

C. Цвѣта кристаллическихъ пластинокъ.

(Цвѣтная поляризація).

§ **363. Основной фактъ.**—Если между поляризаторомъ P (черт. 240) и анализаторомъ A (тотъ и другой всего лучше—николи) помѣщена тонкая пластинка C одноосная или двуоснаго кристалла, то бѣлый лучъ, прошедшій сквозь P, C и A, не будетъ вполнѣ погашенъ ни при какомъ относительномъ положеніи этихъ трехъ снарядовъ, но *выйдетъ,*



Черт. 240.

---

[1]) Напомнимъ, что главное сѣченіе (1-й азимутъ) николя пролегаетъ черезъ короткія діагонали ab, $a'b'$ ромбовъ-основаній (черт. 236, 237).

[2]) Кристаллическіе препараты, предназначенные для полученія и изслѣдованія круговыхъ и эллиптическихъ лучей, были описаны выше (§§ 327, 329, 330).

вообще говоря, *окрашеннымъ*. Эта окраска—не монохроматическая, а сложная (смѣшанная), и притомъ болѣе или менѣе разбавлена примѣсью бѣлаго. *Ceteris paribus* она зависитъ отъ направленія луча; поэтому когда лучи проходятъ *параллельнымъ* пучкомъ и пластинка плоскопараллельная, все поле одинаково окрашено [1]); если же пучокъ *сходящійся* (и потомъ расходящійся), поле представляетъ цвѣтной узоръ. Эти явленія открыты Араго.

§ **364. Объясненіе.** — Явленіе въ общихъ чертахъ объясняется такъ. Каждый монохроматическій лучъ поляризованнаго тонкаго пучка S, вступая въ пластинку C, дробится на два слагающіе луча, которые, при небольшомъ углѣ паденія и малой толщинѣ пластинки, идутъ въ ней почти по одному направленію и выходятъ изъ нея почти совпадая. Эти два слагающіе луча *поляризованы подъ прямымъ угломъ*; пройдя C съ различными скоростями, они пріобрѣли нѣкоторую *разность хода*. Вслѣдствіе взаимной перпендикулярности колебаній, они не могутъ интерферировать, и идутъ до A, какъ лучъ эллиптическій (§ 323). Анализаторъ сводитъ эти два слагающіе къ *одной* плоскости поляризаціи: отъ каждаго онъ пропускаетъ лишь долю (слагающую) одинаково поляризованную, и слѣд. даетъ два луча, интерферирующіе смотря по той разности хода, какая была получена ими въ C. Эта разность хода различна для лучей различнаго направленія и различнаго періода (цвѣта). Такимъ образомъ въ пучкѣ окончательно выходящемъ (S') монохроматическія составныя части присутствуютъ не въ такой пропорціи какъ первоначально, и пучокъ кажется окрашеннымъ [2]).

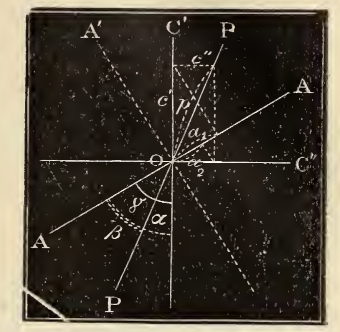
§ **365. Явленія въ параллельныхъ лучахъ.**—Пусть падающіе лучи нормальны къ пластинкѣ C. Плоскость черт. 241 перпендикулярна къ лучу O; PO—плоскость свѣтовыхъ колебаній въ поляри-

---

[1]) Понятно, что когда пластинка *не* плоскопараллельная, окраска будетъ различная, соотвѣтственно измѣненію толщины; такъ сферически-вогнутая или выпуклая пластинка дастъ цвѣтныя кольца, клинообразная—прямыя полосы, и пр. Въ случаѣ компенсатора Бабинè (§ 330) совокупность двухъ различно оріентированныхъ призмъ также даетъ прямолинейныя полосы (въ случаѣ бѣлаго свѣта—окрашенныя различными цвѣтами.

[2]) Изслѣдуя пучокъ спектроскопомъ, увидимъ темныя полосы, соотвѣтственныя „погашеннымъ“ цвѣтамъ.

заторѣ, AO — въ анализаторѣ, $C'O$ и $C''O$ — въ пластинкѣ кристалла [1]). Назовемъ p амплитуду монохроматическаго луча, вышедшаго изъ поляризатора. Пластинка выпуститъ два луча: одинъ съ амплитудой $c'=p \cos\alpha$, колебанія направлены по $C'O$; другой съ амплитудой $c''=p \sin\alpha$, колебанія по $C''O$. Отъ этихъ лучей анализаторъ пропуститъ лишь слагающіе, съ колебаніями направленнымя по AO; амплитуды ихъ будутъ $a_1=c' \cos\beta$ и $a_2=c'' \sin\beta$ [2]). Здѣсь $\alpha = \angle POC'$, $\beta = \angle POA$. Полагаемъ $\alpha+\beta=\gamma$.



Черт. 241.

Эти два луча, окончательно выходящіе изъ анализатора, получили въ пластинкѣ (какъ было замѣчено) разность фазъ $=\delta$. Они слагаются по § 13: амплитуда a составного луча выразится какъ діагональ параллелограмма, имѣющаго стороны a_1 и a_2 подъ угломъ δ. Т.-е.

$$a^2 = a_1^2 + a_2^2 + 2a_1a_2 \cos\delta,$$

или (такъ какъ $\cos\delta = 1 - 2\sin^2\frac{1}{2}\delta$),

$$a^2 = (a_1+a_2)^2 - 4a_1a_2 \sin^2\frac{\delta}{2}.$$

Величиной a^2 измѣряется яркость выпущеннаго монохроматическаго луча; яркость первоначальная измѣрялась величиной p^2 (§ 35).

Такъ какъ

$$a_1 = p \cos\alpha \,.\, \cos\beta,\quad a_2 = p \sin\alpha \,.\, \sin\beta,$$

то

$$a_1 + a_2 = p\cos\gamma,\quad 4a_1 a_2 = p \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\beta,$$

---

[1]) Т.-е. PO есть главное сѣченіе николя-поляризатора, AO—главное сѣченіе николя-анализатора, а $C'O$ и $C''O$—главные азимуты пластинки. (Если послѣдняя одноосна, $C'O$ или $C''O$ есть ея главное сѣченіе; если двуосна, $C'O$ и $C''O$ дѣлятъ пополамъ углы плоскостей, проведенныхъ чрезъ O и чрезъ одну изъ оптическихъ осей волнъ.)

[2]) Строго говоря $c'=kp \cos a$, $a_1=k'c' \cos\beta$ и т. д., гдѣ k и k' нѣсколько <1 даже при совершенной прозрачности пластинки и анализатора (такъ какъ часть свѣта отражается) и могутъ быть невполнѣ одинаковы для двухъ азимутовъ.

и слѣд.

$$a^2 = p^2\left(\cos^2\gamma - \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\beta \,.\, \sin^2\frac{\delta}{2}\right).$$

Найдемъ δ. Пусть толщина пластинки $= e$; скорости двухъ волнъ въ пластинкѣ назовемъ V' и V'', соотвѣтственные показатели преломленія $\mu'(=1/V')$ и $\mu''(=1/V'')$. Тогда разность хода двухъ лучей будетъ $e(\mu' - \mu'')$, § 273, а разность фазъ

$$\delta = \frac{2\pi e}{\lambda}(\mu' - \mu'').$$

Чтобы δ не равнялась нулю, μ' и μ'' должны быть различны; пластинка одноосная, вырѣзанная перпендикулярно къ оси, не отличалась бы отъ изотропной. Обыкновенно берутъ одноосную пластинку, параллельную оси; или же двуосную, параллельную плоскости осей (такова пластинка гипса, выдѣленная по легчайшему кливажу) [1]).

§ **366**. Пусть первоначальный лучъ — бѣлый, и p', p'', ... суть величины p для различныхъ цвѣтныхъ частей его. Яркость полнаго луча будемъ измѣрять суммой $p'^2 + p''^2 + \ldots$, которую короче обозначимъ Σp^2.

Мѣрой яркости окончательнаго луча будетъ

$$I = \Sigma a^2 = \cos^2\gamma \,.\, \Sigma p^2 - \sin 2\alpha \,.\, \sin 2\beta \,.\, \Sigma p^2 \sin^2\frac{\delta}{2}.$$

(Здѣсь $\Sigma p^2 \sin^2\frac{1}{2}\delta$ обозначаетъ: $p'^2\sin^2\frac{1}{2}\delta' + p''^2\sin^2\frac{1}{2}\delta'' + \ldots$; $\delta', \delta'', \ldots$ разности фазъ для различныхъ цвѣтныхъ лучей.)

Первый членъ въ выраженіи I есть сумма всѣхъ p^2, ослабленныхъ въ одинаковой пропорціи; слѣд. онъ представляетъ извѣстное количество *бѣлаго свѣта*. Этотъ членъ исчезаетъ, когда $\gamma = 90^0$ (два николя «перекрещены»).

Во *второмъ* членѣ цвѣта ослаблены въ различной мѣрѣ; онъ изображаетъ слѣд. нѣкоторое количество (смѣшаннаго) *цвѣтного свѣта*. Цвѣтъ зависитъ отъ толщины e (ибо ею опредѣляются δ)

---

[1]) Если $\delta = \pm \pi/2$, пластинка будетъ „четверть волны" (§ 327) и дастъ лучъ круговой.

и отъ знака произведенія $\sin 2\alpha . \sin 2\beta$: когда $\sin 2\alpha . \sin 2\beta < 0$, цвѣтъ соотвѣтствуетъ смѣси $\Sigma p^2 \sin {}^1/_2\, \delta$; когда $\sin 2\alpha . \sin 2\beta > 0$, онъ — *дополнительный* къ предыдущему (то, что прибавлялось къ бѣлому, теперь отнимается изъ бѣлаго).

Когда $$\sin 2\alpha . \sin 2\beta = 0,$$

т.-е. когда PP совпадаетъ съ OC' или съ OC'', пластинка кажется безцвѣтною: *бѣлою* — если притомъ два николя «совпадаютъ»; *черною* — если николи «перекрещены».

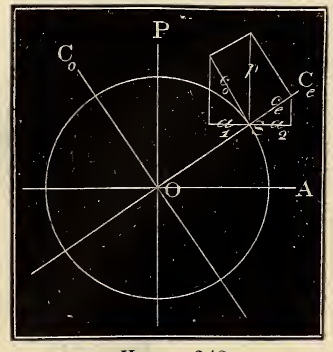
Цвѣта всего гуще, когда

$$\sin 2\alpha . \sin 2\beta = \pm 1,$$

т.-е. когда и PP и AA лежатъ симметрично по отношенію къ OC' и OC'' (α и β имѣютъ величины $\pm 45^0$ или $\pm 135^0$). При этомъ николи либо совпадутъ, либо будутъ перекрещены, и цвѣта въ этихъ двухъ случаяхъ — взаимно-дополнительные [1]).

§ 367. Явленія въ сходящихся лучахъ.—Случай одноосной пластинки, перпендикулярной къ оси. — Когда лучи проходятъ пластинку по разнымъ направленіямъ, δ при той же λ различна, и данный цвѣтъ будетъ неодинаково ярокъ въ различныхъ частяхъ поля зрѣнія. Если падающіе лучи — бѣлые, поле зрѣнія будетъ окрашено въ различные цвѣта, а по нѣкоторымъ направленіямъ безцвѣтно (бѣло или черно).

Разсмотримъ въ общихъ чертахъ случай, когда пластинка одноосная, вырѣзанная перпендикулярно къ оптической оси, помѣщена въ конусѣ лучей, ось котораго къ пластинкѣ нормальна.



Черт. 242.

Пусть O (черт. 242) — направленіе центральнаго луча и оптической оси; другой лучъ встрѣчаетъ пластинку въ точкѣ S и лежитъ въ плоскости OS. Изъ S въ пластинкѣ пойдутъ два луча, почти одинаковаго направленія: обыкновенный, съ колебаніями по C_0O, и необыкновенный, съ колебаніями по C_eO (C_eO есть главное

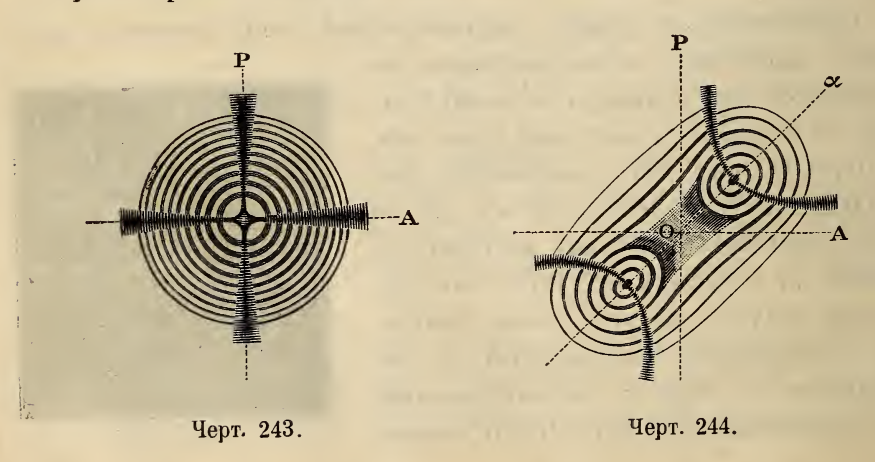
1) Если бъ анализаторъ давалъ два изображенія (двупреломляющая призма), то во второмъ плоскость колебаній была бы OA' (черт. 241). Это второе изображеніе окажется во всѣхъ отношеніяхъ дополнительнымъ къ первому.

сѣченіе пластинки для этихъ лучей). Легко найти попрежнему амплитуды лучей и вычислить, какую долю того и другого луча пропуститъ анализаторъ; разность фазъ δ получится также попрежнему, при чемъ e будетъ теперь означать толщину пластинки, измѣренную *вдоль луча*.

Эта толщина e одинакова для всѣхъ лучей, встрѣчающихъ пластинку на равныхъ разстояніяхъ отъ O; а такъ какъ отъ e зависятъ величины δ для разныхъ цвѣтовъ, а слѣд. и составъ «цвѣтного» члена, то на всякой окружности (съ центромъ O) цвѣтъ либо одинаковъ, либо переходитъ только (черезъ бѣлый) въ дополнительный. Въ полѣ зрѣнія получаемъ цвѣтныя *кольца*.

Въ нѣкоторыхъ азимутахъ цвѣтной членъ исчезаетъ, и получается вдоль радіуса колецъ безцвѣтная полоса — либо бѣлая (если «бѣлый» членъ не $= 0$), либо черная.

На черт. 242 анализаторъ *перекрещенъ* съ поляризаторомъ; въ этомъ случаѣ всѣ точки діаметровъ OP и OA будутъ *черныя*: ибо для нихъ одна изъ слагающихъ амплитудъ (c_o или c_e) обращается въ нуль, а другая направлена по OP и гасится анализаторомъ. Цвѣтныя кольца (каждое на всемъ протяженіи одноцвѣтно) пересѣчены *чернымъ крестомъ* (черт. 243). При поворотѣ анализатора на 90^0 (въ «совпаденіе» съ поляризаторомъ) цвѣта замѣняются дополнительными и черный крестъ — *бѣлымъ*.



Черт. 243. Черт. 244.

§ 368. Случай двуосной пластинки, вырѣзанной равно-наклонно къ оптическимъ осямъ.—Типическая фигура изображена на черт. 244

(николи перекрещены, плоскость оптическихъ осей $O\alpha$ составляетъ съ ними углы въ 45°): цвѣтныя полосы имѣютъ видъ *лемнискатъ*, два «полюса» которыхъ соотвѣтствуютъ *кажущимся* оптическимъ осямъ волнъ (т.-е. тѣмъ направленіямъ, по которымъ выходятъ изъ пластинки лучи, шедшіе внутри ея по оптическимъ осямъ волнъ) [1]. Если поворачивать пластинку въ ея плоскости, то цвѣтныя линіи вращаются вмѣстѣ съ нею.

Безцвѣтныя линіи (въ данномъ случаѣ черныя) имѣютъ видъ вѣтвей *гиперболы;* при поворотѣ пластинки онѣ измѣняютъ форму и въ двухъ положеніяхъ (когда $O\alpha$ ложится по OP или по OA) обращаются въ черный крестъ, вѣтви котораго идутъ по OP и OA.

Если два николя приведены въ совпаденіе, цвѣта *ceteris paribus* переходятъ въ дополнительные, а черныя полосы замѣняются бѣлыми.

§ 369. Изохроматическая поверхность: а) **Случай однооснаго кристалла**.—Мы видѣли, что цвѣтъ въ данной точкѣ M поля зрѣнія зависитъ отъ разности фазъ δ двухъ лучей, идущихъ отъ источника S чрезъ точку M. Совокупность точекъ M, для которыхъ δ одинакова, составляютъ *изохроматическую кривую.*

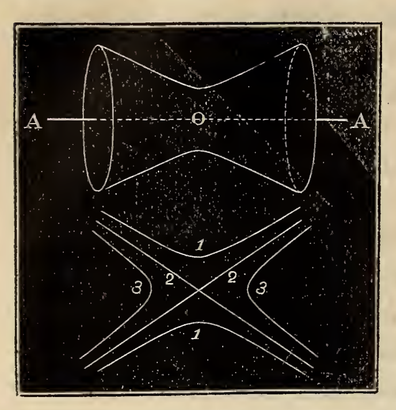
Проведемъ чрезъ точку O всевозможныя направленія, и по каждому отмѣтимъ точку M, гдѣ разность фазъ двухъ лучей, идущихъ по OM, въ данномъ кристаллѣ, достигаетъ опредѣленной величины δ_1. Получимъ *изохроматическую поверхность*, и таковыя можемъ построить для всякаго значенія δ_1.

Если разсѣчемъ такую поверхность какою-нибудь плоскостью P, то полученная кривая будетъ изохроматическою кривою для того случая, когда пластинка изъ даннаго вещества ограничена плоскостью P и параллельной плоскостью идущей чрезъ O, и когда лучи проходятъ чрезъ O.

На черт. 245 изображена одна изъ изохроматическихъ поверхностей для однооснаго кристалла (AA — оптическая ось). Это (приблизительно) — *гиперболоидъ вращенія.* Пересѣкая его перпендикулярно

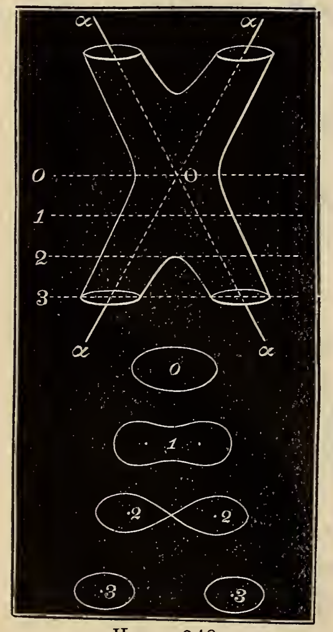
[1]) Этимъ пользуются для опредѣленія угла оптическихъ осей волнъ: наводя трубы на тотъ и другой полюсъ, узнаемъ уголъ кажущихся осей, а отсюда, зная показатель преломленія (который въ данномъ случаѣ $= 1/b$), найдемъ и уголъ истинныхъ осей.

къ оси, видимъ, что изохроматическая кривая для даннаго δ_1 есть *кругъ* (§ 367) тѣмъ большаго радіуса, чѣмъ толще пластинка. Пересѣкая параллельно AA, получимъ для тонкой пластинки *гиперболу* 1,1, которая, съ возрастающей толщиной, переходитъ въ двѣ прямыя 2, 2, а потомъ въ «сопряженную» гиперболу 3, 3. (Прямыя 2,2 суть ассимптоты гиперболъ 1 и 3).



Черт. 245.

§ 370. b) Изохроматическая поверхность двуоснаго кристалла имѣетъ видъ двухъ сросшихся цилиндровъ, съ осями α, α, направленными по оптическимъ осямъ волнъ (черт. 246). Сѣченія, параллельныя обѣимъ осямъ, имѣютъ видъ гиперболъ; сѣченія плоскостями 0, 1, 2, 3..., перпендикулярными биссектрисѣ осей, имѣютъ формы *лемнискатъ* [1]) (изображенныя внизу чертежа). Перпендикулярно другой биссектрисѣ получились бы также лемнискаты. (Такія лемнискаты и были у насъ на черт. 244.)

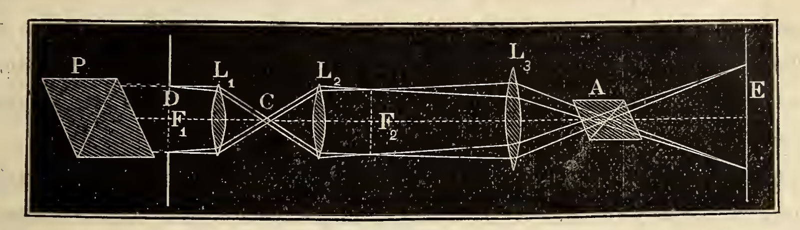


Черт. 246.

§ 371. Способъ наблюденій. — Самый простой снарядъ для наблюденія цвѣтной поляризаціи представляютъ *турмалинные щипцы*: кристаллическая пластинка зажимается между двумя турмалинными. Болѣе совершенный способъ даютъ *поляризаціонные микроскопы и пролагатели*, гдѣ особой комбинаціей чечевицъ получается какъ параллельный, такъ и сильно сходящійся пучокъ лучей. Схема такихъ снарядовъ представлена на черт. 247. Лучи, перво-

[1]) Такъ называется кривая, каждая точка которой M такъ отстоитъ отъ двухъ точекъ P, P' („полюсовъ" лемнискаты), что произведеніе $MP \times MP' =$ постоянной.

начально почти паралельные (наприм., отъ солнца), проходятъ сквозь поляризиторъ P (призма Николя или Фуко) и сквозь діафрагму D, каждая точка которой даетъ слегка расходящійся пучокъ. Діафрагма стоитъ въ главной фокусной плоскости сильной, собирающей чечевицы L_1, которая превращаетъ пучки DL_1 въ параллель-



Черт. 247.

ные, идущіе подъ различными углами къ главной оси снаряда. Подобное же второе стекло L_2 опять собираетъ каждый пучокъ въ точку своей главной фокусной плоскости F_2, гдѣ происходитъ слѣд. изображеніе діафрагмы. Это изображеніе пролагается стекломъ L_3 на экранъ E (какъ представлено на чертежѣ), или же въ глазъ (въ послѣднемъ случаѣ стекло L_3 должно стоять такъ, чтобы выходящіе изъ него пучки шли параллельными или слегка расходящимися). Въ перекресткѣ выходящихъ пучковъ стоитъ анализаторъ (призма Николя или двупреломляющая).

Если хотимъ наблюдать явленія въ *параллельныхъ* лучахъ, то кристаллическая пластинка ставится у D или у F_2; если—въ *сходящихся*, ее ставятъ въ C.

§ 372. **Приложенія.**—Цвѣтныя явленія (особенно въ сходящихся лучахъ) представляютъ крайне чувствительный критерій на самыя слабыя уклоненія отъ изотропіи, при чемъ достаточно тонкой и малой пластинки испытуемаго тѣла. Пластинка можетъ не давать замѣтнаго раздвоенія лучей, но если она, будучи помѣщена между двумя николями, даетъ цвѣта,—заключаемъ, что двойное преломленіе имѣется.

Такимъ путемъ убѣдимся, что стеклянная пластинка, сжимаемая прессомъ по нѣкоторому діаметру, пріобрѣтаетъ временное двойное преломленіе. Стекла, быстро охлажденныя послѣ отливки, сохраняютъ навсегда quasi-кристаллическое строеніе и даютъ въ сходящихся лучахъ снаряда (черт. 247) разнообразные цвѣтные узоры. Временно

сообщается такая же способность стеклу и другимъ тѣламъ при помѣщеніи въ сильномъ электрическомъ полѣ. Даже вязкія жидкости, если подвергаются непрерывной деформаціи, обнаруживаютъ такія же явленія.

§ 373. **Полярископы съ цвѣтами.** — Прибавляя къ Николевой призмѣ кристаллическую пластинку, получаемъ *полярископъ съ цвѣтами,* который—чувствительнѣе, чѣмъ обыкновенный анализаторъ—обнаруживаетъ малѣйшую примѣсь поляризованнаго свѣта въ данномъ пучкѣ.

Таковъ, напр., *полярископъ Савáра*: тонкая пластинка кварца (вырѣзанная подъ угломъ 45° къ оси) разрѣзается на двѣ половины, которыя накладываются одна сверхъ другой такъ, что главныя сѣченія взаимно-перпендикулярны, а съ главнымъ сѣченіемъ николя составляютъ углы въ 45°. Поляризованный сходящійся или расходящійся пучокъ лучей, при изслѣдованіи такимъ полярископомъ, даетъ почти прямыя и равноотстоящія цвѣтныя полосы по направленію биссектрисы главныхъ сѣченій кварцовъ. Полосы всего ярче, когда главное сѣченіе николя совпадаетъ или перекрещено съ плоскостью поляризаціи лучей (въ первомъ случаѣ средняя полоса черная, во второмъ бѣлая); онѣ исчезаютъ въ азимутѣ 45°, гдѣ происходитъ переходъ цвѣтовъ въ дополнительные.

Компенсаторъ Бабинé (§ 330) также можетъ служить чувствительнымъ полярископомъ этого рода (даже для лучей параллельныхъ).

D. Вращательная поляризація.

Естественное вращеніе.

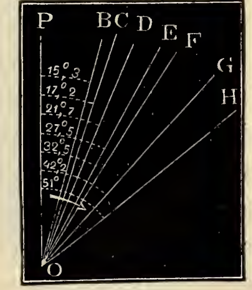
§ 374 **Основные факты.** — Пластинка кварца, перпендикулярная къ оптической оси, даетъ между двумя николями не тѣ явленія, какія наблюдаются съ подобной пластинкой исландскаго шпата: въ параллельныхъ лучахъ она даетъ различные цвѣта (смотря по углу николей); въ сходящихся лучахъ центральная часть системы колецъ не перерѣзана безцвѣтнымъ крестомъ, а окрашена.—Двѣ пластинки равной толщины, взятыя изъ двухъ сортовъ кварца («праваго» и «лѣваго»), будучи наложены одна на другую, даютъ въ сходящихся лучахъ спиральныя кривыя, заворотъ которыхъ измѣняется изъ

праваго въ лѣвый, если обернуть двойную пластинку задомъ напередъ.

Эти явленія указываютъ въ кварцѣ нѣкоторую особенность по отношенію къ лучамъ, идущимъ подъ малыми углами къ его оптической оси; она становится тѣмъ менѣе замѣтною, чѣмъ больше уголъ, и исчезаетъ при углѣ около 25°.

Основной фактъ состоитъ въ томъ, что *кварцъ поворачиваетъ плоскость поляризаціи такого луча.* Уголъ поворота, *ceteris paribus*, пропорціоналенъ толщинѣ пластинки; онъ зависитъ отъ періода луча, быстро возрастая отъ краснаго цвѣта къ фіолетовому (а слѣд. происходитъ *дисперсія плоскостей поляризаціи* цвѣтныхъ частей бѣлаго луча). Въ однихъ экземплярахъ кварца, при малой толщинѣ пластинки, плоскости поляризаціи поворачиваются *направо,* т.-е. по стрѣлкѣ часовъ (для наблюдателя, смотрящаго на встрѣчу лучу), въ другихъ—*налѣво;* отсюда названія: *правый кварцъ*, *лѣвый кварцъ*. (При равной толщинѣ тотъ и другой даютъ вращенія равныя и противоположныя, и наложенные одинъ на другой не производятъ никакого вращенія) [1]).

Такъ, если бѣлый лучъ идетъ по O (снизу вверхъ чертежа 248), будучи поляризованъ по OP, то, пройдя толщину 1 mm въ правомъ кварцѣ, онъ получитъ плоскость поляризаціи OB для части, соотвѣтственной Фраунгоферовой линіи B; плоскость OC для линіи C, и т. д. Углы поворота показаны на чертежѣ (около 15°,5 для B, 51° для H).



Черт. 248.

Подобное дѣйствіе оказываютъ, въ различной степени и съ тѣмъ или другимъ направленіемъ вращенія, нѣкоторые другіе кристаллы [2]) (правильной и двухъ одноосныхъ системъ) и тѣла некристаллическія (даже жидкости и пары). Явленія эти открылъ Араго̀, подробнѣе изслѣдовали Біо и др.

§ 375. **Цвѣта пластинки.**—Понятно, что кварцовая пластинка, будучи помѣщена между двумя перекрещенными николями, *воэста-*

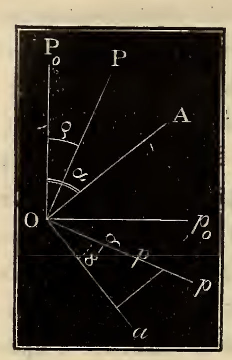
---

[1]) Вообще вращеніе отъ совокупности нѣсколькихъ пластинокъ равно алгебраической суммѣ отдѣльныхъ вращеній.

[2]) Особенно сильно—*киноварь* (325° на 1 mm толщины въ красномъ)

новляетъ погашенный свѣтъ. Если свѣтъ—монохроматическій, его можно погасить, повернувъ анализаторъ въ ту же сторону и на такой уголъ, какъ повернулась плоскость поляризаціи. Если свѣтъ бѣлый, анализаторъ можетъ погасить только *одинъ* цвѣтъ [1]), и поле зрѣнія окрасится цвѣтомъ дополнительнымъ.

Вообще, пусть OP_0 (черт. 249)—первоначальная плоскость поляризаціи, OP—повороченная, OA—окончательная для нѣкотораго цвѣта (Op_0 и Oa—главныя сѣченія 1-го и 2-го николя). Представимъ, какъ въ § 366, чрезъ Σp^2 яркость первоначальнаго луча (p—амплитуды для отдѣльныхъ цвѣтовъ), и пусть ρ есть уголъ вращенія для цвѣта, имѣющаго амплитуду p. Тогда яркость окончательно выходящаго луча будетъ



Черт. 249.

$$\Sigma p^2 \cos^2(\alpha-\rho).$$

Такъ какъ различные цвѣта ослаблены въ различной степени, лучъ окрашенъ, и формула оказываетъ составъ этой окраски.

Если анализаторъ даетъ два изображенія, они и здѣсь—взаимно-дополнительныя.

§ 376. Чувствительный оттѣнокъ.—Въ числѣ цвѣтовъ, получаемыхъ при различныхъ азимутахъ анализатора, есть одинъ (сѣровато-фіолетовый), замѣчательный тѣмъ, что малѣйшее измѣненіе азимута въ ту или другую сторону даетъ особенно рѣзкій переходъ—то въ красный, то въ синій цвѣтъ. Это—*чувствительный* или *переходный* оттѣнокъ. Онъ получается, когда наиболѣе яркій (зеленовато-желтый) цвѣтъ погашенъ и остатокъ свѣта состоитъ главнымъ образомъ изъ красно-оранжевыхъ и сине-фіолетовыхъ тоновъ. Для пластинки кварца въ 1 mm этотъ оттѣнокъ получается при углѣ $\alpha = 24^0$; слѣд. для 3,75 mm толщины—при $\alpha = 90^0$ (когда николи перекрещены).

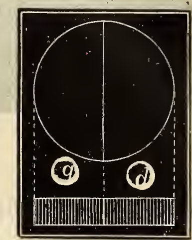
Когда анализаторъ установленъ на чувствительный цвѣтъ, малѣйшее измѣненіе въ свойствѣ вращающаго слоя (введеніе новаго,

---

[1]) Предполагая, что пластинка тонка; иначе могутъ погаситься нѣсколько цвѣтовъ (всѣ тѣ, коихъ плоскости поляризаціи совпадутъ съ главнымъ сѣченіемъ анализатора). Изслѣдуя выходящій свѣтъ спектроскопомъ, увидимъ черныя линіи на мѣстахъ погашенныхъ цвѣтовъ.

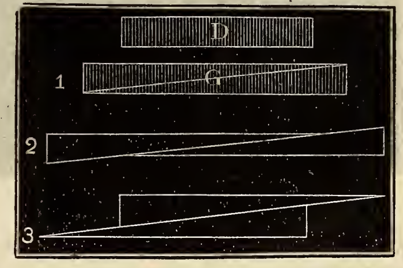
хотя бы слабо вращающаго вещества) ведетъ къ переходу либо въ красный, либо въ синій, особенно замѣтному для глазъ.

§ 377. **Бикварцъ.** — Составимъ пластинку въ 3,75 mm толщины, половина которой *(d)* вырѣзана изъ праваго, другая *(g)* изъ лѣваго кварца (черт. 250). При правильной установкѣ анализатора обѣ половины будутъ давать одинаковый чувствительный оттѣнокъ; но при малѣйшемъ поворотѣ анализатора въ одной половинѣ поля зрѣнія цвѣтъ измѣнится въ красный, въ другой—въ синій. Такой *кварцъ о двухъ вращеніяхъ,* или короче—*бикварцъ*, особенно удобенъ для точной установки и особенно явственно обличаетъ введеніе какого-либо новаго вращающаго вещества на пути между двумя николями [1]).



Черт. 250.

§ 378. **Компенсаторъ Солейля.**—Пластинка *D* изъ *праваго* кварца и пластинка *G*, такой же толщины, составленная изъ двухъ призмъ *лѣваго* кварца, могущихъ скользить одна по другой, составляютъ въ совокупности снарядъ, могущій вращать плоскости поляризаціи въ большей или меньшей мѣрѣ, вправо или влѣво. При положеніи (1) двухъ призмъ (черт. 251) снарядъ не оказываетъ вращательной способности; раздвигая призмы (2), дадимъ перевѣсъ правому вращенію; сдвигая ихъ (3), вызовемъ лѣвое вращеніе. Перемѣщеніе производится винтомъ и отмѣчается указателемъ на масштабѣ, какъ въ компенсаторѣ Бабине (§ 330).



Черт. 251.

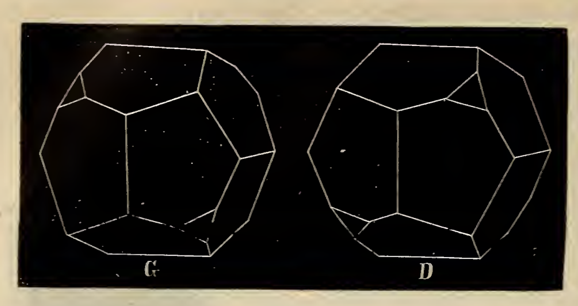
Этимъ снарядомъ можно *компенсировать* дѣйствіе, произведенное какимъ-либо слоемъ вращающаго вещества (и выразить это дѣйствіе толщиною соотвѣтственнаго слоя праваго или лѣваго кварца); потому снарядъ тоже называется *компенсаторомъ* (Солейля) [1]).

---

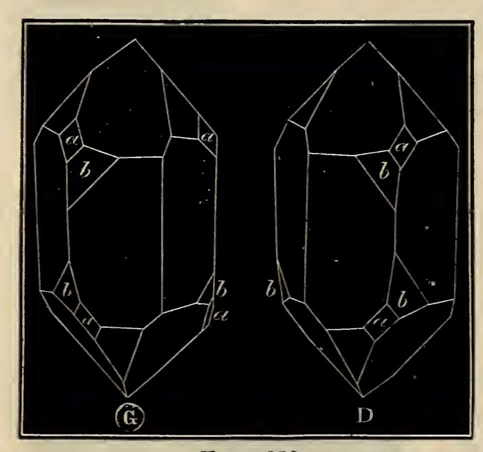
[1]) Чувствительность еще увеличивается, если разсматривать *d* и *g* въ спектроскопъ: малѣйшее различіе оттѣнковъ, обнаружится несовпаденіемъ черныхъ полосъ въ двухъ спектрахъ.

[1]) Снарядъ Бабине производитъ или уничтожаетъ разность фазъ, снарядъ Солейля—поворотъ азимута поляризаціи. Въ первомъ оси кварцовъ перпендикулярны къ лучу (при чемъ вращательная поляризація кварца исчезаетъ); во вто-

379. Связь съ частичнымъ строеніемъ.—У кристалловъ вращательная способность сопровождается особыми диссимметричными усложненіями кристаллической формы [1]), о которыхъ даютъ понятіе чертежи 252 и 253 [2]). У первоначальной симметричной формы *нѣкоторые* (не всѣ) изъ сходственныхъ угловъ и реберъ срѣзаны новыми фацетами, такъ что получились двѣ формы *D*, *G*, которыя можно различать какъ правую и лѣвую; кристаллы *D* даютъ правое вращеніе, *G* — лѣвое [3]). Эти-то кристаллы образуютъ двѣ послѣднія группы I′, II′ классификаціи § 343 [4]).



Черт. 252.



Черт. 253.

У жидкостей вращательная способность не можетъ объясняться расположеніемъ частицъ и должна быть приписана свойству и строенію отдѣльныхъ

ромъ оси направлены по лучу (при чемъ нѣтъ различія между обыкновеннымъ и необыкновеннымъ лучомъ).

[1]) Расплавленный кварцъ не оказываетъ вращенія.

[2]) Черт. 252 изображаетъ кристаллы хлорнокислаго натрія $NaClO_3$ (правильной системы), черт. 253—кристаллы кварца (гексагональной системы).

[3]) Точная характеристика тѣхъ видовъ геміэдріи, тетартоэдріи и пр., которые могутъ сопровождаться вращательною способностью, формулируется такъ. Пусть данъ многогранникъ (1). Построимъ его „обращеніе“ (инверсію), т.-е. такую фигуру (2), которая имѣла бы грани параллельныя и равновеликія гранямъ (1), но съ обратными направленіями наружныхъ нормалей. Построимъ также (3) зеркальное (въ плоскомъ зеркалѣ) изображеніе фигуры (1). Если формы (1), (2), (3) не конгруэнтны (не могутъ быть приведены къ полному совмѣщенію), то онѣ и представляютъ ту диссимметрію, какая требуется для *вращающаго* кристалла.

[4]) Случай *двуоснаго* вращающаго кристалла наблюдался только на искусственно деформированномъ кварцѣ.

частицъ, почему и называется *молекулярною.* Нѣкоторые жидкости и растворы (терпентинное масло, винная кислота) существуютъ въ двухъ или трехъ разновидностяхъ: при одинаковости химическаго состава одна вращаетъ вправо, другая влѣво, третья недѣятельна.

§ 380. Удѣльная вращательная способность. — На основаніи опытовъ можно принять, что уголъ вращенія ρ для даннаго вещества въ видѣ жидкости или пара, *ceteris paribus*, пропорціоналенъ числу частицъ на пути луча, и слѣдоват. — *толщинѣ (e)* слоя и *плотности (d):*

$$\rho = P.e.d.$$

Коэффиціентъ P называется *удѣльною вращательною* способностью вещества. (Она различна для лучей различнаго періода.)

Если «дѣятельное» (вращающее) вещество (наприм., сахаръ) растворено въ «недѣятельномъ» (наприм. въ водѣ), то вмѣсто d надо поставить *плотность дѣятельнаго вещества въ растворѣ,* т.-е. md (гдѣ m—число граммовъ сахара въ 1 gr. воды):

$$\rho = P.e\,md.$$

Такимъ образомъ P для сахара можно опредѣлять, наблюдая дѣйствіе растворовъ. Впрочемъ, этотъ законъ—только приблизительный: опредѣляемый изъ опыта коэффиціентъ P нѣсколько зависитъ отъ количества растворителя. Сверхъ того, P измѣняется съ температурой.

§ 384. Сахариметрія. Сахариметръ съ бикварцомъ.—Наоборотъ, зная P и наблюдая дѣйствіе данной толщи d сахарнаго раствора на лучи (опредѣленнаго періода, или бѣлые), можно точно опредѣлить m, т.-е. процентное количество сахара въ растворѣ [1]). Эта практически важная задача повела къ устройству *сахариметровъ.*

Схема одного изъ такихъ снарядовъ (могущаго служить и для другихъ подобныхъ опытовъ) представлена на черт. 254. P — поляризаторъ, B—бикварцъ (§ 377), S—трубка съ сахарнымъ растворомъ (обыкновенно 10 cm длины, закрыта стеклами), C — компенсаторъ

---

[1]) Различные виды сахара имѣютъ различное P. Обыкновенные сорта (тростниковый, молочный, виноградный) вращаютъ вправо, такъ называемый „левулозъ“ — влѣво.

(§ 378), *A*—анализаторъ, *T*—маленькая Галилеева трубка (визирующая на *B*). Сперва, отнявъ *S* и установивъ *C* на *нуль* (вращеніе = 0), ставятъ *A* на чувствительный оттѣнокъ. Внесеніе *S* измѣняетъ окраску двухъ половинъ бикварца; дѣйствуя компенсаторомъ *C*, воз-



Черт. 254.

становляютъ равенство цвѣтовъ; тогда дѣйствіе *S* равно и противоположно дѣйствію кварцовъ *C*. Перемѣщеніе въ компенсаторѣ служитъ мѣрою дѣйствія испытуемаго раствора. Для собственно сахариметрическихъ цѣлей снарядъ градуируется такъ, что прямо показываетъ процентное содержаніе *m*.

§ 382. **Сахариметръ съ полутѣнями.**—Употребленіе бикварца (и вообще наблюденіе съ помощью чувствительнаго оттѣнка) возможно только для жидкостей безцвѣтныхъ и дающихъ различнымъ цвѣтамъ вращенія приблизительно пропорціональныя тѣмъ, какія даетъ кварцъ. Въ противномъ случаѣ чувствительный цвѣтъ нельзя возстановить.

Въ такихъ условіяхъ бикварцъ и компенсаторъ удаляютъ, берутъ монохроматическое освѣщеніе (наприм., натріемъ) и вмѣсто сравненія *цвѣтовъ* прибѣгаютъ къ сравненію *яркостей* (полутѣней) по одному изъ слѣдующихъ способовъ:

a) Въ качествѣ анализатора употребляютъ, вмѣсто простого николя, описанный раньше *анализаторъ съ полутѣнями* (§ 362). Первоначально (когда вращающаго тѣла нѣтъ) онъ долженъ быть установленъ на равныя полутѣни; это равенство нарушится, когда введемъ вращающее тѣло, и намъ придется повернуть анализаторъ на уголъ, который и будетъ мѣрою вращательнаго дѣйствія.

b) За поляризаторомъ помѣщается пластинка «полволны» (§ 329), застилающая одну половину поля зрѣнія (лѣвую на черт. 255). Пусть ребро *OA* пластинки параллельно ея оптической оси, такъ что плоскость *OA* есть главное сѣченіе. Пусть лучи, идущіе изъ поляризатора, поляризованы по *O*1; лѣвая половина пучка, пройдя чрезъ «полволны»,

получитъ плоскость поляризаціи $O2$. Анализируя лучи обыкновеннымъ николемъ, мы получимъ равныя полутѣни на обѣихъ сторонахъ, когда его плоскость поляризаціи направлена по OA. Но если между «полуволной» и анализаторомъ введено вращающее вещество, то оно обѣ плоскости $O1$ и $O2$ повернетъ въ одну сторону, такъ что по отношенію къ анализатору онѣ станутъ несимметричными; анализаторъ придется повернуть въ ту же сторону и на такой же уголъ.



Черт. 255.

§ 383. **Теорія Френеля.**—Описанныя явленія Френель приписалъ тому обстоятельству, что *вращающее вещество распространяетъ съ различными скоростями лучи круговые правые и круговые лѣвые.*

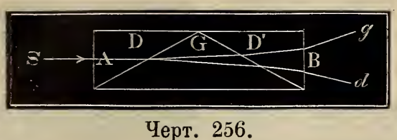
Мы знаемъ изъ § 25, что лучъ прямолинейно-поляризованный можно разсматривать, какъ совокупность двухъ круговыхъ—праваго и лѣваго. Въ средѣ *не* вращающей обоимъ лучамъ надо приписать одинаковую скорость распространенія. Но если нѣкоторая среда почему-либо распространяетъ правый круговой лучъ быстрѣе чѣмъ лѣвый, то лучъ въ этой средѣ разложится на два круговые луча, идущіе съ различными скоростями; пройдя слой такого вещества и выходя опять въ среду «недѣятельную» (при чемъ лѣвый лучъ *запоздалъ* противъ праваго), лучи опять пойдутъ съ общею скоростью и составятъ лучъ плоско-поляризованный; но его плоскость поляризаціи повернута направо отъ первоначальной (§ 25). Такъ надо представлять себѣ дѣйствіе праваго кварца [1]). Лѣвый кварцъ даетъ запаздываніе правому лучу, потому и вращаетъ налѣво [2]).

§ 384. **Трипризма Френеля.**—Такимъ образомъ волна прямолинейно-поляризованная не можетъ, не разлагаясь, идти въ кварцѣ по направленіямъ, близкимъ къ оптической оси: она разложится на двѣ круговыя, имѣющія неодинаковые показатели преломленія. Чтобъ обнаружить такое *круговое двойное преломленіе* кварца по направле-

[1]) Въ самомъ кварцѣ совокупность двухъ круговращеній частицы можно разсматривать, какъ одно прямолинейное колебаніе, азимутъ котораго постепенно поворачивается (въ правомъ кварцѣ направо), по мѣрѣ поступанія волны.

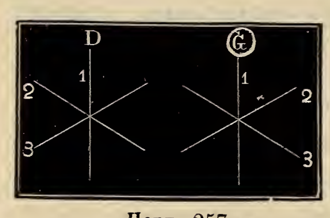
[2]) Если лучъ наклоненъ къ оси кварца, то распадается на два *эллиптическіе* (правый и лѣвый), а при достаточномъ углѣ наклона эллипсы обращаются въ прямыя.

нію его оси, Френель построилъ тупую призму G изъ лѣваго кварца (черт. 256), дополненную до параллелепипеда приклеенными къ ней призмами D, D' изъ праваго кварца; во всѣхъ трехъ направленіе оптической оси перпендикулярно къ конечнымъ гранямъ A, B. Лучъ SA (вначалѣ прямолинейно-поляризованный или естественный) идетъ въ призмѣ D, какъ два круговые луча одинаковаго направленія; но, входя изъ D въ G, правый лучъ (переходящій въ среду, гдѣ онъ идетъ медленнѣе) приближается къ нормали паденія, а лѣвый—удаляется отъ нормали; призма D' еще увеличиваетъ расхожденіе лучей, и они окончательно выйдутъ по d и g. Расхожденіе весьма мало [1]). Съ помощью «четверти волны» можно обнаружить круговую поляризацію лучей d и g.



Черт. 256.

§ 385. **Имитація вращательной способности**. — Можно искусственно воспроизвести вращеніе плоскости поляризаціи посредствомъ стопы изъ кристаллическихъ пластинокъ, не имѣющихъ въ отдѣльности этого свойства. Для этого равно-тонкіе листочки двуосной слюды (выдѣленные по легчайшему кливажу, т.-е. параллельно обѣимъ оптическимъ осямъ) наслояютъ такимъ образомъ, что биссектриса осей постепенно поворачивается въ одну сторону на одинаковый уголъ α и въ послѣднемъ листочкѣ не доходитъ на α до совпаденія съ первою бессиктрисой. На черт. 257 изображено расположеніе биссектрисъ въ «тріадѣ» листочковъ, гдѣ $\alpha = 60^0$ (въ «тетрадѣ» было бы $\alpha = 45^0$); такія тріады могутъ далѣе повторяться въ такомъ же видѣ. Стопа такихъ тріадъ поворачиваетъ плоскость поляризаціи луча тѣмъ больше, чѣмъ больше ихъ число (группа D поворачиваетъ вправо, G—влѣво). Явленіе можно объяснить, какъ прямое слѣдствіе теоріи двойного преломленія.



Черт. 257.

Можно думать, что естественная способность кварца и другихъ

[1]) Для желтыхъ лучей, при углѣ $G = 152^0$, оно $= 4'$, что соотвѣтствуетъ разницѣ въ $\frac{1}{200}$ процента между показателями преломленія праваго и лѣваго луча.

вращающихъ тѣлъ обусловливается подобнымъ же винтообразнымъ характеромъ группировки частицъ, или строенія отдѣльныхъ частицъ.

Магнитное вращеніе.

§ 386. **Основные факты. Законъ Верде.**—Тѣла, не имѣющія вращательной способности, получаютъ ее временно, когда находятся въ «магнитномъ полѣ». Это явленіе открыто Фарадеемъ. Оно изслѣдуется тѣми же оптическими средствами, какъ и естественное вращеніе въ кварцѣ.

Уголъ магнитнаго вращенія, для лучей даннаго періода, *пропорціоналенъ разности магнитныхъ потенціаловъ у входа и выхода луча* («законъ Верде»). Въ этомъ законѣ заключаются слѣдующія положенія:

1) Въ однородномъ магнитномъ полѣ вращеніе пропорціонально толщинѣ вращающагося слоя.

2) Дѣйствіе, *ceteris paribus*, всего сильнѣе, когда лучъ идетъ по «силовой линіи»; оно $=0$, если лучъ перпендикуляренъ къ силовой линіи (т.-е. касателенъ къ «поверхности равнаго потенціала»).

3) Вращеніе пропорціонально «напряженію» магнитнаго поля и мѣняетъ знакъ (т.-е. изъ праваго становится лѣвымъ, или наоборотъ), когда мѣняется направленіе поля (напр., при коммутаціи электрическаго тока, дающаго поле).

Вращеніе особенно сильно въ тонкихъ пленкахъ желѣза (болѣе толстыя непрозрачны): по расчету, для слоя въ 1 mm толщины оно составило бы, въ сильномъ магнитномъ полѣ, до 20000°. Слабѣе, но тоже значительно, вращаютъ пленки изъ кобальта и никкеля. Къ этимъ сильно-магнитнымъ тѣламъ положеніе (3) непримѣнимо: съ усиленіемъ поля вращеніе (также какъ и самое намагниченіе) стремится къ нѣкоторому предѣлу (къ «насыщенію»).

Изъ прозрачныхъ тѣлъ значительно вращаютъ: тяжелый флинтъ Фарадея (борнокислый свинецъ), сѣрнистый углеродъ и др.

§ 387. **Особенность магнитнаго вращенія.**—Вращеніе *не* измѣняется, если обратимъ *направленіе луча* (повернемъ его на 180°).

Въ этомъ пунктѣ магнитное вращеніе отличается отъ естественнаго. Въ правомъ кварцѣ вращеніе происходитъ всегда направо *отно-*

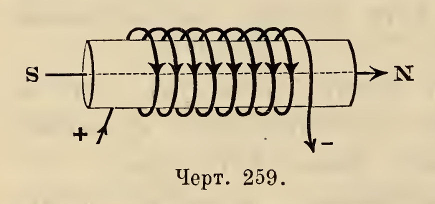
сительно луча и слѣд. перемѣнитъ свое направленіе въ пространствѣ, если пустимъ лучъ въ обратную сторону; вслѣдствіе этого, когда



Черт. 258.

лучъ прошелъ толщину кварца туда и назадъ (наприм., отразившись у A, черт. 258), то въ итогѣ вращеніе $= 0$. Въ тѣлѣ магнитно-вращающемъ, напротивъ, вращеніе послѣ возвратнаго прохожденія удвоится [1]).

Такимъ образомъ направленіе магнитнаго вращенія зависитъ *только* отъ направленія силовыхъ линій поля. Оно называется *положительнымъ*, если происходитъ вправо (по стрѣлкѣ часовъ) для наблюдателя, смотрящаго вдоль силовой линіи, съ южнаго ея конца на сѣверный. Таково вращеніе въ сильно-магнитныхъ тѣлахъ (Fe, Co, Ni) и въ діамагнитныхъ. Въ большинствѣ слабо-магнитныхъ тѣлъ вращеніе *отрицательное* (налѣво для описаннаго наблюдателя).



Черт. 259.

На черт. 259 магнитное поле производится токомъ, идущимъ по спирали около вращающаго тѣла; большая стрѣлка показываетъ направленіе силовой линіи, малыя стрѣлки — направленіе тока; плоскость поляризаціи луча, идущаго отъ S къ N или отъ N къ S, поворотится по направленію малыхъ стрѣлокъ, если тѣло — положительно вращающее.

E. Отраженіе и преломленіе поляризованнаго свѣта.

388. Задача изслѣдованія.—Въ теоріи отраженія (§§ 121—124) и простого преломленія (§§ 138, 139) мы опредѣлили только *направленіе* отраженнаго и преломленнаго луча, но не касались вопросовъ о *свойствахъ* лучей (о яркости, поляризаціи) [2]). Для луча, входящаго въ кристаллъ, мы умѣли найти азимуты поляризаціи и принимали, что соотвѣтственно имъ направленныя колебанія пропускаются вполнѣ. Наконецъ, о лучѣ, выходящемъ изъ кристалла въ воздухъ, мы при-

[1]) Это единственный случай, когда два луча, прямо-противоположные по направленію, становятся неконгруэнтными, если принять во вниманіе ихъ поляризацію. Во всѣхъ прочихъ случаяхъ такая конгруэнтность имѣетъ мѣсто, какъ обобщеніе закона обратности (§ 135).

[2]) Знаемъ только, что *періодъ* луча всегда остается неизмѣннымъ (§ 105).

нимали (напр., въ § 365), что онъ сохраняетъ ту же поляризацію и ту же яркость, что не всегда или не вполнѣ соблюдается на самомъ дѣлѣ.

Болѣе подробная теорія должна отвѣтить и на эти незатронутые вопросы и между прочимъ объяснить, почему естественный лучъ болѣе или менѣе *поляризуется* при отраженіи и преломленіи (§§ 317, 319), почему плоско-поляризованный, повидимому, *деполяризуется* (точнѣе—становится эллиптическимъ или круговымъ) при полномъ отраженіи (§ 334).

Френель рѣшилъ задачу для случая изотропныхъ тѣлъ вполнѣ прозрачныхъ, опираясь на нѣкоторыя простыя гипотезы. Опытъ подтвердилъ результаты теоріи (съ ограниченіями, о которыхъ упомянемъ ниже, § 398). Нейманъ распространилъ теорію на случаи кристалловъ.

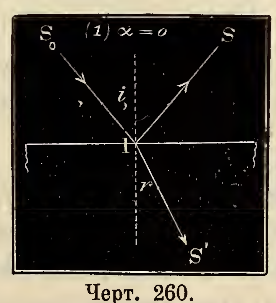
Не останавливаясь на механическихъ основаніяхъ теоріи, которыя подвергались измѣненіямъ, мы приведемъ только нѣкоторые *результаты* ея и извлечемъ изъ нихъ дальнѣйшія слѣдствія.

Результаты теоріи Френеля.

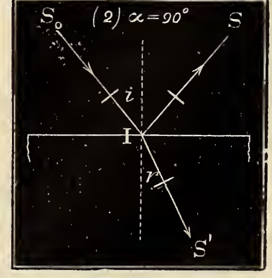
§ 389. I. Главные азимуты. Поляризація и фаза.—Пусть падающій лучъ (параллельный пучокъ лучей) прямолинейно-поляризованъ и притомъ въ одномъ изъ „главныхъ азимутовъ“ по отношенію къ плоскости паденія, т.-е. либо

1) поляризованъ *въ плоскости паденія* (азимутъ $\alpha = 0$), причемъ колебанія совершаются нормально къ плоскости паденія; либо

2) поляризованъ *перпендикулярно къ плоскости паденія* (во 2-мъ азимутѣ $\alpha = 90^0$), при чемъ колебанія совершаются въ плоскости паденія.



Черт. 260.



Черт. 261.

Въ этихъ двухъ случаяхъ заключаемъ по симметріи, что плоскость поляризаціи не измѣнится при отраженіи и преломленіи, и слѣдовательно *направленіе колебаній* въ лучѣ отраженномъ и въ лучѣ преломленномъ вполнѣ извѣстно [1]).

[1]) На черт. 260 и 261 направленія колебаній для случаевъ (1) и (2) указаны точками и черточками.

Френель допустилъ, что *фаза* колебаній не измѣняется при отраженіи и преломленіи, за исключеніемъ того измѣненія на величину π, которое можно выразить знакомъ (—) при амплитудѣ [1]. (О *такомъ* измѣненіи фазы въ отраженной волнѣ, при извѣстныхъ условіяхъ, мы уже говорили, §§ 57, 281.)

Такимъ образомъ, въ общей точкѣ O трехъ лучей, отклоненія колеблющихся частицъ можно выразить формулами:

$$s_0 = A\sin\frac{2\pi t}{T}\ (\text{пад.}),\qquad s = B\sin\frac{2\pi t}{T}\ (\text{отр.}),\qquad s' = C\sin\frac{2\pi t}{T}\ (\text{прел.}).$$

Отклоненія въ другихъ точкахъ по пути каждаго луча (предыдущихъ или послѣдующихъ) этимъ вполнѣ опредѣлены: нужно только вмѣсто $2\pi t/T$ поставить

$$2\pi\left(\frac{t}{T}\pm\frac{r}{\lambda}\right),$$

гдѣ r — разстояніе точки отъ O, а λ—длина волны въ соотвѣтственной средѣ (§ 39).

§ 390. II. Главные азимуты. Амплитуда отраженнаго луча.— Остается найти *амплитуды* B и C по данной A. Очевидно, что *ceteris paribus* B и C пропорціональны съ A.

Френель пришелъ къ заключенію, что для случая (1) § 389 ($\alpha = 0$) амплитуда B имѣетъ значеніе:

$$B_1 = -A\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)}, \tag{1}$$

а для случая (2) (т.-е. $\alpha = 90^0$):

$$B_2 = -A\frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}. \tag{2}$$

Величинами A^2 и B^2 опредѣляются относительныя *яркости* лучей падающаго и отраженнаго (§ 44), которые идутъ оба въ одной и той же средѣ.

§ 391. III. Слѣдствія.—Изъ этихъ формулъ (1) и (2) заключаемъ:

1) При малыхъ углахъ паденія, когда можно принять $\sin(i\mp r) = \operatorname{tang}(i\mp r) = i\mp r$ и (по закону преломленія) $i=\mu r$, имѣемъ, въ обоихъ случаяхъ (1) и (2), для яркости отраженнаго луча:

$$B^2 = A^2\left(\frac{\mu-1}{\mu+1}\right)^2.$$

---

[1] $a\sin(\varphi+\pi) = -a\sin\varphi$.

Напр., для перпендикулярнаго отраженія отъ крона, полагая $\mu=3/2$, находимъ $B^2/A^2=1/25$.

2) Начиная отъ $i=0$, $B_1{}^2$ растетъ съ возрастаніемъ i, и при $i=90^0$ дѣлается $=A^2$; $B_2{}^2$ сперва уменьшается, обращается въ нуль при $i+r=90^0$, при дальнѣйшемъ увеличеніи угла i растетъ и при $i=90^0$ становится $=A^2$.

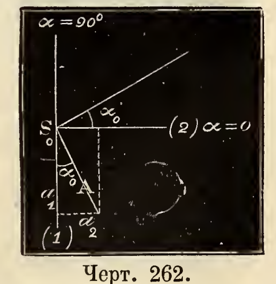
3) Когда $i=p$ („углу поляризаціи" Брюстера, § 318), т.-е. когда отраженный лучъ перпендикуляренъ къ преломленному, свѣтъ, поляризованный въ азимутѣ $\alpha=90^0$ (случай 2), не отражается вовсе. Въ этомъ, какъ увидимъ, лежитъ причина, почему естественный свѣтъ при отраженіи поляризуется въ азимутѣ $\alpha=0$.

4) Когда $\mu>1$ [1]), фаза отраженнаго луча измѣнена на π (или ходъ луча измѣненъ на $\lambda/2$)—въ случаѣ (1) при всѣхъ величинахъ i, въ случаѣ (2) между $i=0$ и $i=p$. (При $i>p$ амплитуды B_2 получаютъ положительную величину, т.-е. фаза опять измѣняется на π). Это—фактъ, уже знакомый намъ (§§ 57, 281).

5) Когда $\mu<1$ и $\sin i=\mu$ (уголъ предѣла), то $B_1{}^2=A^2$, $B_2{}^2=A^2$ (полное внутреннее отраженіе) [2]).

6) Когда $\mu=1$, отраженія не происходитъ.

§ **392. IV. Отраженіе при другихъ азимутахъ.**—Пусть лучъ поляризованъ въ азимутѣ α_0. Разложимъ его на два слагающіе: одинъ, поляризованный въ азимутѣ $\alpha=0$, имѣетъ амплитуду $a_1=A\cos\alpha_0$; другой, поляризованный въ $\alpha=90^0$,—съ амплитудой $a_2=A\sin\alpha_0$ (черт. 262) [3]).



Черт. 262.

Первый отразится съ амплитудой

$$b_1=-A\cos\alpha_0\cdot\frac{\sin(i-r)}{\sin(i+r)};$$

[1]) Т.-е. отраженіе происходитъ отъ среды, гдѣ скорость свѣтовыхъ волнъ меньше.

[2]) Для угловъ i, превышающихъ предѣлъ, формулы становятся непримѣнимыми (B_1 и B_2 мнимыя). Разсуждая особо объ этомъ случаѣ, Френель указалъ, что здѣсь должно происходить полное отраженіе съ измѣненіемъ фазы, величина которой зависитъ отъ i: опытъ подтвердилъ это (§ 334).

[3]) На черт. 262 и 263 линіи (1) и (2) означаютъ направленія колебаній для случаевъ (1) и (2). Плоскость чертежей перпендикулярна къ лучу и къ плоскости паденія. Лучъ S_0 идетъ сверху, лучъ S—вверхъ.

второй отразится съ амплитудой

$$b_2 = -A \sin \alpha_0 \frac{\operatorname{tang}(i-r)}{\operatorname{tang}(i+r)}.$$

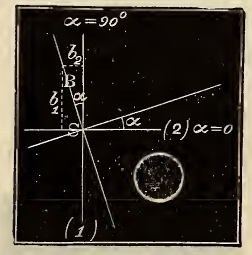
Полная яркость отраженнаго луча будетъ (§§ 36, 322):

$$B^2 = b_1^2 + b_2^2.$$

Такъ какъ отношеніе $b_1 : b_2$ не равно отношенію $a_1 : a_2$, то *азимутъ поляризаціи измѣнился* чрезъ отраженіе (плоскость поляризаціи *повернулась*). Означая новый азимутъ черезъ α имѣемъ:

$$\operatorname{tang} \alpha = \frac{b_2}{b_1} \operatorname{tang} \alpha_0 \cdot \frac{\cos(i+r)}{\cos(i-r)}.$$

Отсюда видно, что при $i = 0$ плоскость α совпадаетъ съ первоначальною (α_0), при возрастаніи i она постепенно приближается къ плоскости паденія ($\alpha = 0$) (черт. 263), сливается съ нею при $i = p$ (т.-е. $i + r = 90^0$), потомъ опять отходитъ назадъ и при $i = 90^0$ вновь совпадаетъ съ первоначальной (α_0) [1]).



Черт. 263.

§ 393. Отраженіе луча естественнаго. Поляризація чрезъ отраженіе. — Пусть яркость такого луча $= 1$. По § 325 мы можемъ представлять себѣ естественный лучъ, какъ совокупность двухъ, поляризованныхъ въ главныхъ азимутахъ ($\alpha = 0$ и $\alpha = 90$) и имѣющихъ равныя яркости $= 1/2$ (и неопредѣленную разность фазъ, которая безразлична для вычисленія яркости).

Поэтому яркость I отраженнаго луча будетъ

$$I = \frac{1}{2} \frac{\sin^2(i-r)}{\sin^2(i+r)} + \frac{1}{2} \frac{\operatorname{tang}^2(i-r)}{\operatorname{tang}^2(i+r)}.$$

Два члена этого выраженія представляютъ яркости отдѣльныхъ слагающихъ по азимутамъ $\alpha = 0$ и $\alpha = 90^0$. Если бы оба члена были одинаковы, мы имѣли бы попрежнему свѣтъ естественный. Но, во-

---

[1]) Для $i = 90^0$ формула даетъ $\alpha = -\alpha_0$. Это значитъ, для наблюдателя, смотрящаго навстрѣчу отраженному лучу, уголъ α откладывается не налѣво, какъ представлено на черт. 263, а *направо* (по стрѣлкѣ часовъ) отъ плоскости паденія. Но при $i = 90^0$ отраженный лучъ не противоположенъ падающему (какъ было при $i = 0$), а продолжаетъ его собою; смотря навстрѣчу отраженному лучу и отложивъ уголъ α_0 направо, мы и придемъ въ первоначальный азимутъ.

обще говоря (кромѣ случаевъ $i=0$ и $i=90^0$), *второй* членъ меньше; поэтому отраженный лучъ *частію поляризованъ въ плоскости* $\alpha=0$ (§ 317).

Второй членъ совсѣмъ исчезаетъ, когда $i+r=90^0$ $(i=p)$, т.-е. *при паденіи подъ угломъ поляризаціи отраженный лучъ вполнѣ поляризуется въ плоскости паденія* (§ 318).

Не трудно видѣть, что и при углахъ $i<p$ поляризованіе *частное* можно болѣе и болѣе приближать къ *полному*, увеличивая число отраженій (§ 319).

§ **394.** VI. **Преломленный лучъ.** — Въ § 390 мы не приводили значеній C_1, C_2 амплитуды для *преломленнаго* луча: для этого луча, идущаго въ *другой* средѣ, чѣмъ лучи падающій и отраженный, относительная яркость *не* опредѣляется величиною C_2. Въ самомъ дѣлѣ, объективною мѣрой яркости служитъ механическая напряженность волнъ (§ 44), которая зависитъ не только отъ амплитуды колебаній, но также и отъ *плотности* колеблющейся среды; а мы не знаемъ, одинакова ли плотность эѳира, въ пустотѣ и, наприм., въ стеклѣ.

Но для соображеній о яркости преломленнаго луча мы можемъ опереться на принципъ сохраненія энергіи:

Если оба тѣла вполнѣ прозрачны (что мы и принимаемъ), *лучистая энергія не теряется въ актѣ отраженія и преломленія.*

А это значитъ: яркость I' преломленнаго луча всегда такова, что въ суммѣ съ яркостью отраженнаго даетъ яркость падающаго, т.-е. $I'=A^2-B_1{}^2$ для случая (1) и $I'=A^2-B_2{}^2$ для (2).

И во всѣхъ другихъ случаяхъ преломленный лучъ въ силу того же принципа долженъ быть таковъ, что *во всѣхъ отношеніяхъ служитъ дополненіемъ къ лучу отраженному*, т.-е. въ совокупности съ послѣднимъ дастъ лучъ падающій.

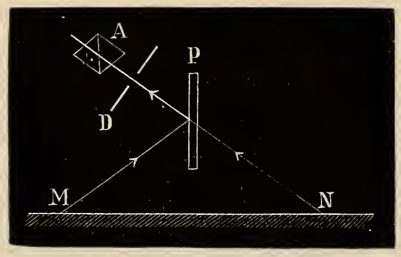
§ **395.** VII. **Поляризація чрезъ преломленіе. Законъ Араго.** — Изъ послѣдняго замѣчанія прямо слѣдуетъ, что въ случаѣ падающаго луча естественнаго:

1) преломленный лучъ всегда *частію поляризованъ въ азимутѣ* $\alpha=90^0$ (перпендикулярно къ плоскости паденія), § 319;

2) онъ *содержитъ столько же поляризованнаго свѣта* (по абсолютному количеству), *сколько въ соотвѣтственномъ отраженномъ*

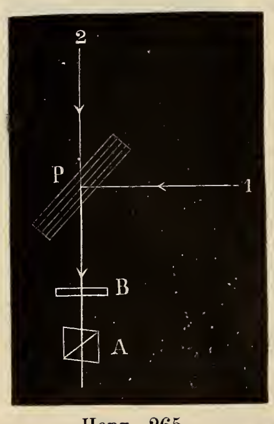
лучъ («законъ Араго́», ср. § 319). При $i = p$ это количество имѣетъ maximum, но и здѣсь полной поляризаціи преломленный лучъ *не* достигаетъ; къ ней можно приближаться, увеличивая число преломленій (стеклянная стопа, § 319) [1]).

Второе положеніе можно оправдать простымъ опытомъ. Стеклянную пластинку или стопу P (черт. 264) ставятъ перпендикулярно къ освѣщенному листу бумаги MN и смотрятъ въ какомъ-нибудь направленіи сквозь діафрагму D; при этомъ одновременно видна часть M чрезъ отраженіе, часть N—чрезъ пропусканіе. Если глазъ вооруженъ анализаторомъ A, изображеніе не измѣняетъ яркости, какъ бы мы ни повернули A около луча; хотя, покрывъ либо M, либо N чернымъ фономъ, получимъ въ A свѣтъ поляризованный.



Черт. 264.

§ **396. Приложенія.** 1) **Поляризаціонный фотометръ.**—Закономъ Араго̀, § 395 (2), можно пользоваться для сравнительной фотометріи. Пусть стеклянная стопа P (черт. 265) отражаетъ свѣтъ одного источника 1 и пропускаетъ свѣтъ другого 2. Если силы свѣта (§ 109) у обоихъ одинаковы,—количества свѣта, поляризованныя въ 1-мъ и во 2-мъ азимутѣ, въ пучкѣ, идущемъ отъ P къ A, будутъ равны, и пучокъ будетъ вполнѣ «деполяризованъ» (что легко обнаружить, напр., съ помощью бикварца B и николя A). При неравныхъ силахъ свѣта E_1, E_2 мы достигнемъ полной деполяризаціи, измѣняя разстоянія источниковъ отъ P, и тогда $E_1 : E_2 = r_1^2 : r_2^2$.



Черт. 265.

§ **397.** 2) **Поляриметръ.** — Чтобы измѣрить пропорцію плоскополяризованнаго свѣта въ данномъ пучкѣ, принимаютъ пучокъ на стек-

[1]) Надо замѣтить, что отраженіе и простое преломленіе, какъ способы поляризовать свѣтъ, невыгодны, потому что много свѣта теряется для нашихъ цѣлей. Такъ, напр., при отраженіи отъ крона ($\mu = 3/2$) подъ угломъ p получается только 1/13,4 доля падающаго свѣта. Николева призма даетъ около $^1/_2$.

лянную стопу, которую наклоняють и поворачивають до тѣхъ поръ, пока проходящій свѣтъ не будетъ вполнѣ деполяризованъ. (Деполяризацію обнаруживаютъ такъ же, какъ въ § 396.)

Для этого плоскость паденія должна, очевидно, совпасть съ плоскостью поляризаціи падающихъ лучей. Пусть деполяризація достигнута при углѣ паденія i, при которомъ стопа пропускаетъ долю q свѣта, поляризованнаго въ азимутѣ 0° (въ плоскости паденія), и долю q' свѣта, поляризованнаго въ азимутѣ 90°.

Падающій пучокъ, при полной яркости $=1$, состоитъ изъ количества p, поляризованнаго въ азимутѣ 0°, и изъ количества $1-p$ естественнаго свѣта; этотъ послѣдній можно разсматривать, какъ смѣсь равныхъ количествъ $\frac{1}{2}(1-p)$, поляризованныхъ въ 0° и 90° (§ 325).

При деполяризаціи имѣемъ

$$q\left(p+\frac{1-p}{2}\right)=q'\cdot\frac{1-p}{2},$$

откуда

$$p=\frac{q'-q}{q'+q}.$$

Не вычисляя q и q', можно градуировать снарядъ эмпирически, изслѣдуя имъ лучи, для которыхъ p извѣстно (напр., лучи, прошедшіе чрезъ ромбоэдръ шпата, помѣщенный въ извѣстномъ азимутѣ), и отмѣчая p для каждаго i.

Дополнительныя свѣдѣнія.

398. Уклоненія отъ формулъ Френеля.—Позднѣйшіе опыты Жамѐна и др. показали, что формулы Френеля строго согласны съ опытомъ лишь въ немногихъ случаяхъ. Обыкновенно колебанія, происходящія въ плоскости паденія (случай 2), гдѣ $\alpha=90^{\circ}$, при всѣхъ величинахъ $i>0$ отражаются *съ измѣненіемъ фазы*, которое растетъ мало-по-малу съ возрастаніемъ i, вблизи угла поляризаціи быстро достигаетъ величины $\pi/2$, и отсюда до $i=90^{\circ}$ приближается къ π. Такимъ образомъ то, что въ нашей формулѣ для B_2, § 390 (2), происходитъ *скачкомъ* (при $i=p$), въ дѣйствительности накопляется *непрерывно*.

При отраженіи отъ вещества съ показателемъ преломленія значительнымъ (по Жамѐну — при $\mu>1{,}46$) колебанія лежащія въ плоскости паденія постепенно *запаздываютъ*; при малыхъ показате-

ляхъ ($\mu < 1{,}46$) они, напротивъ, *упреждаютъ.* Границею между тѣми и другими тѣлами служатъ вещества, для которыхъ формулы Френеля строго точны ($\mu = 1{,}46$, напр., квасцы) [1]).

Слѣдствіемъ этого бываетъ то, что лучъ плоско-поляризованный, вообще говоря, отражается какъ *эллиптическій* и что лучъ естественный не поляризуется вполнѣ даже при $i = p$ (это только — уголъ *наибольшей* поляризаціи). Эллиптичность можно изслѣдовать по способамъ § 332.

§ 399. Металлическое отраженіе. — Металлы отличаются непрозрачностью и сильною отражательною способностью (отношенія B/A, § 389, близки къ единицѣ). Эта способность обыкновенно не одинакова для различныхъ цвѣтовъ, чѣмъ объясняется цвѣтъ металла. Тонкая пленка металла или тонкій поверхностый слой имѣютъ нѣкоторую прозрачность: волна идетъ до нѣкоторой глубины, постепенно угасая (уменьшая амплитуду). Коэффиціентъ прозрачности (§ 232), вообще малый, не одинаковъ для различныхъ цвѣтовъ, такъ что пленка въ проходящемъ свѣтѣ кажется окрашенною.

При металлическомъ отраженіи плоско-поляризованнаго луча измѣненіе амплитуды и измѣненіе фазы вообще различны (если $i > 0$) для 1-го и 2-го азимута поляризаціи ($\alpha_1 = 0$, $\alpha_2 = 90^0$). При нѣкоторой величинѣ i_1 угла паденія, отношеніе $B_2/B_1 = \text{minimum}$ (но не $= 0$) и разность фазъ $\delta_1 - \delta_2 = \pi/2$. Отсюда слѣдуетъ, что лучъ, поляризованный въ промежуточномъ азимутѣ, вообще отражается какъ эллиптическій (кромѣ случаевъ $i = 0$, $i = 90^0$); и что лучъ естественный никогда не поляризуется вполнѣ, представляя только наибольшую степень поляризаціи при $i = i_1$.

Въ теоріи Френеля существенную роль играетъ гипотеза о сохраненіи *лучистой* энергіи (§ 394); при значительномъ поглощеніи она не оправдывается. Понятно, что для металловъ Френелева теорія оказывается въ гораздо большей мѣрѣ неточною, чѣмъ для тѣлъ хорошо прозрачныхъ (§ 398.) Общая теорія должна обнять ту связь,

---

[1]) Во всякомъ случаѣ формулы Френеля могутъ быть точны только при полной однородности поверхностнаго слоя. Можно думать, что при строгомъ соблюденіи этого условія онѣ удовлетворительны въ болѣе широкихъ предѣлахъ, чѣмъ полагалъ Жаменъ. Малѣйшая нечистота поверхности, вліяніе политуры уже вносятъ усложненіе.

которая несомнѣнно существуетъ между отраженіемъ, поглощеніемъ и дисперсіей.

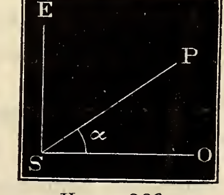
Непрозрачныя неметаллическія тѣла съ аномальною дисперсіей (§ 159) отражаютъ подобно металламъ. Нѣкоторыя косвенныя соображенія, а также опыты надъ металлическими пленками, приводятъ къ мысли, что и у большинства металловъ дисперсія — аномальная, что показатели преломленія иногда < 1 (у Ag и Au въ желтомъ и красномъ), иногда очень велики (> 3 для Fe и Co въ красномъ). Кундтъ подтвердилъ это, наблюдая преломленіе въ пленкахъ призматической формы. Законъ Снелля, повидимому, не соблюдается у металловъ (μ зависитъ отъ i). Вообще оптика этихъ тѣлъ сложна и недостаточно выяснена.

§ 400. Отраженіе и преломленіе въ кристаллахъ. — Здѣсь законы явленій становятся, понятно, еще сложнѣе. Ограничимся немногими замѣчаніями, имѣя въ виду *одноосные* кристаллы.

I. Пусть падаетъ лучъ *изъ пустоты на грань кристалла*. Получается, вообще говоря, одинъ лучъ отраженный (подъ угломъ равнымъ углу паденія) и два преломленныхъ. *Направленія* преломленныхъ лучей мы уже умѣемъ найти (§ 351), а этимъ опредѣляется и ихъ *поляризація* (направленія колебаній); но амплитуду или *яркость* преломленныхъ лучей мы не знаемъ. Чтó касается отраженнаго луча, для него нужно найти какъ амплитуду, такъ и направленіе колебаній.

Когда лучъ падаетъ *нормально* ($i = 0$), то, полагая яркость его $= 1$, имѣемъ случаи:

1) Падающій лучъ S поляризованъ въ *главномъ сѣченіи* SO (т.-е. въ плоскости, проходящей чрезъ S и чрезъ оптическую ось), черт. 266. Здѣсь преломленный лучъ — одинъ *(обыкновенный)*, яркость его назовемъ I_0'. Отраженный лучъ поляризованъ тоже по SO; яркость его $I_0 = 1 - I_0'$.



Черт. 266.

2) Падающій лучъ поляризованъ *перпендикулярно къ главному сѣченію* (по SE). Преломленный лучъ опять одинъ *(необыкновенный)*, яркости $= I_e'$. Отраженный лучъ поляризованъ тоже по SE; яркость его $I_e = 1 - I_e'$.

Въ этихъ двухъ случаяхъ *весь свѣтъ поляризованъ въ одной и той же плоскости*.

3) Падающій лучъ поляризованъ подъ угломъ α къ главному сѣченію (по SP). Разлагая его на два (одинъ — яркости $\cos^2\alpha$, поляризованный по SO; другой—яркости $\sin^2\alpha$, поляризованный по SE), заключаемъ по (1) и (2): a) Преломленныхъ лучей будетъ два: обыкновенный, яркости $I_0'\cos^2\alpha$, и необыкновенный, яркости $I_e'\sin\alpha$. — b). Отраженный лучъ составится изъ двухъ слагающихъ: одинъ поляризованъ по SO (яркости $I_0\cos^2\alpha$), другой—по SE (яркости $I_e\sin^2\alpha$); совокупность ихъ даетъ лучъ яркости $(I_0\cos^2\alpha + I_e\sin^2\alpha)$, поляризованный въ новомъ азимутѣ α', при чемъ

$$\operatorname{tang}^2\alpha = \frac{I_e}{I_0}\operatorname{tang}^2\alpha$$

(такъ что здѣсь совершился поворотъ плоскости поляризаціи).

Коэффиціенты I_0' и I_e' близки къ единицѣ (въ §§ 320, 321 мы приняли ихъ $= 1$).

§ **401**. II. Когда лучъ *изъ кристалла идетъ въ пустоту*, то падающій (въ кристаллѣ) лучъ можетъ быть либо (1) обыкновенный, либо (2) необыкновенный. Образуются вообще *два* отраженныхъ луча и *одинъ* преломленный. Поляризація отраженныхъ лучей уже опредѣлена ихъ направленіями [1]), а для преломленнаго луча плоскость поляризаціи можетъ быть различна.

Въ частномъ случаѣ, когда падающая волна параллельна грани раздѣла, есть только *одинъ* отраженный лучъ, — обыкновенный въ случаѣ (1), необыкновенный въ случаѣ (2), — и весь свѣтъ имѣетъ *общую* плоскость поляризаціи.

Вообще же говоря, поляризація трехъ лучей можетъ быть различна и не такова, какъ у падающаго луча. Принимая (§§ 316, 361 и др.), что выходящій лучъ сохранилъ ту плоскость поляризаціи, какую имѣлъ въ кристаллѣ, мы имѣли въ виду, что выводящая грань (строго или почти) параллельна идущей изъ кристалла волнѣ.

§ **402**. **Отраженіе въ магнитномъ полѣ**.—Пусть плоско-поляризованный лучъ отражается отъ зеркала, сдѣланнаго изъ сильно-магнитнаго вещества (Fe, сталь, Co, Ni) и служащаго полюсомъ элек-

---

[1]) Замѣтимъ, что здѣсь отраженные лучи, вообще говоря, *не* повинуются закону простого отраженія $(i = r)$; ихъ легко построить, примѣняя сюда пріемъ Гейгенса (§ 355).

тромагнита. Пусть направленіе силовыхъ линій нормально къ плоскости зеркала. Оказывается, что

1) при $i=0$ происходитъ поворотъ плоскости поляризаціи (весьма малый) въ *отрицательномъ* направленіи (навстрѣчу токамъ § 387), т.-е. направо, если зеркало служитъ положительнымъ полюсомъ, налѣво—если отрицательнымъ;

2) при косомъ паденіи отраженный лучъ—эллиптическій (исключая случаи, когда плоскость поляризаціи совпадала съ плоскостью паденія или была ей перпендикулярна).

Подобныя дѣйствія, хотя слабѣе, получаются и при косвенномъ (къ зеркалу) направленіи силовыхъ линій.

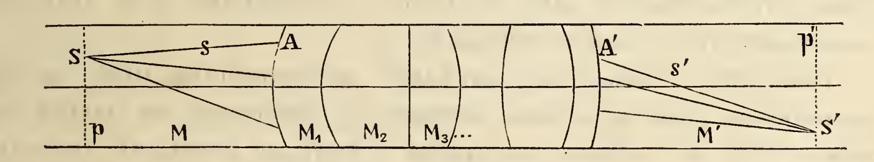
Это явленіе открылъ Кёрръ. Здѣсь, равно какъ и въ опытѣ Фарадея (§ 386), мы имѣемъ явленія, въ которыхъ Оптика соприкасается съ ученіемъ объ электричествѣ и становится *Электрооптикой*.

ДОПОЛНЕНІЯ.

Свойства центрированной діоптической системы.

§ 403. Задача изслѣдованія.—Въ теоріи преломляющихъ чечевицъ и оптическихъ инструментовъ мы пренебрегали толщиною чечевицъ (§ 153), чтó не всегда дозволительно. Говоря о «приведенномъ глазѣ» (§ 179), мы приняли, не доказывая, что глазъ можно представлять себѣ, какъ одну среду, ограниченную одною сферическою поверхностью. Въ настоящей главѣ мы пополнимъ эти пробѣлы.

Представимъ себѣ систему $(n+1)$ прозрачныхъ средъ M, M_1, $M_2, \ldots M_{n-1}$, M' (черт. 267), раздѣленныхъ n сферическими поверх-



Черт. 267.

ностями. Пусть система *центрирована*, т.-е. центры всѣхъ сферъ лежатъ на одной прямой,—на *оси* системы. Показатели преломленія (абсолютные) средъ назовемъ μ, μ_1, $\mu_2, \ldots \mu'$.

Пусть изъ M идутъ лучи свѣта и, претерпѣвъ n преломленій, вступаютъ въ послѣднюю среду M'. Пусть всѣ эти лучи, на всемъ своемъ пути, 1) каждую раздѣльную поверхность встрѣчаютъ внутри небольшого ея «отверстія» (§ 150) и 2) идутъ подъ малыми углами къ оси системы. Такіе лучи называются *центральными*.

Мы покажемъ, что при этихъ условіяхъ оптическое дѣйствіе системы будетъ вполнѣ опредѣлено, если даны для нея нѣкоторыя

замѣчательныя точки, *кардинальныя точки* системы. Такихъ точекъ мы укажемъ шесть (два *фокуса*, двѣ *главныя точки*, два *узла*; знаніе первыхъ четырехъ достаточно). Эти точки можно находить путемъ опыта; мы укажемъ, какимъ образомъ, въ простыхъ случаяхъ, положеніе ихъ вычисляется по геометрическимъ даннымъ и по показателямъ преломленія системы [1]).

Теорія, излагаемая здѣсь въ элементарной формѣ, ведетъ начало отъ Гаусса.

§ **404. Сопряженные лучи. Сопряженныя точки.** — Если лучъ, идущій въ средѣ М по линіи SA, въ концѣ концовъ выходитъ въ среду М′ по линіи $A'S'$; то лучъ, идущій въ средѣ М′ по $S'A'$, выйдетъ въ М по AS (§ 135). Такіе два луча, s и s', будемъ называть взаимно-*сопряженными*. Ясно, что если одинъ изъ двухъ лежитъ въ какомъ-нибудь «меридіанѣ» системы (т.-е. въ плоскости, проходящей чрезъ ось), то и другой будетъ въ томъ же меридіанѣ. Лучъ, входящій по оси, выйдетъ также по оси.

Прилагая разсужденія §§ 150—152, заключаемъ, что всякая свѣтящая точка S среды М изобразится въ концѣ концовъ точкою въ М′ [2]). Другими словами, всякій пучокъ лучей, гомоцентрически идущій въ средѣ М, выйдетъ тоже гомоцентрическимъ (съ новымъ «центромъ» S') въ среду М′. Два эти пучка—сопряженные: если лучи выходятъ изъ S', то они соберутся въ S.

Такія двѣ точки S, S', служащія изображеніями одна другой, называются *сопряженными точками* по отношенію къ данной системѣ. Обѣ онѣ лежатъ въ одномъ и томъ же меридіанѣ системы; если одна изъ двухъ точекъ—на оси, то и другая также.

Если чрезъ двѣ сопряженныя точки S, S' проведемъ плоскости

---

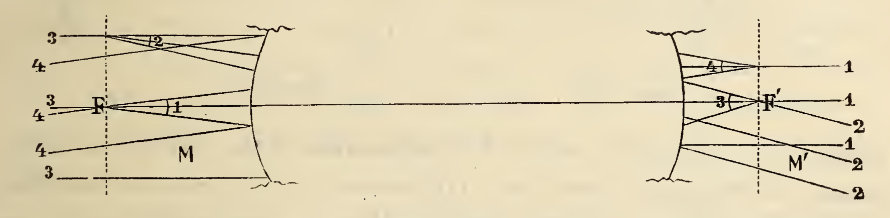
[1]) Въ исключительномъ случаѣ, когда входящій параллельный пучокъ окончательно выходитъ тоже параллельнымъ, система *не* имѣетъ кардинальныхъ точекъ и называется „телескопическою". Таковъ случай трубы, установленной на безконечно-далекій предметъ для эмметропнаго глаза въ состояніи отдыха (примѣры на черт. 137, 138, 140); здѣсь однако система состоитъ изъ нѣсколькихъ частей, которыя въ отдѣльности обладаютъ кардинальными точками. Сюда же относится случай, когда всѣ поверхности раздѣла суть плоскости, перпендикулярныя къ оси (всѣ радіусы сферъ безконечно-велики), § 142.

[2]) Говоря „свѣтящая точка въ средѣ М" или „изображеніе въ М", мы разумѣемъ точку схожденія *лучей, идущихъ въ этой средѣ*; самая эта точка можетъ лежать внѣ М (тогда она *мнимая* въ оптическомъ смыслѣ).

p, p', перпендикулярныя къ оси, то всякая точка, взятая на p, имѣетъ сопряженную точку на p', и обратно. Такія двѣ плоскости называются *сопряженными плоскостями* (ср. § 152).

§ 405. Фокусы системы.—Въ числѣ паръ сопряженныхъ плоскостей важны тѣ случаи, когда одна изъ двухъ плоскостей безконечно-удалена.

Если p'—въ безконечномъ удаленіи, то p будетъ *первою фокусною плоскостью* системы; пересѣченіе p съ осью есть *первый фокусъ* (F), черт. 268.



Черт. 268.

Если p—въ безконечномъ удаленіи, то p' есть *вторая фокусная плоскость*, а пересѣченіе p' съ осью—*второй фокусъ* (F') системы.

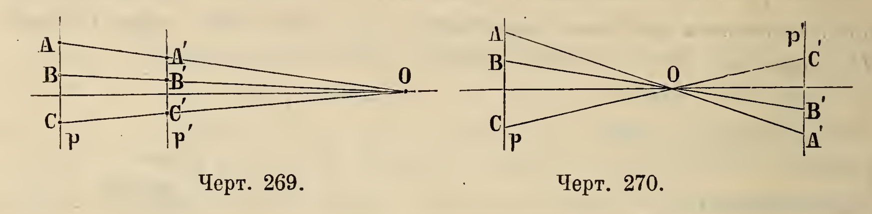
Всякій пучокъ лучей, идущихъ въ M чрезъ точку плоскости F, выйдетъ въ M′ параллельнымъ пучкомъ, и наоборотъ. Всякій пучокъ, идущій въ M′ чрезъ точку плоскости F', пойдетъ въ M параллельнымъ пучкомъ, и наоборотъ. Лучи, первоначально исходящіе изъ F, окончательно выйдутъ параллельными оси; лучи, первоначально параллельные оси, окончательно сойдутся въ F', и т. д. Черт. 268 показываетъ эти случаи (1, 2, 3, 4) [1].

§ 406. Перспективность сопряженныхъ точекъ. Увеличеніе.— Изъ § 152 видно, что, въ случаѣ преломленія чрезъ *одну* сферическую поверхность, всѣ пары сопряженныхъ точекъ, взятыя на двухъ сопряженныхъ плоскостяхъ p, p' (напр., точки M, M' на черт. 93), лежатъ на прямыхъ, сходящихся въ одной и той же точкѣ оси (O). При этомъ всякая линія AB, лежащая въ плоскости p, изобразится въ p' параллельною линіей длины $= AB \cdot G$, гдѣ G («линейное уве-

[1]) Фокусы могутъ быть мнимые (см. § 404, прим. 2); у системы „телескопической“ (§ 403, прим.) они безконечно-удалены.

личеніе») для даннаго положенія p есть постоянная величина. Другими словами, всякая точка, линія или фигура на плоскости p изобразится *перспективно-расположенною* точкой, линіей или фигурой на p', по отношенію къ точкѣ O оси (къ «центру перспективы»).

Очевидно, что такія свойства сохранятся и при каждомъ послѣдующемъ преломленіи въ нашей центрированнной системѣ. Слѣд. всякая точкая A плоскости p (черт. 269) въ концѣ концовъ изобразится *перспективною* точкой A' сопряженной плоскости p', по отношенію къ нѣкоторой точкѣ оси. (Положеніе этого центра перспективы O намъ неизвѣстно.) Всякая линія AB на p, изобразится на p' линіею длины $= AB \,.\, G$, гдѣ G будетъ *увеличеніе* для плоскостей p и p'. (Понятно, что оно равно произведенію тѣхъ увеличеній, какія происходятъ при послѣдовательныхъ преломленіяхъ чрезъ 1-ю, 2-ю и т. д. поверхность)[1].



Черт. 269. Черт. 270.

§ **407. Главныя точки системы.**—Въ числѣ паръ взаимно-сопряженныхъ плоскостей системы есть одна такая, для которой увеличеніе $G = +1$ (центръ перспективы безконечно-удаленъ). *Для этихъ плоскостей всякая пара сопряженныхъ точекъ лежитъ на прямой, параллельной оси.*

Эти плоскости называются *главными плоскостями*, а точки H, H' (черт. 271) ихъ пересѣченія съ осью—*главными точками* системы. (Главныя точки суть точки взаимно-сопряженныя.)

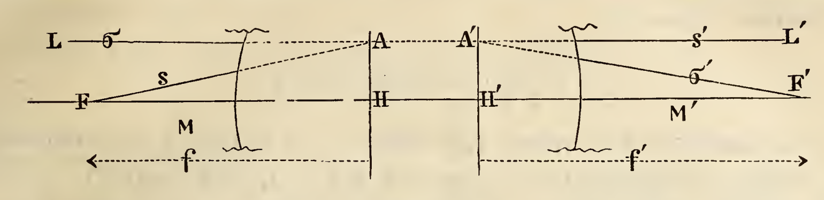
Что такія плоскости имѣются, если только имѣются фокусы[2], легко видѣть изъ слѣдующаго построенія. Пусть въ нѣкоторомъ меридіанѣ (въ плоскости чертежа 271) данъ лучъ s въ средѣ M, идущій чрезъ 1-й фокусъ; сопряженный лучъ въ M' пусть будетъ s'

---

[1]) Увеличеніе G, какъ и въ § 152, считается отрицательнымъ, если сопряженныя точки (A, A') лежатъ въ разныя стороны отъ оси, т.-е. если центръ перспективы лежитъ между p и p' (черт. 270).

[2]) См. § 403, прим.

(§ 405), обратное продолженіе (σ) котораго въ среду M пересѣчетъ прямую s въ точкѣ A. Если въ M идетъ лучъ LA по σ, то сопряженный лучъ σ' направится къ F' и пересѣчетъ прямую LL' въ



Черт. 271.

нѣкоторой точкѣ A'. Ясно, что точки A, A' суть взаимно-сопряженныя, при чемъ удовлетворяютъ условію $A'H' : AH = 1$. Плоскости AH, $A'H'$ и будутъ главныя плоскости. Онѣ непосредственно даны, если знаемъ двѣ пары сопряженныхъ лучей такія, какъ s, s' и σ, σ'.

Для случая одной преломляющей поверхности обѣ главныя плоскости сольются въ одну, проходящую чрезъ «вершину» C (здѣсь $d = d' = 0$ и $G = 1$, § 152).

408. Фокусныя разстоянія системы.—Разстояніе ($FH = f$) 1-го фокуса F отъ 1-й главной плоскости H называется *первымъ фокуснымъ разстояніемъ* системы. Разстояніе ($F'H' = f$) 2-го фокуса F' отъ 2-й главной плоскости H' есть *второе фокусное разстояніе*. Эти разстоянія f, f' мы будемъ считать положительными, когда фокусъ отъ соотвѣтственной главной точки лежитъ въ сторону той среды, къ которой тотъ и другая относятся. (На черт. 261 F отъ H лежитъ въ сторону M, т.-е. налѣво, а F' отъ H' въ сторону M', т.-е. направо, и потому $f > 0$, $f' > 0$). Мы сейчасъ увидимъ, что f и f' либо оба > 0, либо оба < 0.

§ 409. Соотношеніе между величиной изображеній и расходимостью лучей.—Въ случаѣ преломленія чрезъ *одну* сферическую поверхность, одной изъ формулъ (3), § 152, можно дать иную форму. Пусть будутъ M, M' (черт. 93) двѣ сопряженныя точки; $a = MS$ и $a' = M'S'$—ихъ разстоянія отъ оси (линія a' есть изображеніе линіи a). Мы имѣли

$$G = \frac{a'}{a} = \frac{\mu d'}{\mu' d}.$$

Съ другой стороны, называя β уголъ одного изъ лучей SI, идущихъ чрезъ S, съ осью, β'—уголъ сопряженнаго луча $S'I$ (черт. 91 [1]), имѣемъ $d' : d = \beta : \beta'$.

Такимъ образомъ

$$\frac{a'}{a} = \frac{\mu\beta}{\mu'\beta'}, \text{ или } a\mu\beta = a'\mu'\beta';$$

т.-е. произведеніе изъ трехъ факторовъ $a.\mu.\beta$ остается одинаковымъ для обѣихъ сопряженныхъ плоскостей той и другой среды [2]),

Очевидно, то же будетъ и при послѣдующихъ преломленіяхъ въ нашей системѣ. Такимъ образомъ, называя a_1, a_2,... a' длину послѣ-

Черт. 272.

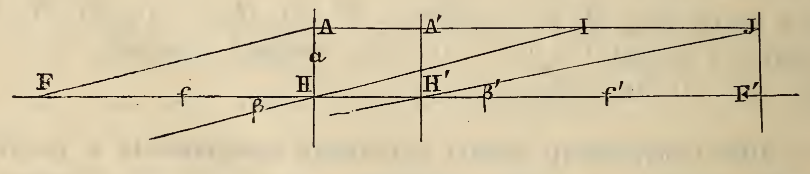
Черт. 273.

довательныхъ изображеній прямой a въ средахъ M_1, M_2,...M'; β_1, β_2....β'—углы преломленнаго луча съ осью въ этихъ средахъ,—получимъ для системы (черт. 272, 273):

$$\mu a\beta (= \mu_1 a_1 \beta_1 = \mu_2 a_2 \beta_2 = \ldots\ldots) = \mu' a' \beta'. \qquad (1)$$

Если крайнія среды одинаковы ($\mu = \mu'$), то $\beta'/\beta = 1/G$.

410. Отношеніе фокусныхъ разстояній. — Возьмемъ точку A (черт. 247) въ 1-й главной плоскости и лучъ HI, параллельный съ



Черт. 274.

---

[1]) На черт. 91 второй уголъ названъ γ.

[2]) Этотъ выводъ не трудно обобщить: подъ a можно разумѣть любую линію въ плоскости p, подъ β—уголъ какихъ угодно двухъ лучей, проходящихъ чрезъ любую точку этой плоскости.—Вмѣсто β, β' можно также поставить кривизны волнъ падающей и отраженной (отнесенныхъ къ одному и тому же моменту), ибо эти кривизны приблизительно относятся какъ $(1/d) : (1/d') = \beta : \beta'$.

FA, въ 1-й средѣ. Сопряженный лучъ долженъ пройти чрезъ 2-ю главную точку H' къ точкѣ J 2-й фокусной плоскости (ибо лучи FA и HI должны встрѣтиться на этой плоскости, а FA выйдетъ въ послѣднюю среду по IJ).

Такъ какъ здѣсь $a = a'$, $\beta = a/f$, $\beta' = a/f'$, то по (1)

$$\frac{\mu}{f} = \frac{\mu'}{f'}.$$

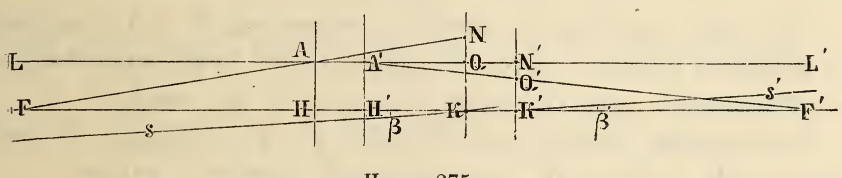
Отсюда заключаемъ:

1) Оба фокусныя разстоянія имѣютъ одинаковый знакъ.—Если они > 0, система—*собирающая* (какъ на черт. 267, 268); если < 0, она—*разсѣвающая*.

2) Фокусныя растоянія 1-е и 2-е относятся какъ показатели преломленія 1-й и послѣдней среды.

3) Если эти крайнія среды одинаковы (или $\mu = \mu'$), то f и f' равны.—Таковъ случай чечевицы, простой или сложной, и случай всякой трубы, составленной изъ такихъ чечевицъ.

§ **411. Узловыя точки (узлы).**—Возьмемъ новую пару сопряженныхъ плоскостей K, K'. Проведя двѣ пары сопряженныхъ лучей:



Черт. 275.

FA, $A'L'$ и LA, $A'F'$ (черт. 275), заключаемъ, что N съ N'—сопряженныя точки, Q съ Q'—также, и слѣд.

$$N'K' : NK = Q'K' : QK \text{ (= увеличенію для плл. } K, K'\text{)}.$$

Прилагая уравненіе (1) къ новымъ плоскостямъ, находимъ:

$$\mu . NK . \beta = \mu' . N'K' . \beta',$$

гдѣ β—уголъ (съ осью) луча, идущаго чрезъ K, β'—уголъ сопряженнаго луча (идущаго чрезъ K').

Очевидно, мы можемъ выбрать плоскости K, K' такъ, чтобъ увеличеніе равнялось μ/μ' [1]); тогда $N'K' : NK = \mu : \mu'$, и слѣд. $\beta = \beta'$.

[1]) Мы вскорѣ убѣдимся, что увеличеніе G можетъ имѣть всѣ значенія между $-\infty$ и $+\infty$ (§ 413).

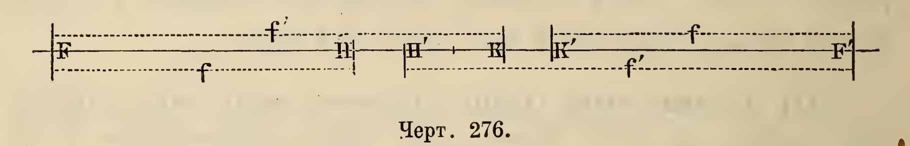
Т.-е. *всякій лучъ* (s), *первоначально направленный къ точкѣ* K, *выйдетъ чрезъ* K' *параллельно первоначальному своему направленію* (по s').

Когда это условіе выполнено, имѣемъ:

$$\frac{FK}{FH}=\frac{NK}{AH}=\frac{NK}{N'K'}=\frac{\mu'}{\mu}, \text{ т.-е. } FK=FH.\frac{\mu'}{\mu}=f',$$

$$\frac{F'K'}{F'H'}=\frac{Q'K'}{A'H'}=\frac{Q'K'}{QK}=\frac{\mu}{\mu'}, \text{ т.-е. } F'K'=F'H'.\frac{\mu}{\mu'}=f.$$

Такія плоскости K,K' называются *узловыми*, а точки пересѣченія ихъ осью—*узловыми точками* или *узлами* системы. Мы видимъ, что узлы расположены симметрично съ главными точками H', H по отношенію къ фокусамъ; средины отрѣзковъ FF', HK' и $H'K$ совпадаютъ, и $HH'=KK'$ (черт. 276).

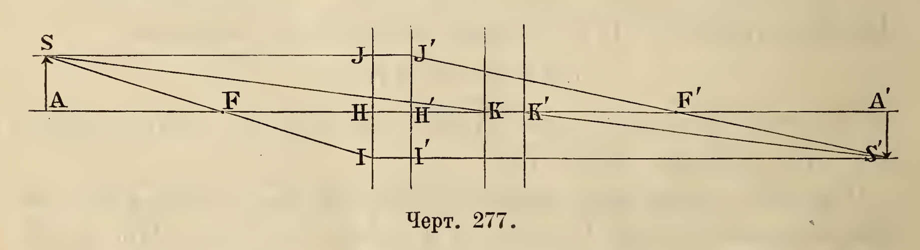


Черт. 276.

Въ случаѣ одной преломляющей поверхности, K и K' совпадаютъ съ центромъ O сферы (черт. 93): здѣсь всякій лучъ, идущій къ узлу O, продолжаетъ путь въ новой средѣ по *той же* линіи.

Если система имѣетъ $f=f'$ (случай $\mu=\mu'$, § 410), то K совпадаетъ съ H, а K' съ H': главныя точки служатъ и узлами.

§ 412. Построеніе изображеній.—Если даны фокусы и главныя точки системы, то легко построить изображеніе любой точки и линіи (а слѣд. также—построить лучъ, сопряженный данному).



Черт. 277.

Пусть дана точка S 1-й среды (черт. 277). Проводимъ лучъ SI до пересѣченія съ плоскостью H, изъ I—прямую II', параллельно

оси; выходящій лучъ пойдетъ по продолженію II'. Проводимъ из S лучъ SJ, параллельный оси, до плоскости H'; лучъ выходящій направится по $J'F'$. Пересѣченіемъ прямыхъ $I'S'$ и $J'S'$ опредѣлится мѣсто изображенія S' точки S. Линія $A'S'$ будетъ изображеніемъ линіи AS.

Вмѣсто одного изъ лучей (SI или SJ), мы могли бы также воспользоваться лучомъ SK, идущимъ къ K (мѣста K, K' извѣстны по § 411): сопряженный лучъ $K'S'$ надо вести чрезъ K' параллельно SK.

§ 413. Формулы системы. — Назовемъ d — разстояніе точки или предмета [1]), лежащаго въ средѣ М, считая d *отъ 1-й главной плоскости въ сторону* М (на чертежахъ—налѣво). Назовемъ d'—разстояніе изображенія, полученнаго окончательно въ средѣ М', считая d' *отъ 2-й главной плоскости въ сторону* М' (направо). [2])

Изъ черт. 277, гдѣ $HA=d$, $H'A'=d'$, $HF=f$, $H'F'=f'$, имѣемъ:

$$f:d = HI:IJ,\quad f':d' = J'H':J'I',$$

откуда

$$\frac{f}{d}+\frac{f'}{d'}=1. \tag{2}$$

Далѣе, сравнивая длины $SA=JH$ и $S'A'=IH$, находимъ:

$$\frac{S'A'}{SA}=\frac{f}{d-f}=\frac{d'-f'}{f'}\left(=\frac{\mu' f+\mu(d'-f')}{\mu'(d-f)+\mu f'}\right)=\frac{\mu d'}{\mu' d},$$

слѣд. увеличеніе ($=-S'A'/SA$) есть

$$G=\frac{f}{f-d}=\frac{f'-d'}{f'}=-\frac{\mu}{\mu'}\cdot\frac{d'}{d}. \tag{3}$$

Мы видимъ, что G можетъ имѣть всѣ значенія отъ $-\infty$ до $+\infty$, притомъ каждое—при одной опредѣленной величинѣ d (§ 411).

Уравненія (2) и (3) тождественны съ соотвѣтственными уравненіями (2) и (3) §§ 151 и 152. [3])

---

[1]) Разумѣемъ линію или фигуру, лежащую въ плоскости $\perp$ оси.

[2]) $d<0$, если предметъ—направо отъ H; $d'<0$, если изображеніе — налѣво отъ H'.

[3]) Разница въ знакѣ при d'/d—оттого, что мы теперь d' считаемъ (такъ же, какъ и f') въ другую сторону, чѣмъ d и f),—какъ дѣлали для тонкой чечевицы (формула (1'), § 154).

Такимъ образомъ тѣ прежнія формулы, полученныя для простого случая двухъ средъ съ одною сферической границей, прилагаются и къ какой угодно центрированной системѣ, если только будемъ разстоянія фокусовъ и сопряженныхъ точекъ считать не отъ одной плоскости, а *отъ соотвѣтственныхъ главныхъ плоскостей* (f, d—отъ H, а f', d'—отъ H').

Если для крайнихъ средъ системы $\mu = \mu'$ (при чемъ, какъ мы знаемъ, $f = f'$ и главныя плоскости совпадаютъ съ соотвѣтственными узловыми), то формулы системы становятся тождественными съ формулами безконечно-тонкой чечевицы (§§ 154, 156),—опять подъ условіемъ — считать всѣ разстоянія отъ соотвѣтственныхъ главныхъ (узловыхъ) плоскостей въ опредѣленныя стороны.

§ 414. Приведеніе системы къ одной поверхности или къ одной чечевицѣ.—Такимъ образомъ рѣшеніе задачи о построеніи изображенія въ какой угодно центрированной системѣ, коей фокусы и главныя точки (а слѣд. и узлы) даны, приводится къ одному изъ слѣдующихъ построеній.

I. *Показатели преломленія крайнихъ средъ* (μ, μ') *различны.*— Строимъ сферическую поверхность, имѣющую центръ O въ точкѣ K, вершину C въ точкѣ H, и воображаемъ себѣ, что по одну сторону этой поверхности (къ 1-й средѣ M) лежитъ среда съ показателемъ μ, по другую сторону (къ послѣдней средѣ M′) — среда съ показателемъ μ'. Изображенія предметовъ, лежащихъ въ M, строимъ по §§ 150 — 152 въ этой упрощенной системѣ. Затѣмъ всякую точку построенія, принадлежащую 2-й средѣ, подвигаемъ параллельно оси въ сторону M′ на разстояніе, равное HH' ($=KK'$): передвинутая часть дастъ намъ пути лучей и точки изображеній, сопряженные лучамъ и точкамъ непередвинутой части по отношенію къ нашей системѣ.

Такимъ образомъ, напр., можемъ построить изображеніе въ глазу, зная расположеніе кардинальныхъ точекъ глаза. Но такъ какъ здѣсь разстояніе $HH' = KK'$ оказывается очень малымъ (около 0,4 mm), то можно принять обѣ главныя точки совпадшими, оба узла—также; другими словами, приравнять глазъ одной средѣ,—что̀ и даетъ намъ „приведенный глазъ“ (§ 179).

§ **415.** II. *Показатели преломленія крайнихъ средъ одинаковы* ($\mu = \mu'$).—Строимъ безконечно-тонкую чечевицу съ оптическимъ цент-

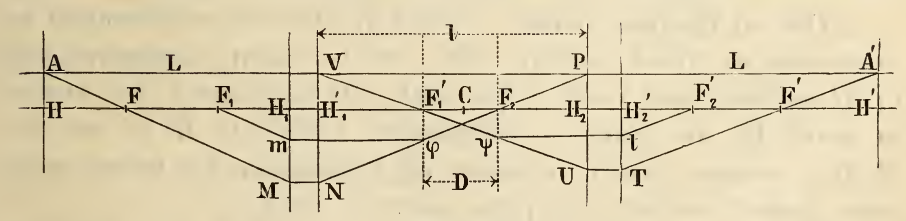
ромъ въ $H(K)$, которая, будучи окружена веществомъ μ, имѣла бы фокусъ въ F. Строимъ изображенія въ этой чечевицѣ, по §§ 154—156. Затѣмъ, какъ прежде, всѣ точки построенія, относящіяся къ лучамъ выходящимъ, подвигаемъ параллельно оси въ сторону H', на разстояніе $= HH'$.

Такой пріемъ можно прилагать ко всякой (толстой) чечевицѣ и ко всякой системѣ чечевицъ (трубѣ, микроскопу). [1])

§§ **416. Сложеніе двухъ системъ.** а) **Построеніе.**—Покажемъ, какимъ образомъ можно найти кардинальныя точки системы, состоящей изъ двухъ частей, если извѣстны таковыя для каждой части, отдѣльно взятой (черт. 278).

Рѣшимъ задачу построеніемъ. Пусть будутъ F_1, F_1', H_1, H_1'—фокусы и главныя точки для 1-й части, F_2, F_2', H_2, H_2'—для 2-й.

Проводимъ прямую LL | | оси, и пусть она пересѣчетъ пл. H_2 въ P. Затѣмъ проводимъ прямыя: PN (отъ P чрезъ F_2 до пл. H_1', при чемъ пересѣкаемъ пл. F_1' въ φ), φm и NM (отъ φ и N параллельно оси до пл. H_1), mF_1 (отъ m чрезъ F_1) и MA (отъ M параллельно mF_1 до LL). Пересѣченіе MA съ осью намѣтитъ 1-й фокусъ F системы, а съ LL — 1-ю главную плоскость AH.— Въ самомъ дѣлѣ, параллельные лучи AF и F_1m, по выходѣ изъ



Черт. 278.

1-й части, должны сойтись въ точкѣ пл. F_1'; такъ какъ F_1m выйдетъ по $m\varphi$, то эта точка есть φ; слѣд. лучъ AF выйдетъ изъ 1-й части по $N\varphi$, т.-е. онъ вступитъ во 2-ю чрезъ F_2, а потому выйдетъ окончательно по PA' (| | оси). Итакъ точка F имѣетъ свойство, что лучъ, входящій чрезъ нее, окончательно выйдетъ параллельнымъ оси; т.-е. F есть 1-й фокусъ цѣлой системы; а изъ § 407 ясно, что H будетъ 1-я главная точка.

[1]) За исключеніемъ „телескопическихъ системъ“ (въ смыслѣ § 403, прим.): здѣсь приходится разлагать систему на части, обладающія кардинальными точками.

Точно такимъ же образомъ найдемъ 2-й фокусъ F' и 2-ю главную точку H' цѣлой системы, проводя прямыя $V\varphi U$, φt, tF_2', UT, TA' ($||\ tF_2'$).

Въ основѣ этихъ построеній лежитъ та мысль, что точки F и F_2 суть сопряженныя точки 1-й части, F_1' и F'—сопряженныя точки 2-й.

§ **417.** b) **Формулы.**—Назовемъ f, f' — 1-е и 2-е фокусное разстояніе для цѣлой системы, f_1, f_1'—для 1-й части, f_2, f_2'—для 2-й. Кромѣ того пусть

$$H_1'H_2=l,\quad F_1'F_2(=l-f_1'-f_2)=D$$

Перелагая наши построенія на языкъ анализа, находимъ безъ труда:

$$f_1=-\frac{f_1 f_2}{D},\quad f_{\prime}=-\frac{f_1' f_2'}{D};$$

$$FF_1=\frac{f_1 f_1'}{D},\quad HH_1=\frac{f_1}{D};\quad F'F_2'=\frac{f_2 f_2'}{D},\quad H'H_2'=\frac{l f_2'}{D}. \qquad (4)$$ [1])

Если въ той и другой части системы крайнія среды одинаковы, то $f_1=f'$, $f_2=f_2'$; таковъ случай системы, составленной изъ двухъ чечевицъ. (Величина $f=f'$ здѣсь совпадаетъ съ φ, § 194).

§ **418**. **c) Средняя точка.** — Точки H, H' суть сопряженныя по отношенію къ цѣлой системѣ. Ясно, что 1-я часть изобразитъ точку H въ нѣкоторой точкѣ C (на оси), а C изобразится 2-ю частью въ точкѣ H'. Эту точку C—изображеніе точекъ H, H' въ той средѣ M_m, которая служитъ концомъ 1-й и началомъ 2-й части—назовемъ *средней точкой*. Не трудно найти ея мѣсто.

Назовемъ G_1 — увеличеніе, даваемое 1-ю частью для сопряженныхъ плоскостей ея H, C; G_2—увеличеніе отъ 2-й части для C,H'. Имѣемъ по (3), § 413:

$$G_1=-\frac{\mu}{\mu_m}\cdot\frac{H_1'C}{HH_1};\quad G_2=-\frac{\mu_m}{\mu'}\cdot\frac{H'H_2'}{CH_2}.$$

Произведеніе $G_1\ G_2=1$ (§§ 406, 407). Замѣчая, что $\mu/\mu'=f/f'$, и пользуясь выраженіями (4), находимъ:

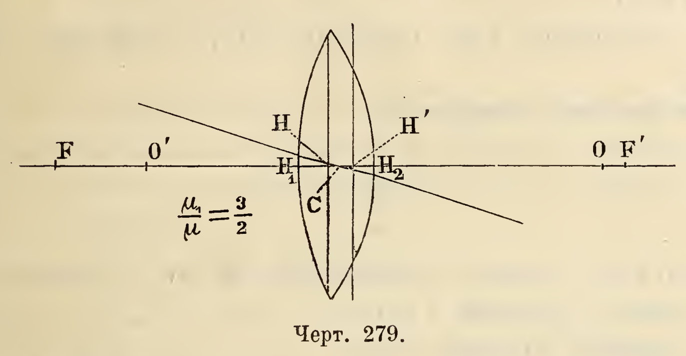
$$H_1'C:CH_2=f_1':f_2;$$

---

[1]) Разстоянія отъ H_1 и F_1 считаются положительными въ сторону начала системы (налѣво), разстоянія отъ H_2' и F_2'—въ сторону конца (направо).

т.-е. отрѣзокъ $H_1' H_2 = l$ дѣлится точкою C на части, пропорціональныя прилегающимъ фокуснымъ разстояніямъ.

§ 419. Кардинальныя точки выпуклой чечевицы.—Приложимъ формулы (4) къ двояко-выпуклой чечевицѣ, какъ совокупности двухъ частей, изъ коихъ каждая соотвѣтствуетъ простому случаю § 150.



Черт. 279.

Для 1-й части обѣ главныя точки совпадаютъ въ H_1 (§ 407), для 2-й — въ H_2 (черт. 279). Показатель преломленія для вещества чечевицы пусть будетъ μ_1, для окружающей среды μ (въ случаѣ воздуха почти $=1$). По § 151 (гдѣ $\mu_{1\,2} = \mu_1/\mu$) имѣемъ: [1])

$$f_1 = \frac{\mu R}{\mu_1 - \mu},\ f_1 = \frac{\mu_1 R}{\mu_1 - \mu};\ f_2 = \frac{\mu_1 R'}{\mu_1 - \mu},\ \ f_2' = \frac{\mu R'}{\mu_1 - \mu}.$$

Такимъ образомъ (§ 414)

$$D = l - \frac{\mu_1 (R + R')}{\mu_1 - \mu},$$

гдѣ $l = H_1 H_2$ — толщина чечевицы по оси.

Формулы (4) даютъ:

$$f = f' = \frac{\mu \mu_1 \, R R'}{(\mu_1 - \mu) \mathrm{P}},$$

$$HH_1 = -\frac{\mu R l}{\mathrm{P}},\ H'H_2 = -\frac{\mu R' l}{\mathrm{P}};\ HH' = \frac{(\mu_1 - \mu)\, l\, (R + R' - l)}{\mathrm{P}},$$

гдѣ

$$\mathrm{P} = \mu_1 (R + R') - l(\mu_1 - \mu).$$

«Средняя точка» C (§ 418) называется *оптическимъ центромъ* чечевицы; это та точка (въ стеклѣ), изображеніями которой (въ воз-

---

[1]) R, R' считаемъ для такой чечевицы >0; знаки всѣхъ f, по условію § 408, надо принять положительными.

духѣ) служатъ узлы H, H' [1]). Оптическій центръ дѣлитъ линію $H_1 H_2 = l$ на части, пропорціональныя прилегающимъ радіусамъ. По свойству узловъ, всѣ лучи, идущіе въ чечевицу къ H, выходятъ изъ нея отъ H' параллельно начальному направленію (и наоборотъ); по свойству точки C, всѣ такіе лучи должны внутри чечевицы перекрещиваться въ C.

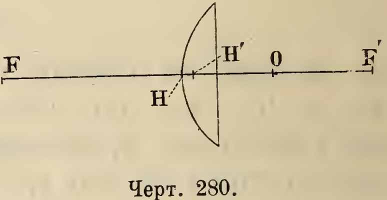
Если l достаточно мало передъ $(R+R')$ и если $\mu_1/\mu = 3/2$, то $HH' = {}^1/_3 l$.

Съ увеличеніемъ толщины до

$$l = \frac{R+R'}{\frac{\mu_1}{\mu} - 1},$$

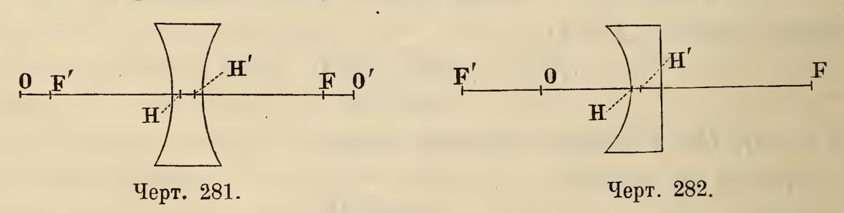
двояковыпуклая чечевица приближалась бы къ «телескопической» (§ 403, прим.), у которой $f = \infty$; при еще большей толщинѣ—стала бы разсѣвающею.

Плоско-выпуклая чечевица — всегда собирающая; одинъ изъ узловъ лежитъ на выпуклой поверхности (черт. 280).

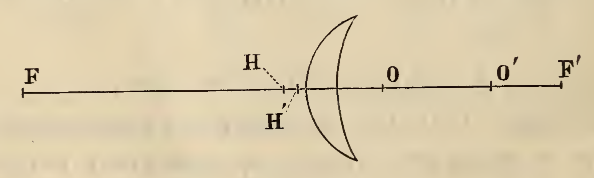


Черт. 280.

§ 420. **Прочія чечевицы.**—Формулы (5) прилагаются и къ остальнымъ типамъ (§ 153), если считать радіусъ < 0 для вогнутой поверхности. Черт. 281 — 285 показываютъ распредѣленіе фокусовъ



Черт. 281. Черт. 282.



Черт. 283.

---

[1]) Говоря, что C—„въ стеклѣ", а H, H'—„въ воздухѣ", мы разумѣемъ, что C

и узловъ въ обыкновенныхъ случаяхъ, когда $\mu_1/\mu > 1$ (на чертежахъ принято $\mu_1/\mu = 3/2$) и когда абсолютныя величины радіусовъ

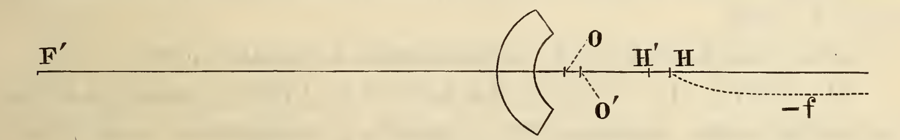
Черт. 284.

$> l$. — (O, O' — центры кривизны лѣвой и правой поверхности).

Чечевицы двояко-вогнутыя и плоско-вогнутыя — всегда разсѣвающія ($f < 0$). Выпукло-вогнутая («менискъ») будетъ собирающею (черт. 283), если выраженіе

$$\mu_1(R + R') - l(\mu_1 - \mu) < 0;$$

разсѣвающею, если > 0 (черт. 284, 285); телескопическою ($f = \infty$), если $= 0$. Разборъ этого условія показыватъ, что менискъ можетъ быть слабо-разсѣвающимъ, хотя онъ и становится тоньше отъ сре-



Черт. 285.

дины къ краямъ (черт. 285, гдѣ $l > (R + R') > l . (\mu_1 - \mu)/\mu_1$). При равныхъ (по абсолютной величинѣ) кривизнахъ ($R + R' = 0$) онъ — слабо-собирающій, при концентрическихъ поверхностяхъ ($R + R' = l$) — слабо-разсѣвающій (въ томъ и другомъ случаѣ менискъ становится телескопическимъ въ предѣлѣ, при $l = 0$; такъ что при достаточно-малой толщинѣ не измѣняетъ замѣтно направленія лучей, какъ мы и принимали въ § 153, прим., и въ § 179, прим. 1).

относится къ ходу лучей въ стеклѣ, H, H' — къ ходу лучей въ воздухѣ (§ 404, прим.).

Хронологическій указатель.

I. Общая часть и Акустика.

VI. в. до Р. Х. Пиѳагоръ (?)—созвучные интервалы (октава, квинта, кварта) связаны съ простѣйшими числами, звуки струны зависятъ отъ ея длины и натяженія.—IV в. до Р. Х. Аристотель —звучащее тѣло сотрясаетъ воздухъ, эхо—отраженіе звука.—Около Р. Х. Витрувій—звукъ распространяется въ воздухѣ подобно волнамъ на водѣ.

XI в. Guido d'Arezzo—обозначеніе и названіе нотъ.

XV—XVI в. Leonardo da Vinci († 1519)—волны на водѣ, наложеніе волнъ, звучащее тѣло дрожитъ и возбуждаетъ воздушныя волны, отзвукъ (резонансъ), аналогія свѣта и звука.

XVII в. Gassendi (Gassend)—первое (?) измѣреніе скорости звука, она одинакова для высокихъ и низкихъ звуковъ.

Mersenne—законы колебанія струнъ, резонансъ, измѣреніе скорости звука (Harmonie universelle, 1636).

Galilei († 1642)—законы струнъ, стоячія волны воды въ звучащемъ сосудѣ; высота звука зависитъ отъ числа качаній (Discorsi e dimostrazioni, 1638).

Morland—говорная труба (1670).

Guericke—звукъ не проходитъ сквозь пустоту (Experimenta nova de vacuo spatio, 1672).

Newton († 1726)—формула скорости волнъ (Philosophiae naturalis principia mathematica, 1687).

Sauveur († 1716)—узлы и пучности, гармоническіе тоны струнъ, біенія, первое измѣреніе абсолютнаго числа колебаній (посредствомъ біеній), предѣлы слышимыхъ звуковъ.

Taylor—формула основного тона струны (1715).

Euler — теорія струны, построеніе гаммъ, начало теоріи упругости (съ 1729).

Опыты Парижской Академіи Наукъ надъ скоростью звука въ воздухѣ (1738).

Sorge—комбинаціонные тоны (разностные), 1740.

Dan. Bernoulli — сложеніе малыхъ колебаній (1753), законы трубъ (1762).

Chladni († 1827) — открытіе продольныхъ тоновъ стержней и струнъ, узловыя линіи пластинокъ (съ 1787); систематическое изложеніе Акустики (Die Akustik, 1802).

Poisson—теорія звуковыхъ волнъ въ воздухѣ (съ 1808).

Biot—измѣреніе скорости звука въ твердыхъ тѣлахъ (1809).

Laplace—формула скорости звука въ газѣ (поправка на адіабатность), 1816.

Cagnard de la Tour—сирена (1819).

Navier (съ 1821) Poisson Cauchy—общая теорія упругости твердыхъ тѣлъ.

Опыты надъ скоростью звука въ воздухѣ—въ Парижѣ (въ Bureau des Longitudes, 1822) и въ Голландіи (1823).

Fourier—теорема о разложеніи періодическихъ величинъ въ гармоническій рядъ (Théorie de la Chaleur, 1822).

Братья E. и W. Weber — экспериментальное ученіе о волнахъ въ водѣ и воздухѣ (Die Wellenlehre auf Experimente gegründet, 1825).

Savart—явленія резонанса, теорія музыкальныхъ инструментовъ, голоса и слуха, предѣлы слышимыхъ звуковъ (съ 1819).

Colladon—измѣреніе скорости звука въ водѣ (1841).

Doppler — вліяніе относительнаго движенія на высоту звука (1842).

Ohm—опредѣленіе простого тона, анализъ звука ухомъ (1843).

Kirchhoff—теорія колебаній пластинки (1850) и стержня (1858).

Lissajous—оптическое изученіе сложенія колебаній (1855).

König—метода манометрическихъ огней (1862).

Helmholtz—(† 1894)—съ 1856: комбинаціонные тоны, теорія трубъ, тембръ, синтезъ гласныхъ, объясненіе консонансовъ. (Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik, 1863).

Узаконеніе нормальнаго камертона $la_3 = 435$ (1859).

Kundt—пыльныя полосы въ трубахъ (метода измѣренія скорости звука), 1866.

Regnault—измѣренія скорости звука (1868).

Edison—фонографъ (1877, 1888).

II. Оптика, лучистыя явленія.

Употребленіе плоскихъ зеркалъ (металлическихъ, стеклянныхъ необложенныхъ) извѣстно съ глубокой древности; вогнутыя зеркала и стеклянные шары, какъ зажигательные снаряды,—также. У древнѣйшихъ греческихъ писателей зрѣніе объяснялось какъ ощупываніе предмета лучами, исходящими изъ глаза (противъ этого Аристотель).— Эвклидъ (III в. до Р. Х.) и Птолемей (I—II в. по Р. Х.)—трактаты объ Оптикѣ (прямолинейное распространеніе, законы отраженія, преломленіе); Геронъ—путь луча при отраженіи есть кратчайшій.

XI в. Альхазенъ—о частяхъ глаза и о зрѣніи, неточность приближеннаго закона преломленія ($i/r = \text{const}$).

XIII в. Около 1240—зеркала стеклянныя, обложенныя свинцомъ; ок. 1285 очки (Armati ?).—Roger Bacon—главный фокусъ вогнутаго зеркала, опыты преломленія со стеклянными шаровыми сегментами, значеніе параболическихъ зеркалъ. (Opus majus, 1267).

XV—XVI в. Leonardo da Vinci († 1519)—изображенія въ темной комнатѣ, изображеніе въ глазу, рельефное зрѣніе двумя глазами; случай диффракціи.—Porta—знаетъ камеръ-обскуру со стекломъ, волшебный фонарь (1589).

XVII в. Голландскіе оптики (Lippershey? 1608) и Галилей (1609)—труба съ вогнутымъ окуляромъ (голландская, Галилеева) и подобный же микроскопъ (Jansen?).

Keppler († 1630)—основанія діоптрики съ приближеннымъ закономъ преломленія), полное внутреннее отраженіе, фокусы чечевицъ, условія зрѣнія (Paralipomena 1604, Dioptrice 1611). Проектъ трубы съ выпуклымъ окуляромъ (астрономической).

Scheiner—труба по мысли Кеплера (1613—17); преломленіе въ средахъ глаза, аккомодація.

Snell († 1626)—точный законъ преломленія, въ видѣ $\mu = \text{cosec } r/\text{cosec } i$. (Descartes 1637—въ видѣ $\mu = \sin i/\sin r$).

Fermat—принципъ быстрѣйшаго прихода (1639).

Schyrl (de Rheita)—земная труба (1645).

Cavalieri—фокусы чечевицъ различной формы (1647; общее у Barrow. 1669).

Marcus Marci — первыя наблюденія дисперсіи въ призмѣ (1648).

Gregory—проектъ телескопа съ зеркаломъ (1661, исполненъ Hooke'омъ, 1674).

Accademia del Cimento—отраженіе „лучей холода" вогнутымъ зеркаломъ (ок. 1660).

Grimaldi—наблюденіе дисперсіи, опыты диффракціи (свѣтъ погашается свѣтомъ), зачатки теоріи волненій (Physico-Mathesis de lumine, 1665).

Hooke—цвѣта тонкихъ пластинокъ (нѣкоторыя наблюденія ранѣе у Boyle'я), 1665; идеи теоріи волненій, подозрѣваетъ поперечность свѣтовыхъ колебаній.

Newton—опытъ спектра, разнородность бѣлаго луча, цвѣтъ и преломляемость (1666—69); телескопъ съ зеркаломъ (1668); Ньютоновы кольца (1675), опыты диффракціи. Трактатъ Оптики (Opticks, 1704), гдѣ проводится теорія истеченія.

Bartholinus—двойное преломленіе въ исл. шпатѣ (1669).

Römer—первое измѣреніе скорости свѣта (1676).

Huygens († 1695)—развитіе теоріи волненій, принципъ огибающей волны, построеніе отраженныхъ и преломленныхъ волнъ. поверхность волнъ исл. шпата, особенность (поляризація) пропущенныхъ имъ лучей. (Traité de la Lumière, 1690).

Halley—общая формула чечевицъ и зеркалъ (1693).

Schultze—свѣточувствительность серебряныхъ соединеній (1727).

Bradley—аберрація свѣта (1728).

Bouguer—основанія фотометріи, фотометръ (1729).

Dollond—ахроматическіе объективы (1757).

Euler—возраженія противъ теоріи истеченія, теорія волненій, цвѣтъ луча опредѣляется періодомъ (около (1750).

Lambert—фотометрическій законъ, фотометръ съ тѣнями (Photometria, 1760).

Scheele—„лучистая теплота" (1777), фотохимическое дѣйствіе различныхъ цвѣтныхъ лучей.

Pictet—опыты „по лучистой теплотѣ", концентрація темныхъ лучей зеркаломъ (1790).

Prevost—всеобщность лучеиспусканія, подвижное равновѣсіе температуръ (съ 1791—1809).

Leslie—испусканіе и поглощеніе, ихъ соотвѣтствіе (съ 1880).

W. Herschel—инфракрасные лучи въ спектрѣ солнца (1800).

Ritter ультрафіолетовые лучи (1801).

Wollaston—черныя линіи въ спектрѣ солнца (1802; см. Fraunhofer).

Young († 1829)—теорія волненій, принципъ интерференціи (1801), объясненіе цвѣтовъ тонкихъ пластинокъ и диффракціи, вычисленіе λ изъ опытовъ (Lectures on Natural Philosophy, 1807). Мысль о поперечности свѣтовыхъ волнъ (1817).

Malus—поляризація чрезъ отраженіе (1808), чрезъ преломленіе (M. и Biot, 1811).

Arago—цвѣтная поляризація, вращательная поляризація кварца (1811); явленія изслѣдованы далѣе Biot, Brewster'омъ.

Nièpce—попытки свѣтописи (съ 1814).

Brewster—уголъ поляризаціи 1815), двойное преломленіе сжатаго стекла (1815), открытіе двуосныхъ кристалловъ (1818).

Fresnel († 1827)—съ 1815: теорія диффракціи (1815—18), опыты интерференціи, интерференція поляризованныхъ лучей (F. и Ara o 1816), поперечность колебаній (1821), вращательная поляризація, круговые и эллиптическіе лучи, теорія двойного преломленія (1821), поверхность волнъ двуоснаго кристалла, теорія отраженія поляризованнаго свѣта. (Oeuvres complètes d'Augustin Fresnel, 3 т., 1866—70).

Biot—свойства турмалина, вращательная поляризація жидкостей (1815), сахариметрія (1836).

Fraunhofer—черныя линіи спектра (1814—15); телескопическая диффракція, измѣреніе длины волнъ (1821—22).

Nicol—поляризующая призма 1828).

Cauchy—первая механическая теорія дисперсіи (1830).

Hamilton (теорія) и Lloyd (опытъ)—коническое преломленіе (1832).

F. Neumann (съ 1832)—металлическое отраженіе, оптика кристалловъ, отраженіе поляриз. свѣта, временное двойное преломленіе стекла.

Nobili—термомультипликаторъ (1830).

Melloni († 1854)—съ 1831 (сперва съ Nobili): тепловое изученіе спектра, термохрозъ, теплопрозрачность (каменная соль), поляризація теплоты, тождество теплыхъ и свѣтлыхъ лучей (1835). (La thermochrose ou la coloration calorifique, 1850).

Schwerd — телескопическая диффракція (Die Beugungserscheinungen, 1835).

Daguerre (съ 1829, сперва съ Nièpce'омъ) — дагерротипъ, 1835—39. (Фотографія на бумагѣ—Talbot, 1839).

Draper (съ 1837), J. Herschel, E. Becquerel (1842)—фотографія спектрла.

Gauss—теорія центрированной оптической системы (Dioptrische Untersuchungen, 1838).

Wheatstone—стереоскопъ (съ зеркалами), 1838. (Съ призмами—Brewster, 1849).

Faraday († 1867)—магнитная вращательная поляризація (1845).

Fizeau—опыты надъ скоростью свѣта (1849); F. и Foucault—интерференція при большихъ разницахъ хода (1849).

Foucault—опыты надъ скоростью свѣта въ воздухѣ и водѣ (1850); соотвѣтствіе желтой линіи Na съ D солнца (1849); телескопъ съ посеребреннымъ стекляннымъ зеркаломъ (1857).

Jamin—металлическое отраженіе (1847), отраженіе отъ прозрачныхъ тѣлъ (1850), анализъ эллиптическихъ лучей.

Amici—призма прямого зрѣнія, иммерсія (1850).

Stokes—флуоресценція (1852), длинный спектръ вольтовой дуги (1862).

Helmholtz († 1894)—съ 1851: глазное зеркало (для разсматриванія сѣтчатки), смѣшеніе цвѣтовъ, видимость ультрафіолетовыхъ лучей, аккомодація, глазныя движенія, пространственное зрѣніе и пр. (Handbuch der physiologischen Optik, 1856—67).—Теорія дисперсіи (1874, 1893).

E. Becquerel — фосфоресценція, фосфороскопъ (1859).

Kirchhoff († 1886) — происхожденіе Фраунгоферовыхъ линій, соотвѣтствіе между испусканіемъ и поглощеніемъ (1859), спектральный анализъ (K. и Bunsen, 1860), изслѣдованіе спектровъ. (Untersuchungen über das Sonnenspectrum und die Spectren der chemischen Elemente, 1861—63). Теорія лучей и принципъ Гейгенса, 1882.

Открытіе аномальной дисперсіи (Leroux 1862—въ парахъ іода, Christiansen 1870—въ фуксинѣ).

Verdet—законы магнитной вращательной поляризаціи (1863).

Maxwell († 1879)—электромагнитная теорія свѣта (1865).

Ketteler—дисперсія газовъ (1865).

°Angstrom—измѣренія и карты «нормальнаго» спектра солнца (1868).

Kundt († 1894)—изслѣдованіе аномальной дисперсіи (1871), магнитное вращеніе въ Fe, Ni, Co (1884), преломленіе въ металлахъ (1888).

Kerr—отраженіе въ магнитномъ полѣ (1876).

Langley—болометръ, распредѣленіе энергіи въ спектрѣ (съ 1880).

Rowland—вогнутая рѣшотка (1882), фотографическій атласъ солнечнаго спектра (1886, 1889), новыя измѣренія длинъ волны.

A. Michelson—измѣреніе скорости свѣта (1879), изслѣдованія по интерференціи (съ 1881).

Hertz († 1894)—электрическіе волны и лучи (1888—89), электрическое дѣйствіе лучей.

Violle—единица свѣта (платиновая), принята на Международной Конференціи 1884.

Wiener—стоячія волны свѣта (1890).

Lippmann—цвѣтная фотографія (1891).

Пособія.

Кромѣ общихъ большихъ учебниковъ физики (Jamin-Bonty, Violle, Müller-Pouillet-Pfaundler, Wüllner, Winkelmann), рекомендуется для основательнаго изученія Акустики и Оптики слѣдующія сочиненія. Тѣ изъ нихъ, которыя не отмѣчены знакомъ *, предполагаютъ знакомство съ высшимъ исчисленіемъ и съ началами аналитической механики.

I. Общая часть и Акустика.

* Helmholtz, Die Lehre von den Tonempfindungen als physiologische Grundlage für die Theorie der Musik, 4 Aufl., Braunschw. 1877. (Русскій перев. Пѣтухова, съ 3-го изд.).

Heumann (F.), Vorlesungen über die Theorie der Elasticität der festen Körper und des Lichtäthers, Leipz. 1885.

Kirchhoff, Vorlesungen über mathematische Physik. I. Mechanik, 3 Aufl. Leipz. 1883.

Rayleigh (Lord), Theory of Sound, 2 т. Lond. 1877—78 (вышелъ 2-го изданія т. I, 1894).

II. Оптика.

1. Сочиненія смѣшаннаго характера.

Verdet, Leçons d'Optique physique, 2 т. Paris, 1869—71.

Mascart, Traité d'Optique, 3 т. Paris, 1889—93.

Preston, Theory of Light, 2 ed Lond. 1895.

2. Зрѣніе, оптическіе инструменты, спектральный анализъ.

v. Helmholtz, Handbuch der physiologischen Optik, 2 Aufl. Leipz. 1886—95.

* Ferraris, Die Fundamental-Eigenschaften der dioptrischen Instrumente, übers. v. Lippich, Leipz. 1879.

Czapski, Theorie der optischen Instrumente nach Abbe, Breslau 1893 (отд. оттискъ изъ Handbuch d. Physik, herausg. v. Winkelmann).

* Roscoe (Sir W.) & Schuster, Spectrum, 4 ed. Lond. 1885 (Нѣм. переводъ, 1890).

* Kayser, Lehrbuch der Spectralanalyse, Berl. 1883.

3. *Теорія свѣта.*

Neumann (F.), Vorlesungen über theoretische Optik, Leipz. 1885.

Kirchhoff, Vorlesungen. II. Mathematische Optik, Leipz. 1891.

Poincaré, Théorie mathématique de la lumière, 2 т. Paris 1891—1892.

Basset, Treatise on physical Optics, Cambr. 1882.

Volkmann, Vorlesungen über die Theorie des Lichtes, Leipz. 1891.

Въ трактатахъ Престона (см. выше) и Бассета есть главы, посвященныя электромагнитной теоріи свѣта; у Фолькмана излагаются параллельно старая и новая теорія. Спеціальнѣе новой теоріи, въ связи съ общимъ ученіемъ объ электромагнитизмѣ, посвящены:

Poincaré, Electricité et Optique, 2 т. Paris 1890—91.

Boltzmann, Vorlesungen über Maxwell's Theorie der Electricität und des Lichtes, вышли 2 т. Leipz. 1891—93.

Thomson (J. J.), Recent researches in Electricity and Magnetism, Oxf. 1893.

Drude, Physik des Aethers auf elektromagnetischer Grundlage, Stuttg. 1894.


LUX
LIBERTAS

